

Correction d'exercices

Physique Générale - Mécanique

1. **Exercice n°1** : Tremplin
2. **Exercice n°2** : Masse qui tourne

Énergies, travail de forces

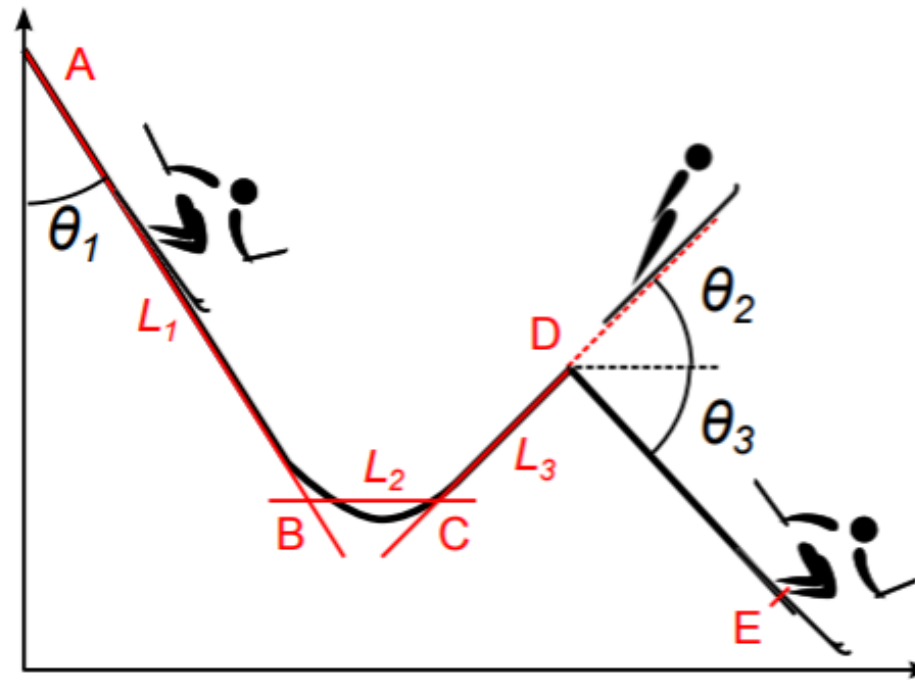
Ressort, mouvement circulaire

Exercice n°1

Tremplin

Notions abordées : Énergies, travail d'une force

Un tremplin de saut à ski est approximé par 3 portions de droite (en rouge sur le schéma) avec les angles $\theta_1 = 30^\circ$ et $\theta_2 = \theta_3 = 45^\circ$. La longueur du saut est la longueur DE . On note μ_c le coefficient de frottement cinétique entre les skis et la piste.



1. Donner la vitesse de décollage v_0 en fonction de μ_c , L_1 , L_2 , L_3 et des angles. Puis simplifier l'expression grâce aux valeurs des angles.
2. Quelle est la longueur maximale L_{max} du saut pour la géométrie considérée? On pourra utiliser les valeurs des angles.
3. En réalité, le saut est légèrement moins long, pourquoi?

1. Donner la vitesse de décollage v_0 en fonction de μ_c , L_1 , L_2 , L_3 et des angles. Puis simplifier l'expression grâce aux valeurs des angles.

Théorie : 3 théorèmes

1- Théorème de l'énergie mécanique

$$\Delta E_m_{A \rightarrow B} = W_{A \rightarrow B}^{\vec{F}_{\text{non conservatives}}}$$

2- Théorème de l'énergie cinétique

$$\Delta E_c_{A \rightarrow B} = W_{A \rightarrow B}^{\text{toutes } \vec{F}_{\text{ext}}}$$

3- Théorème de l'énergie potentielle

$$\Delta E_p_{A \rightarrow B} = - W_{A \rightarrow B}^{\vec{F}_{\text{conservatives}}}$$

$$\Delta E_c_{A \rightarrow D} = W_{A \rightarrow D}^{\vec{F}_{\text{ext}}}$$

$$E_{c,D} - E_{c,A} = W_{A \rightarrow D}^{mg} + W_{A \rightarrow D}^{\vec{F}_f}$$

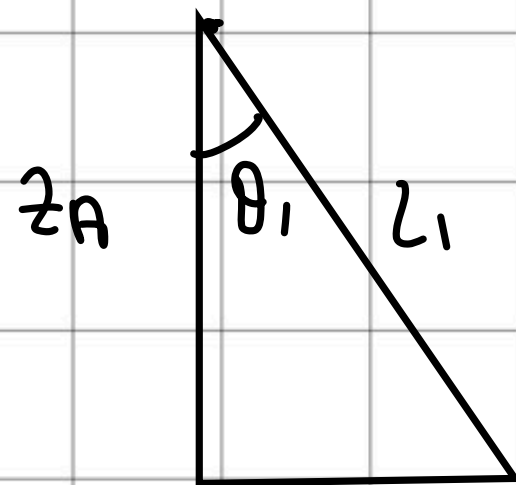
$$v_A = 0 \quad \quad \quad = 0$$

$$\frac{1}{2} m v_D^2 = W_{A \rightarrow D}^{mg} + W_{A \rightarrow D}^{\vec{F}_f}$$

