Exercices

Exercice 1
La loi de l'attraction universelle, établie par Isaac Newton se décrit par la formule suivante :

$$F = \frac{GMm}{r^2}$$

Où F est l'intensité de la force, M et m sont les masses des objets attirés entre eux et r la distance qui sépare leur centres de gravité. En sachant que l'unité de la force est le newton N et qu'elle s'exprime en système international en kg$\cdot$ m $\cdot$ s^{-2}, quelle est, en unités du système international, l'unité de la constante de gravitation G ?

Exercice 2
La position en fonction du temps d'une particule qui bouge le long de l'axe x est décrite par la figure 1

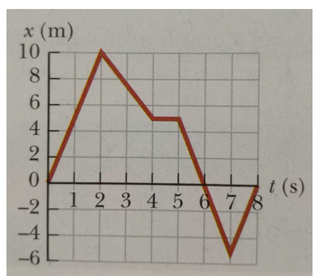

FIGURE 1 – Trajectoire de la particule

Donner la vitesse moyenne dans les intervalles de temps suivants :

(a) entre 0 et 2 s
(b) entre 0 et 4 s
(c) entre 2 et 4 s
(d) entre 4 et 7 s
(e) entre 0 et 8 s

Exercice 3 Une particule bouge selon l'axe x en suivant l'équation

$$x = 2,00 + 3,00t - t^2$$

Où x est en mètres et t en secondes A $t = 3$ s, trouver la position de la particule, sa vitesse ainsi que son accélération.

Exercice 4
Dans le canon d'un fusil, la vitesse de la balle est donnée en fonction du temps par

$$v = (-5 \cdot 10^7)t^2 + (3 \cdot 10^5)t$$

Où v est en m$\cdot$ s^{-1} et t en s. On donne que l'accélération de la balle à la sortie du canon est nulle.

(a) Déterminer l'accélération et la position de la balle en fonction du temps à l'intérieur du canon du fusil.

(b) Déterminer l'intervalle de temps durant lequel la balle est accélérée.

(c) Trouver la vitesse à laquelle la balle quitte le canon du fusil.

(d) Quelle est la longueur du canon du fusil ?

Exercice 5
Un pilote de chasse effectue un virage sur la gauche suivant une trajectoire horizontale et avec un mouvement circulaire uniforme avec une accélération normale de $5g$. En sachant que la vitesse tangentielle de l'avion est égale à Mach 2 (c'est à dire deux fois la vitesse du son), trouver le rayon du cercle sur lequel se situe le virage décrit par l'avion.

Indication : Pour le calcul des "Mach" c'est la vitesse du son au niveau de la mer qui est considérée, celle-ci vaut $v = 340$ m/s

Exercice 6 a. Trouver la vitesse angulaire en rad/s d'un disque tournant à 33 tours/min.

b. Trouver la vitesse angulaire toujours en rad/s d'un manège si un objet à sa périphérie à une vitesse de 12 km/h et dont le plateau tournant à un diamètre de 10 m.

c. Enfin, un enfant a trouvé une fronde lors d'une manifestation ce week end. Il vous demande de l'aider à estimer à quelle vitesse il peut lancer un caillou avec celle-ci, en sachant qu'il peut tourner la fronde à une vitesse maximale de 2 tours par seconde et que sa fronde mesure 50 cm.

Réponses

1. $m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}$
2. (a) $5\ m \cdot s^{-1}$
   (b) $1,2\ m \cdot s^{-1}$
   (c) $-2,5\ m \cdot s^{-1}$
   (d) $-3,3\ m \cdot s^{-1}$
   (e) 0
3. $x(t=3) = 2$ m, $v(t=3) = -3 \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$, $a(t=3) = -2\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$
4. (a) $a = (-10 \cdot 10^7)t + (3 \cdot 10^5)$, $x = (-5/3 \cdot 10^7)t^3 + (3/2 \cdot 10^5)t^2$
   (b) 3 ms
   (c) $450\ m \cdot s^{-1}$
   (d) $0,9$ m
5. $r = 9,4$ km
6. (a) $3,456$ rad/s
   (b) $0,67$ rad/s
   (c) $6,28\ m \cdot s^{-1}$

