Exercices

Exercice 1
Un bloc de masse $m = 1$ kg subit une accélération $\vec{a}$ de norme $a = 10$ m·s^{-2}, à un angle de 60° par rapport à l'axe y. Déterminer l'intensité de la force $\vec{F_1}$ qui agit selon l'axe x et de la force $\vec{F_2}$ qui agit selon l'axe y.

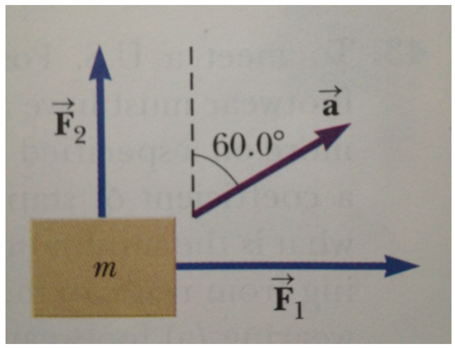
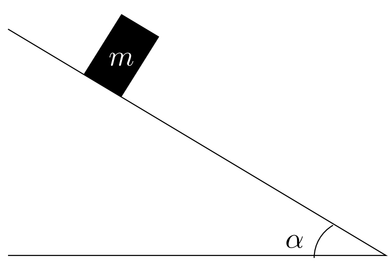


FIGURE 1 – configuration du problème

Exercice 2
Vous êtes en train de conduire une voiture de collection ancienne (sans système ABS). Pourquoi le fait d'appuyer sur la pédale de frein le plus fort possible sans relâcher n'est pas une bonne idée si vous voulez vous arrêter dans la distance la plus courte possible ?

Exercice 3
Une voiture de masse $m = 1$ tonne roule sur une piste circulaire horizontale de rayon $R = 500m$ à $v = 50km/h$. Calculez la norme de la force de frottement entre le sol et les roues permettant à la voiture de rester sur la piste.

Exercice 4 *Exercice non tiré du livre*
On considère la situation suivante :



On donne $m = 1$ kg, $l = 1$ m, $\alpha = 30°$ et $\mu_c = \mu_s = 0,2$

1. Faire une analyse des forces et écrire la deuxième loi de Newton.

2. Trouver la vitesse qu'aura le bloc une fois qu'il aura parcouru la distance l.

Réponses

1. On trouve $|\vec{F}_1| = 8,66$ N et $|\vec{F}_2| = 5$ N
2. Le fait d'appuyer sur la pédale de frein sans la relâcher va bloquer les roues et ainsi elles ne vont plus rouler sur le sol mais déraper (uniquement par frottements). La force qui freine la voiture est la force de frottement entre le sol et les roues. Tant que la voiture ne dérape pas, la force maximale de freinage est $\mu_s R$ Quand elle se met à déraper, c'est $\mu_c R$. Comme en général $\mu_s > \mu_c$, le freinage est plus efficace si la voiture ne dérape pas. La voiture va en plus devenir complètement incontrôlable.
   Avec un système ABS, lors d'un freinage, lorsque une roue se bloque, le système annule le freinage jusqu'à ce que la roue retrouve de l'adhérence puis refreine. Ainsi, la roue freine à chaque impulsion de freinage sans jamais déraper et la voiture s'arrête dans une distance optimale.
3. F = 386 N
4. (1) on a $\sum \vec{F} = m\vec{a}$
   Dans un tel système, le référentiel à considérer est un référentiel cartésien incliné pour que l'axe $\vec{e}_x$ soit le long de la pente.
   $$\begin{pmatrix} \vec{m}a_x \\ m\vec{a}_y \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ mg\cos\alpha \end{pmatrix}}_{\vec{R}} + \underbrace{\begin{pmatrix} -\mu_c mg\cos\alpha \\ 0 \end{pmatrix}}_{\vec{F}_f} + \underbrace{\begin{pmatrix} mg\sin\alpha \\ -mg\cos\alpha \end{pmatrix}}_{\vec{P}}$$
   (2) On trouve $v_f = 2,56$ m·s^{-1}