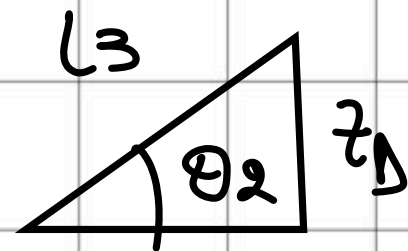
$$\Rightarrow \text{Définition : } W_{A \rightarrow D}^{mg} = mg[z_A - z_D]$$

$$W_{A \rightarrow D}^{\vec{F}_f} = - f_f L$$

$$\frac{1}{2} m v_D^2 = m g [z_A - z_D] - F_1 L_1 - F_2 L_2 - F_3 L_3$$

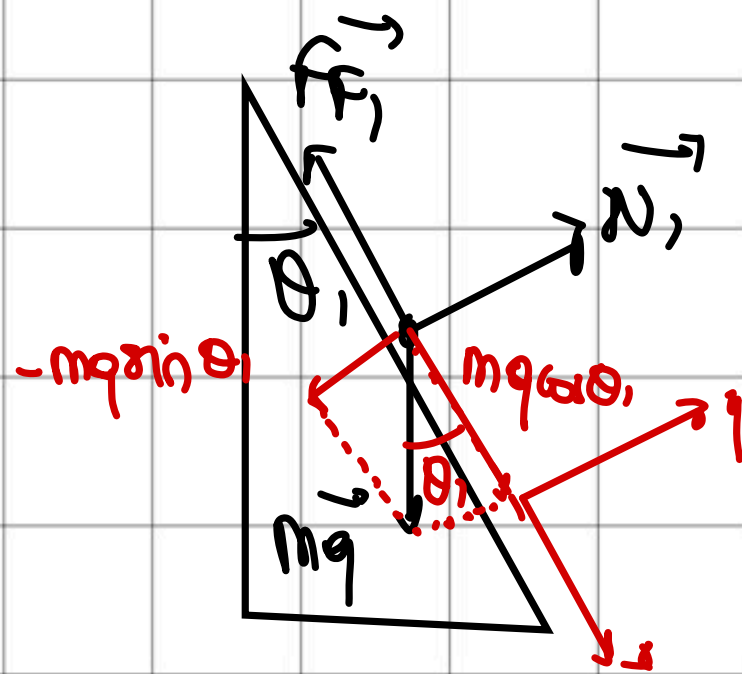


$$\cos \theta_1 = \frac{z_A}{L_1} \Rightarrow z_A = L_1 \cos \theta_1$$



$$\Rightarrow z_D = L_3 \sin \theta_2$$

F_{F1} :



$$F_{F1} = \mu_c N_1$$

$$N_1 - m g \sin \theta_1 = 0$$

$$\Rightarrow N_1 = m g \sin \theta_1$$

$$F_{F1} = \mu_c m g \sin \theta_1$$

Par le même raisonnement:

$$F_{F2} = \mu_c mg \quad \text{et} \quad F_{F3} = \mu_c mg \cos \theta_2$$

$$\hookrightarrow \frac{1}{2} m v_D^2 = mg [L_1 \cos \theta_1 - L_3 \sin \theta_2] - \mu_c mg \sin \theta_1 L_1 - \mu_c mg L_2 - \mu_c mg \cos \theta_2 L_3$$