Solutions

Solution 1 En isolant G on a :

$$G = \frac{Fr^2}{Mm} \tag{1}$$

Les masses sont en $[kg]$, la distance r en $[m]$, et F en $[N] = [kg \cdot m \cdot s^{-2}]$. Donc on en déduit que, en isolant G on a :

$$G : [\frac{kg \cdot m \cdot s^{-2} \cdot m^2}{kg^2}] = m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2} \tag{2}$$

Solution 2 La vitesse moyenne est donnée par :

$$v_{moy} = \frac{x_f - x_i}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \tag{3}$$

	x_i	x_f	Δx	Δt	v_{moy}
a)	0	10	10	2	5 m · s^{-1}
b)	0	5	5	4	1.25 m · s^{-1}
c)	10	5	-5	2	-2.5 m · s^{-1}
d)	5	-5	-10	3	-3.3 m · s^{-1}
e)	0	0	0	8	0 m · s^{-1}

Solution 3 En dérivant deux fois $x(t)$ par rapport au temps, on obtient :

$$x(t) = 2 + 3t - t^2 [m] \tag{4}$$
$$v(t) = 3 - 2t [m \cdot s^{-1}] \tag{5}$$
$$a(t) = -2 [m \cdot s^{-2}] \tag{6}$$

A $t = 3s$ on en déduit :

$$x(3) = 2 + 3 * 3 - 3^2 = 2 [m] \tag{7}$$
$$v(3) = 3 - 2 * 3 = -3 [m \cdot s^{-1}] \tag{8}$$
$$a(3) = -2 [m \cdot s^{-2}] \tag{9}$$

Remarque : D'abord calculer v et a en dérivant et ensuite chercher la valeur pour un temps donné.

Solution 4 (a) L'accélération est determinée en dérivant $v(t)$ par rapport au temps, alors que la position est trouvée par intégration. La condition initiale est $x_0 = 0$:

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = -10 \cdot 10^7 t + 3 \cdot 10^5 \tag{10}$$

$$x(t) = \int v(t)dt = -5 \cdot 10^7 * \frac{1}{3}t^3 + 3 \cdot 10^5 * \frac{1}{2}t^2 + x_0 = -\frac{5}{3} \cdot 10^7 t^3 + \frac{3}{2} \cdot 10^5 t^2 \tag{11}$$

(b) L'accélération se termine à t_f, quand $a(t_f) = 0$ à la sortie du canon. En égalant $a(t_f)$ à 0 et isolant t_f, on obtient :

$$t_f = \frac{3 \cdot 10^5}{10^8} = 3ms = 3 * 10^{-3}s \tag{12}$$

(c) On calcule $v(t_f)$:

$$v(t_f) = (-5 \cdot 10^7)(3 * 10^{-3})^2 + (3 \cdot 10^5)(3 * 10^{-3}) = 450m \cdot s^{-1} \tag{13}$$

(d) On calcule $x(t_f)$:

$$x(t_f) = -\frac{5}{3} \cdot 10^7 (3 * 10^{-3})^3 + \frac{3}{2} \cdot 10^5 (3 * 10^{-3})^2 = 0.9m \tag{14}$$

Solution 5 En appliquant la formule de l'accélération et isolant R :

$$a_n = \frac{v^2}{R} \tag{15}$$

$$R = \frac{v^2}{a_n} = \frac{(2 * 340)^2}{5 * 10} = 9.4km \tag{16}$$

Solution 6

a. La vitesse angulaire étant en rad/s, il faut convertir les tours en radians et le temps en secondes. On sait que (1 tour) $= 2\pi$ rad et $1min = 60s$. Donc :

$$\omega = \frac{2\pi * 33}{60} = 3.456 rad \cdot s^{-1} \tag{17}$$

b. Pour un objet qui tourne en périphérie, on lie la vitesse et la vitesse angulaire par le rayon comme suit :

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{12/3.6}{10/2} = 0.67 rad \cdot s^{-1} \tag{18}$$

c. En utilisant la même relation que dans la question précédente, on a :

$$v = R * \omega = 2 * 2\pi * 0.5 = 6.28m \cdot s^{-1} \tag{19}$$