Solutions

Solution 1
L'accélération étant appliquée à un angle de $\theta = 60$ degrés par rapport à la verticale, il faut appliquer la Deuxième loi de Newton en projetant sur un repère (O, x, y) où l'origine est confondue avec le centre de masse du bloc, l'axe x le long de $\vec{F_1}$ et y le long de $\vec{F_2}$. Ainsi :

$$F_1 = ma * \sin(\theta) = ma * \frac{\sqrt{3}}{2} = 8.66N \tag{1}$$

$$F_2 = ma * \cos(\theta) = ma * \frac{1}{2} = 5N \tag{2}$$

Solution 2 Le détail est rédigé dans la section "Réponses"

Solution 3 Supposons que la force centrifuge ressentie par la voiture dûe au virage s'applique sur le plan horizontal (x ;y), et que le poids s'applique lui sur la direction $-\vec{e_z}$. Ainsi, la seule force s'opposant au décolement de la voiture de la piste serait la force de frottement.

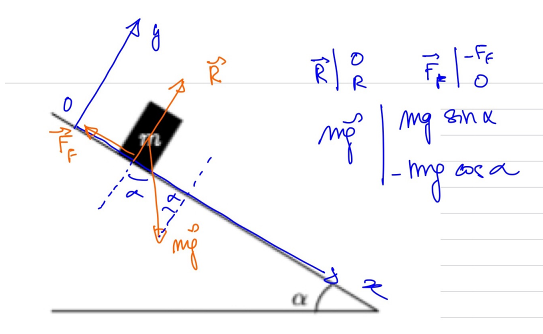
En appliquant la Deuxième loi de Newton au système et utilisant le fait que l'accélération radiale s'écrit $a = \frac{v^2}{R}$, on aura :

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \tag{3}$$

$$F_f = ma = m\frac{v^2}{R} = 386N \tag{4}$$

Solution 4

1. On choisit un référentiel cartésien incliné pour que l'axe des x soit le long de la pente, et l'axe y naturellement normal à ce dernier.



La projection des forces individuelles devient alors :

$$\vec{F_f} = -F_f \vec{e_x} \tag{5}$$
$$\vec{R} = R\vec{e_y} \tag{6}$$
$$\vec{P} = mg * (\sin(\alpha)\vec{e_x} - \cos(\alpha)\vec{e_y}) \tag{7}$$

Et ainsi la seconde loi de Newton projetée sur $(x; y) donne$:

$$ma_x = -F_f + mg\sin\alpha \tag{8}$$
$$0 = R - mg\cos\alpha \tag{9}$$

L'accélération sur (Oy) est nulle car le bloc reste sur le plan incliné

2. Il faut vérifier si le bloc glisse ou pas. La limite de décrochement se trouve lorsque $F_f = \mu_c R = \mu_c mg\cos(\alpha)$.
   Avec (9) on obtient donc
   $$R = mg\cos\alpha$$
   A la limite on a toujours le bloc immobile donc $a_x = 0$, dans (8) , cela donne
   $$F_f = mg\sin\alpha_l$$
   On obtient $\mu_c mg\cos(\alpha_l) = mg\sin\alpha_l$ soit à la limite $\tan\alpha_l = \mu_c$
   $\tan(\pi/6) = 0.58 > 0.2 = \tan\alpha_l$ donc $\alpha > \alpha_l$ le bloc glisse
   On est donc en régime de frottement cinétique
   $$ma_x = mg\sin\alpha - F_f = mg\sin\alpha - \mu_s mg\cos\alpha = mg(\sin\alpha - \mu_s\cos\alpha)$$
   $$a_x = g(\sin\alpha - \mu_s\cos\alpha)$$
   $$v_x(t) = a_x t + v_0 = a_x t$$
   $$x(x) = (1/2)a_x t^2 + x_0 = (1/2)a_x t^2$$
   à t_f, le bloc a parcouru l et il a atteint la vitesse v_f recherchée
   $$v_f = a_x t_f$$

$$l = (1/2)a_x t_f^2$$

$$t_f = v_f/a_x$$

$$l = \frac{1}{2}a_x\frac{v_f^2}{a_x^2}$$

$$v_f = \sqrt{2la_x} = \sqrt{2lg(\sin\alpha - \mu_s\cos\alpha)}$$

$$v_f = 2.56m/s$$