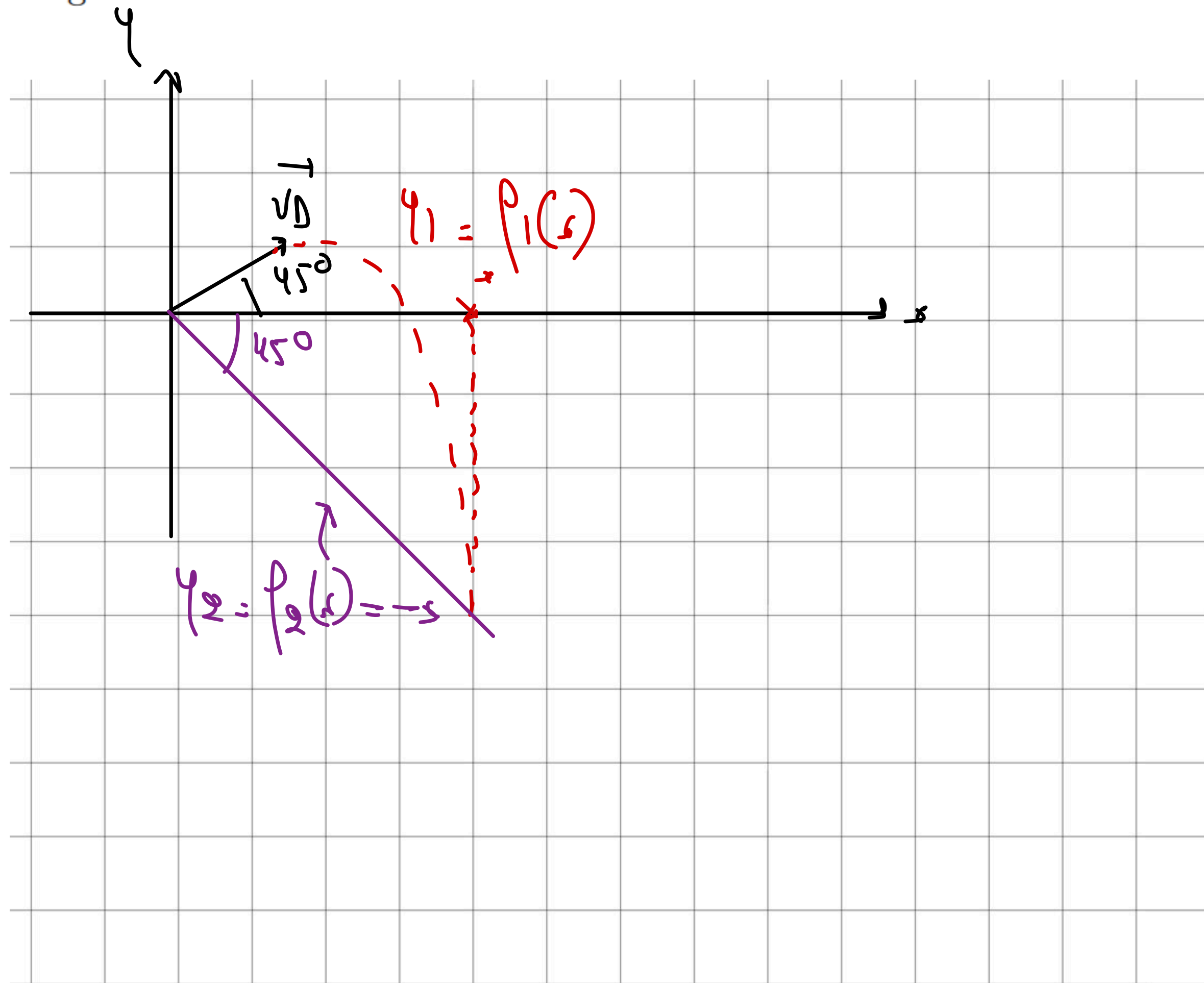
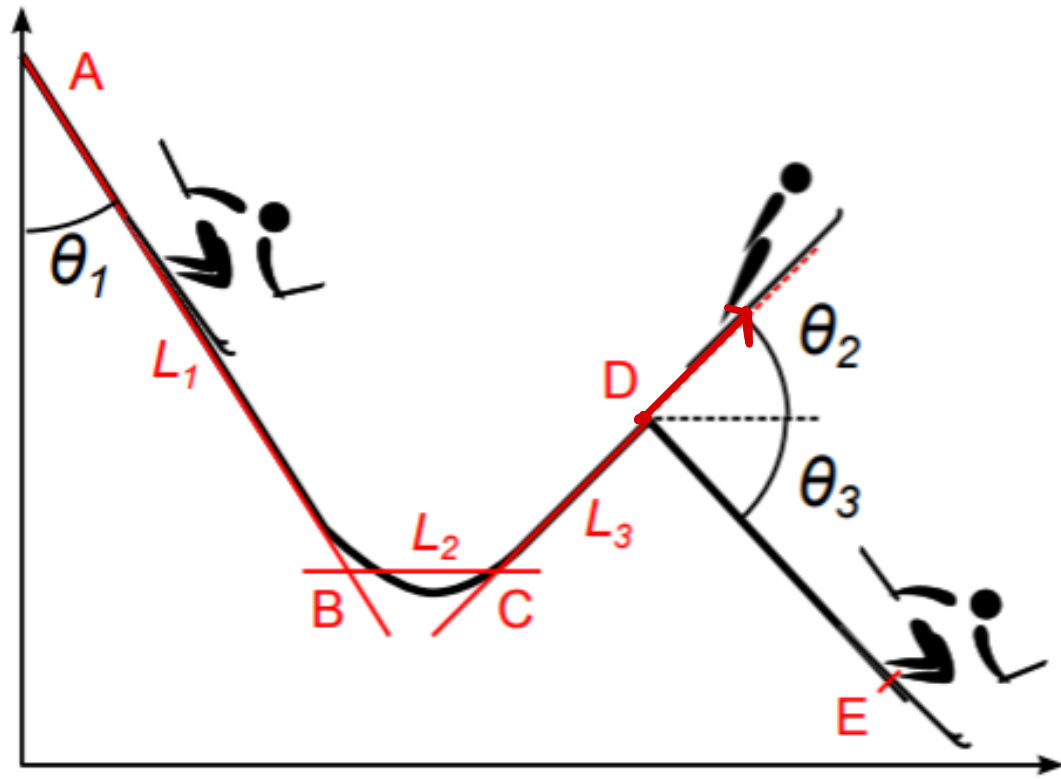
$$v_D = \sqrt{2g [L_1 \cos \theta_1 - L_3 \sin \theta_2] - 2g \mu_c [\sin \theta_1 L_1 + L_2 + \cos \theta_2 L_3]}$$

$$\theta_1 = 30^\circ \quad \text{et} \quad \theta_2 = 45^\circ$$

$$v_D = \sqrt{\cancel{2}Q \left[\cancel{L_1} \frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} - \cancel{L_3} \frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}} \right] - \cancel{2}Q_{PC} \left[\cancel{L_1} + \cancel{2}L_2 + \frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}} L_3 \right]}$$

$$v_D = \sqrt{Q \left[\sqrt{3}L_1 - \sqrt{2}L_3 \right] - Q_{PC} \left[L_1 + 2L_2 + \sqrt{2}L_3 \right]}$$

2. Quelle est la longueur maximale L_{max} du saut pour la géométrie considérée? On pourra utiliser les valeurs des angles.



Equation de la trajectoire :

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{v} = \begin{pmatrix} v_0 \cos \alpha \\ -gt + v_0 \sin \alpha \end{pmatrix} ; \vec{r} = \begin{pmatrix} v_0 \cos \alpha t \\ -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin \alpha t \end{pmatrix}$$

$$x = v_0 \cos \alpha t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha} = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$$

$$y(x) = p(x) = 1 - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} \left(\frac{x}{\cos \alpha} \right)^2 + \frac{v_0 \sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \frac{x}{\cos \alpha}$$

$$p(x) = \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x$$

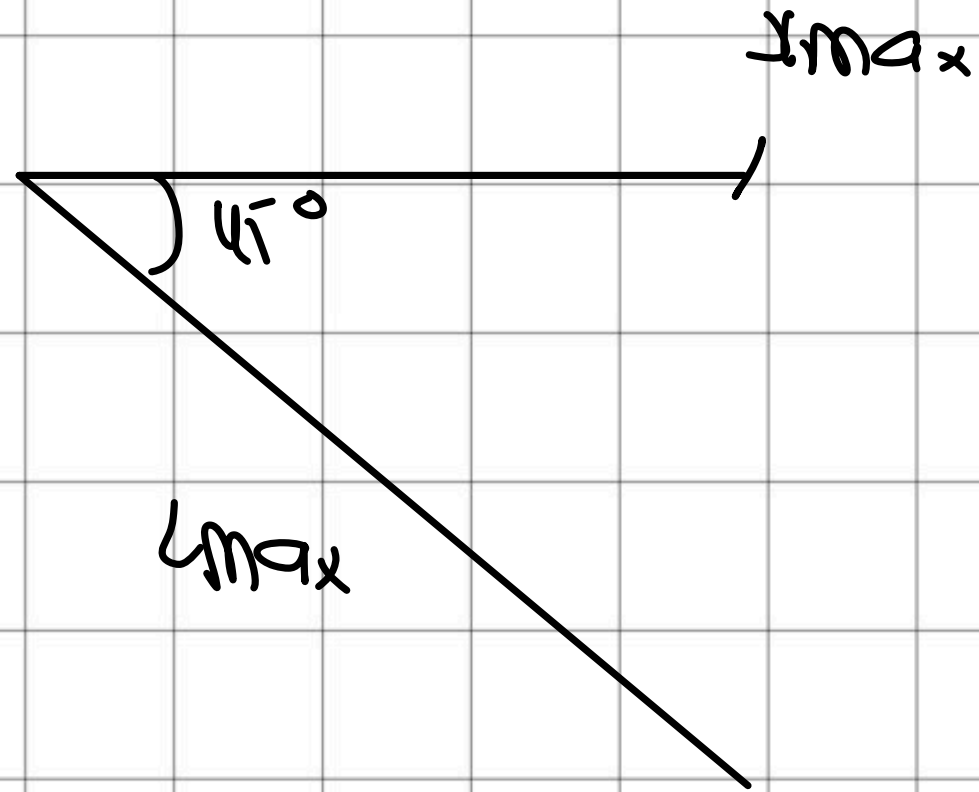
$$P_1(x) = P_2(x) \Rightarrow \text{intersection}$$

$$\Leftrightarrow \frac{-9}{\sqrt{10}} x^2 + x = -2$$

$$\Leftrightarrow \frac{-9}{\sqrt{10}} x^2 + 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow x \left[\frac{-9}{\sqrt{10}} x + 2 \right] = 0$$

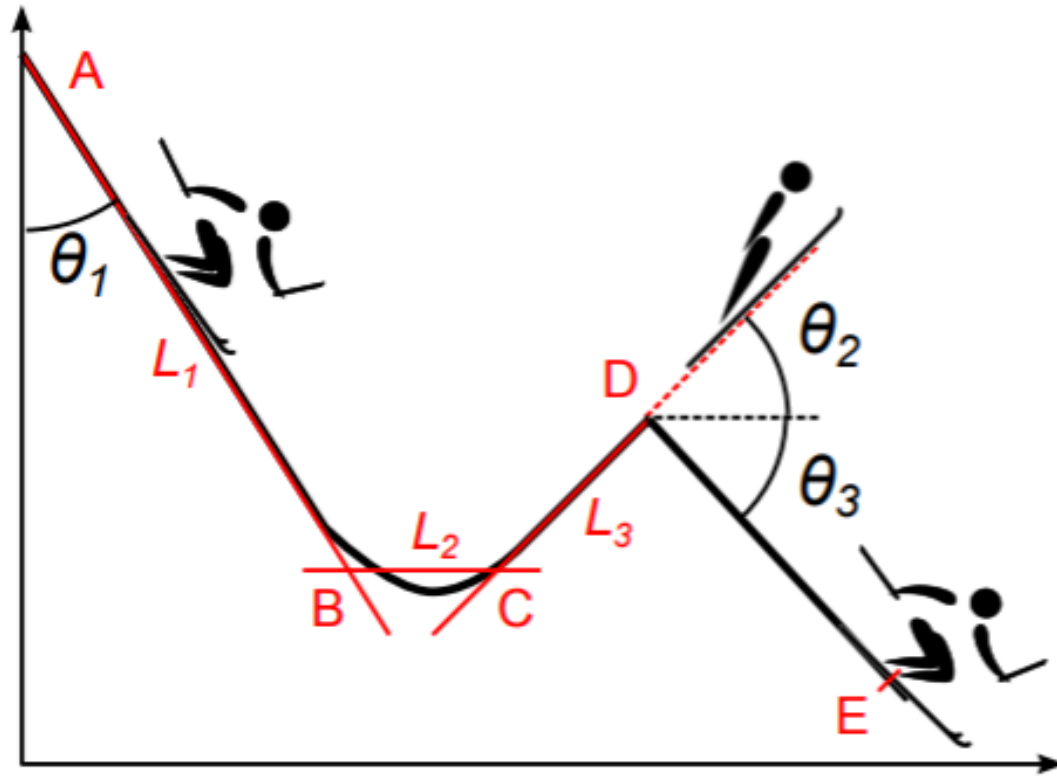
$$\Leftrightarrow \frac{-9}{\sqrt{10}} x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2\sqrt{10}}{9}$$



$$\cos(45^\circ) = \frac{x_{max}}{L_{max}}$$
$$\Rightarrow L_{max} = \frac{x_{max}}{\cos(45^\circ)}$$

A red bracket is drawn under the second equation, spanning from the arrow to the end of the fraction.

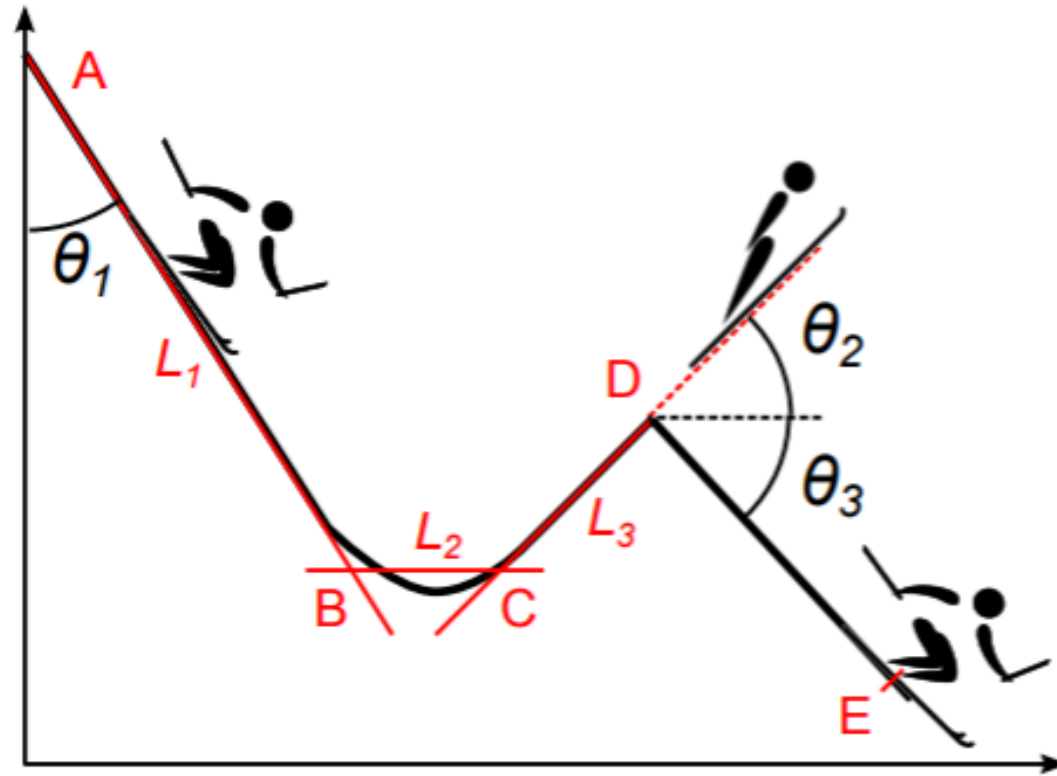
3. En réalité, le saut est légèrement moins long, pourquoi ?



Dans le modèle de l'exercice, les forces considérées :
Poids, Frottements secs, Réaction du support

Quelle force n'a-t-on pas considérée ?

3. En réalité, le saut est légèrement moins long, pourquoi ?

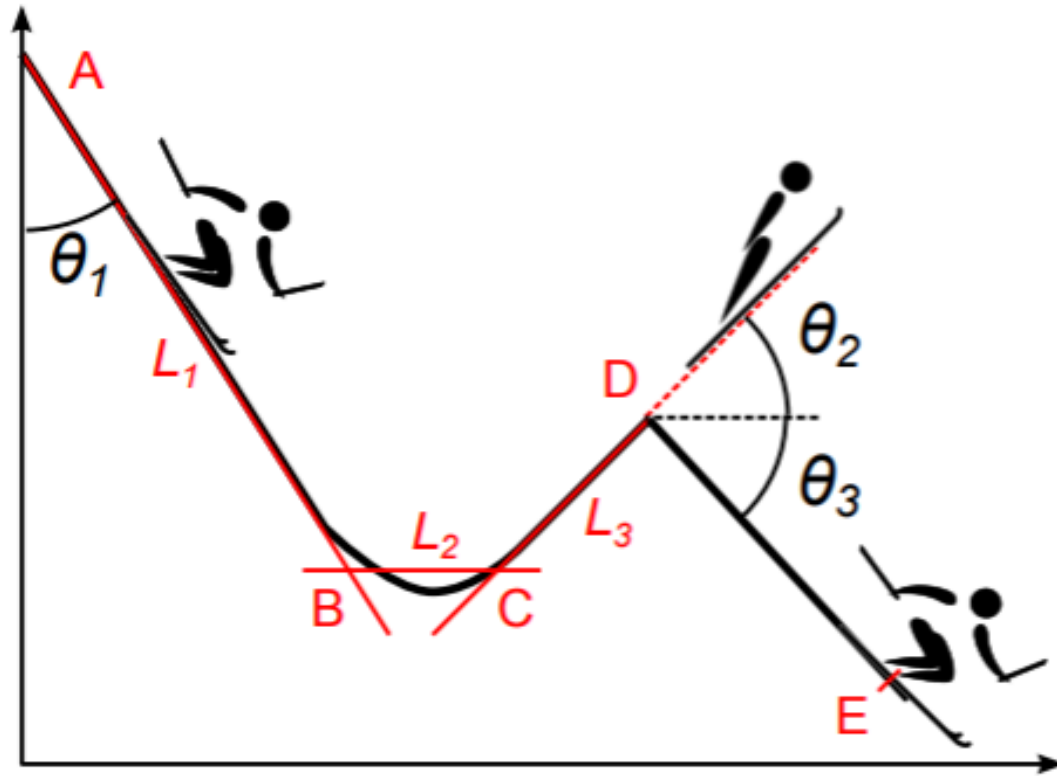


Dans le modèle de l'exercice, les forces considérées :
Poids, Frottements secs, Réaction du support

Quelle force n'a-t-on pas considérée?

Les frottements de l'air !

3. En réalité, le saut est légèrement moins long, pourquoi ?



Dans le modèle de l'exercice, les forces considérées :
Poids, Frottements secs, Réaction du support

Quelle force n'a-t-on pas considérée ?

Les frottements de l'air !

Ces frottements fluides s'appliquent tout au long du parcours (de A jusqu'à E). Conséquence : le saut sera moins long.

Bilan - Exercice n°1

Tips & Tricks

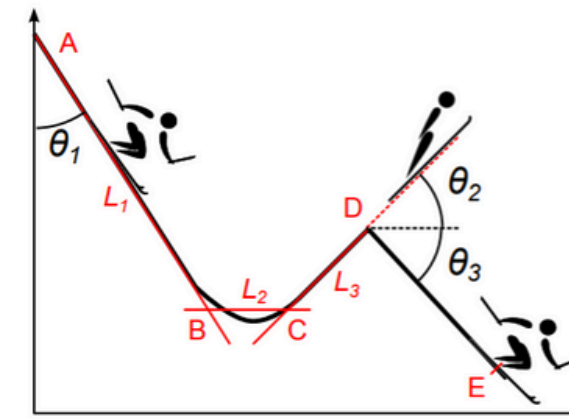
Ce qu'il faut faire :

- Choisir le bon théorème qui rend le raisonnement efficace et droit au but.
- Exprimer correctement le travail de chacune des forces en fonction des données (sans faire d'erreur de projections).
- Considérer que le travail de la réaction du support **est** toujours nul.
- En balistique, voir la chute d'un objet sur une surface comme l'intersection de deux fonctions.

Ce qu'il ne faut pas faire :

- Exprimer systématiquement les frottements comme $\mu_d mg$ (il faut toujours projeter!)
- Trouver un résultat qui n'est pas celui qu'on demande (s'arrêter à l'expression de x au lieu de L_{\max} .)

Un tremplin de saut à ski est approximé par 3 portions de droite (en rouge sur le schéma) avec les angles $\theta_1 = 30^\circ$ et $\theta_2 = \theta_3 = 45^\circ$. La longueur du saut est la longueur DE. On note μ_c le coefficient de frottement cinétique entre les skis et la piste.



Exercice n°2

Masse qui tourne

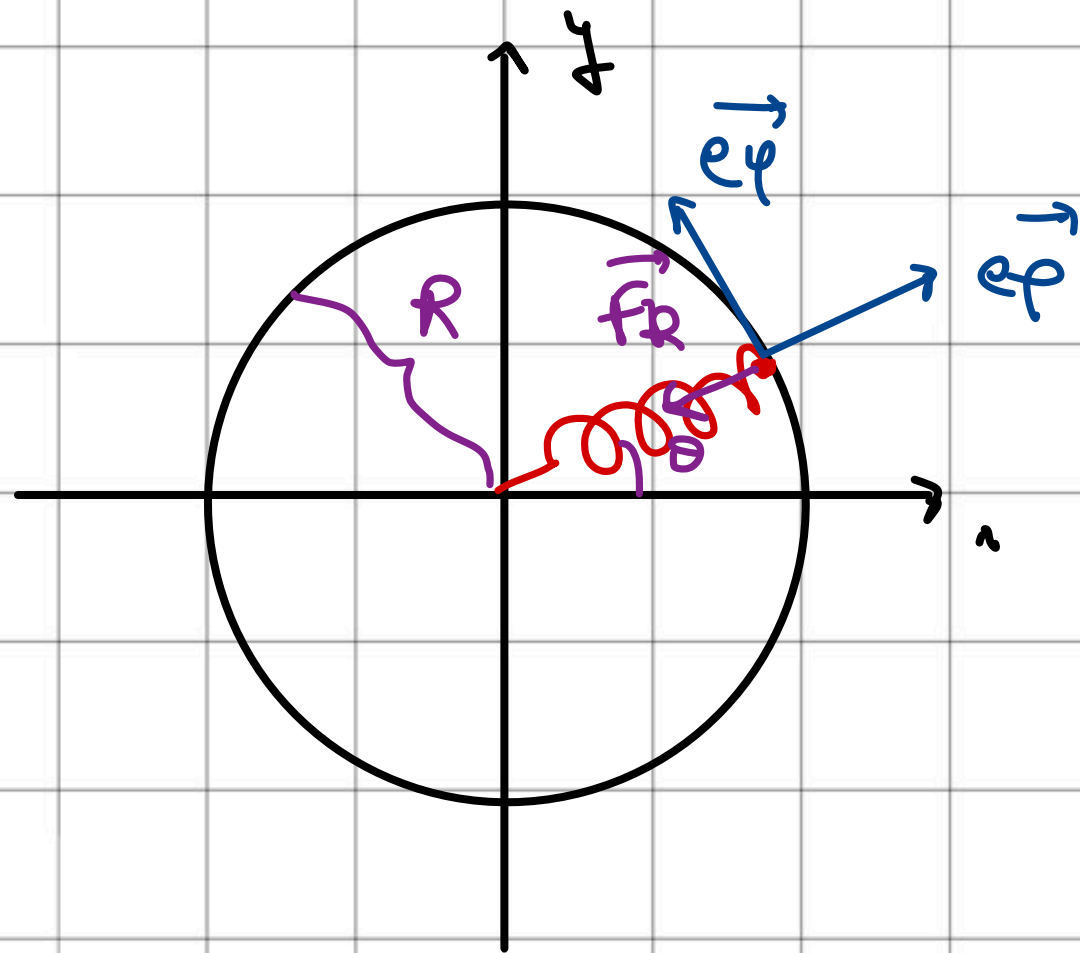
Notions abordées : Force d'un ressort, coordonnées polaires

Une masse m , fixée à un ressort de longueur au repos l_0 et de constante de raideur k , est en rotation circulaire à la vitesse angulaire ω constante. L'autre extrémité du ressort est fixe. L'expérience est posée sur une table à air horizontale.



Calculer l'étirement x du ressort en fonction des données.

Tracer l'allure de la courbe $x(\omega)$ et commenter.



$$2\vec{f} = m\vec{a} = \vec{f}_p$$

$$\Rightarrow m\vec{a} = -R\epsilon\vec{e}_\theta$$

En polaires :

$$\vec{a} = \begin{matrix} \cancel{\ddot{r}} - r\dot{\theta}^2 \\ \cancel{2\dot{r}\dot{\theta}} + \cancel{r\ddot{\theta}} \end{matrix} \begin{matrix} \vec{e}_r \\ \vec{e}_\theta \end{matrix}$$

Contraintes : $r = R = \text{cste}$ et $\dot{\theta} = \text{cste}$
 $\dot{r} = \ddot{r} = 0$ $\dot{\theta} = \ddot{\theta} = 0$

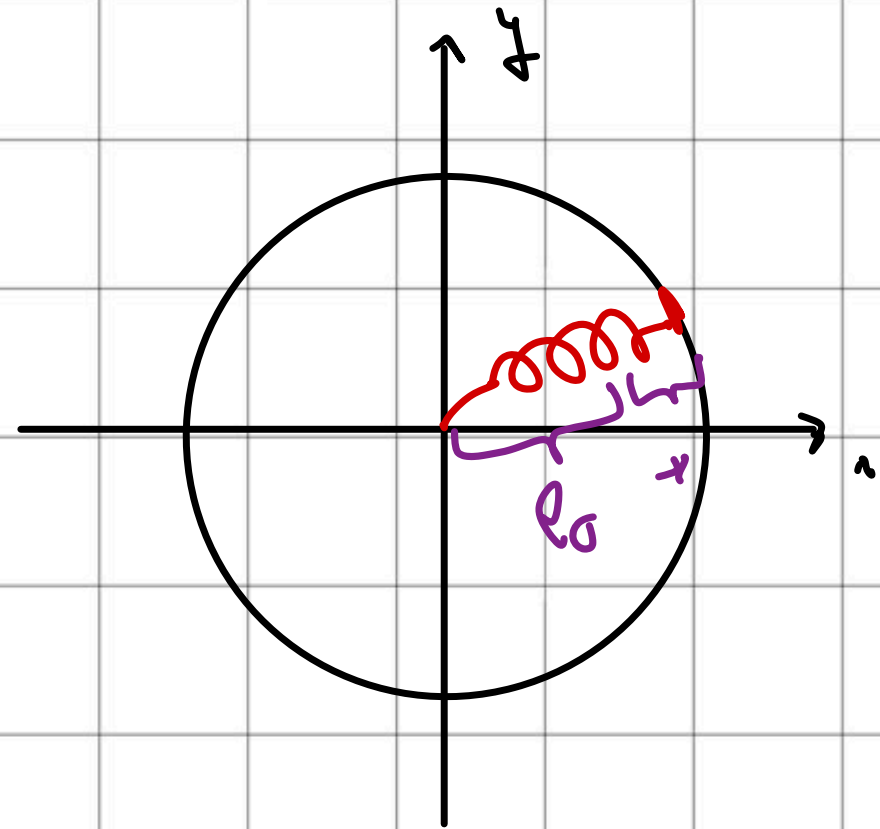
$$m \cdot (-R\omega^2 \vec{e}_1) = -kx \vec{e}_1$$

$$\Rightarrow -mR\omega^2 = -kx$$

$$\Rightarrow x = \frac{mR\omega^2}{k}$$

$$x = \frac{m(l_0 + x)\omega^2}{k}$$

$$\Rightarrow x = \frac{ml_0\omega^2}{k - m\omega^2} \Rightarrow x = \frac{l_0}{\frac{k}{m\omega^2} - 1}$$

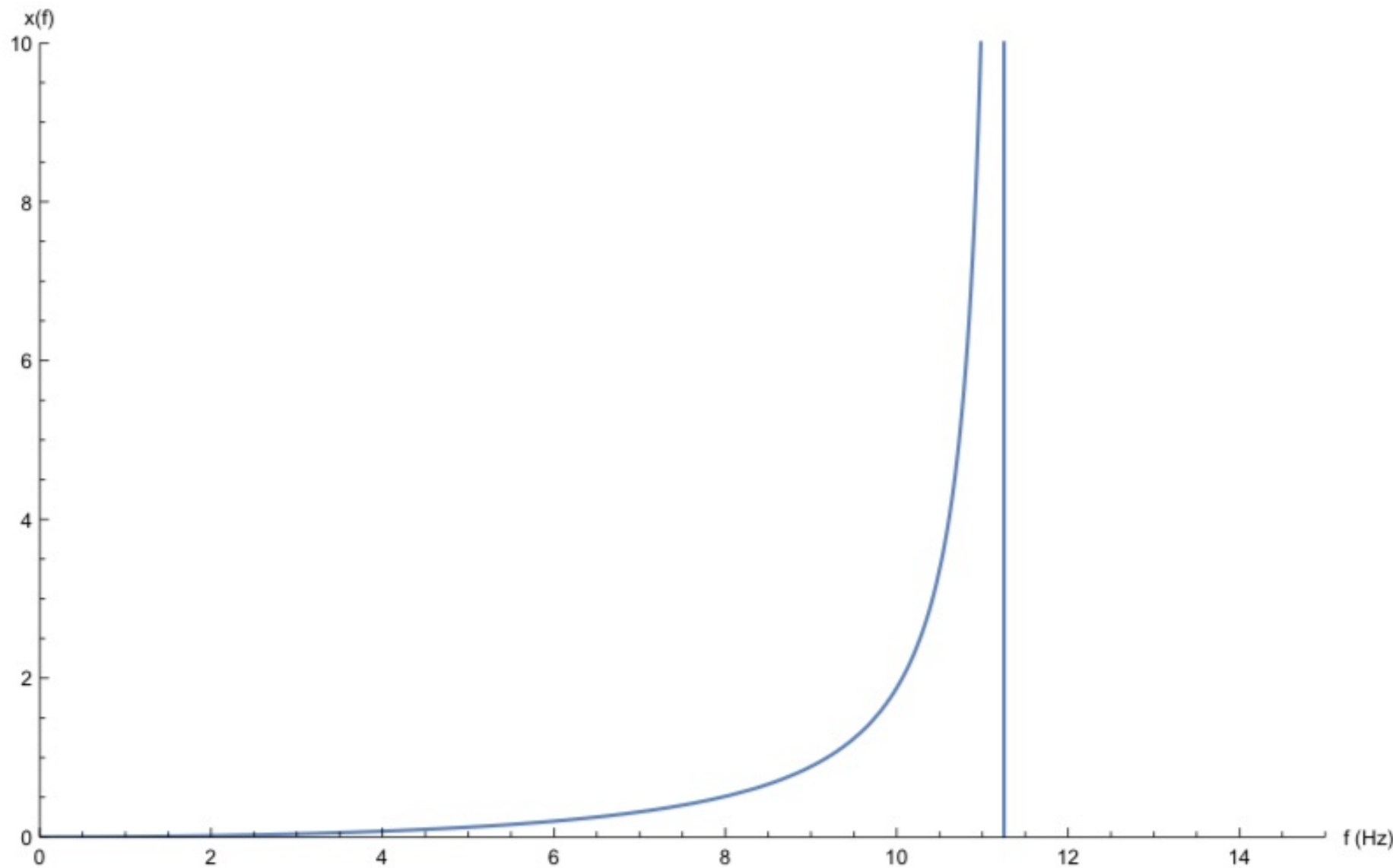


Graphique :

$$x = \frac{l_0}{\frac{k}{\omega^2 m} - 1}$$

Limite :

$$\Rightarrow \frac{k}{\omega^2 m} = 1$$



$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

de ressort QSSX
avant !

Bilan - Exercice n°2

Méthodologie générale

Pour ce type d'exercices, je conseille de suivre la méthodologie suivante :

1. Choisir le repère adapté → Ici, les polaires.
2. Faire un dessin clair dans le repère choisi → Faire apparaître les forces en jeu et les projeter dans le repère.
3. Exprimer l'accélération dans le repère choisi → Simplifier les termes en fonctions des données du problème.
4. Exprimer la 2ème loi de Newton et résoudre !

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}$$

Ce qu'il ne faut pas faire :

- Exprimer le résultat en fonction de grandeurs inconnues... Il ne faut pas s'arrêter trop tôt. Il faut vérifier son résultat (analyse dimensionnelle, données...)

Merci pour votre attention !