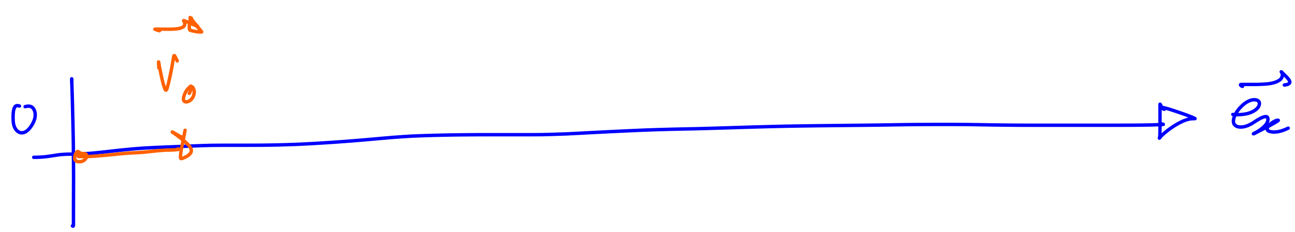
Exercices

Rédigez la solution en groupe, et mettez vous d'accord sur la solution proposée. Faites une photo ou un scan de la solution (les imprimantes epfl permettent aussi de scanner un document), et postez le sur moodle.
Essayez de rédiger comme vous pensez qu'il faut le faire à l'examen, les assistant.e.s vous donneront un feedback sur la méthode et l'adéquation de la rédaction. Mais PAS de note.

Exercice 1 *Une nouvelle voiture électrique*
Natalie est en train d'essayer une voiture électrique. Ce modèle dispose du mode "pédale unique" qui permet d'utiliser la pédale d'accélérateur aussi bien pour accélérer que pour freiner. Elle décide de rouler sur une portion de route parfaitement horizontale et rectiligne. Accélérateur enfoncé à mi-course, la voiture roule alors à $\vec{v} = \vec{v}_0 = v_0\,\vec{e}_x$, constante.
À $t = 0$, Natalie commence à périodiquement enfoncer et relâcher la pédale d'accélérateur autour de la position permet de rouler à $\vec{v}_0$. Ce faisant, elle parvient à obtenir une accélération dépendant du temps : $\vec{a} = a_0\,\cos(\omega t)\,\vec{e}_x$ avec a_0 et ω des constantes.

1. Exprimer la vitesse et la position en fonction du temps.
2. Représenter schématiquement les composantes selon $\vec{e}_x$ de $\vec{a}$, $\vec{v}$ et $\vec{r}$ en fonction du temps.
3. Sachant que le mode "pédale unique" permet d'arriver à l'arrêt de la voiture, mais évidemant pas de reculer, établir la condition liant a_0, v_0 et ω pour que la situation décrite soit possible.

1)



$\vec{a} = a_0 \cos(\omega t)\,\vec{e_x}$ $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow$ intégrer $\vec{a}(t)$

$\vec{v}(t) = \left[\frac{a_0}{\omega}\sin(\omega t) + A\right]\vec{e_x}$

à $t=0$ $\vec{v} = v_0\,\vec{e_x}$; $v(0) = \left[\underbrace{\frac{a_0}{\omega}\times 0}_{0} + A\right]\vec{e_x} = V_0\,\vec{e_x}$

$\Rightarrow A = V_0$

$v(t) = \left[\frac{a_0}{\omega}\sin(\omega t) + V_0\right]\vec{e_x}$

$x(t)$: intégrer v_x ; $x(t) = \frac{-a_0}{\omega^2}\cos(\omega t) + V_0 t + B$

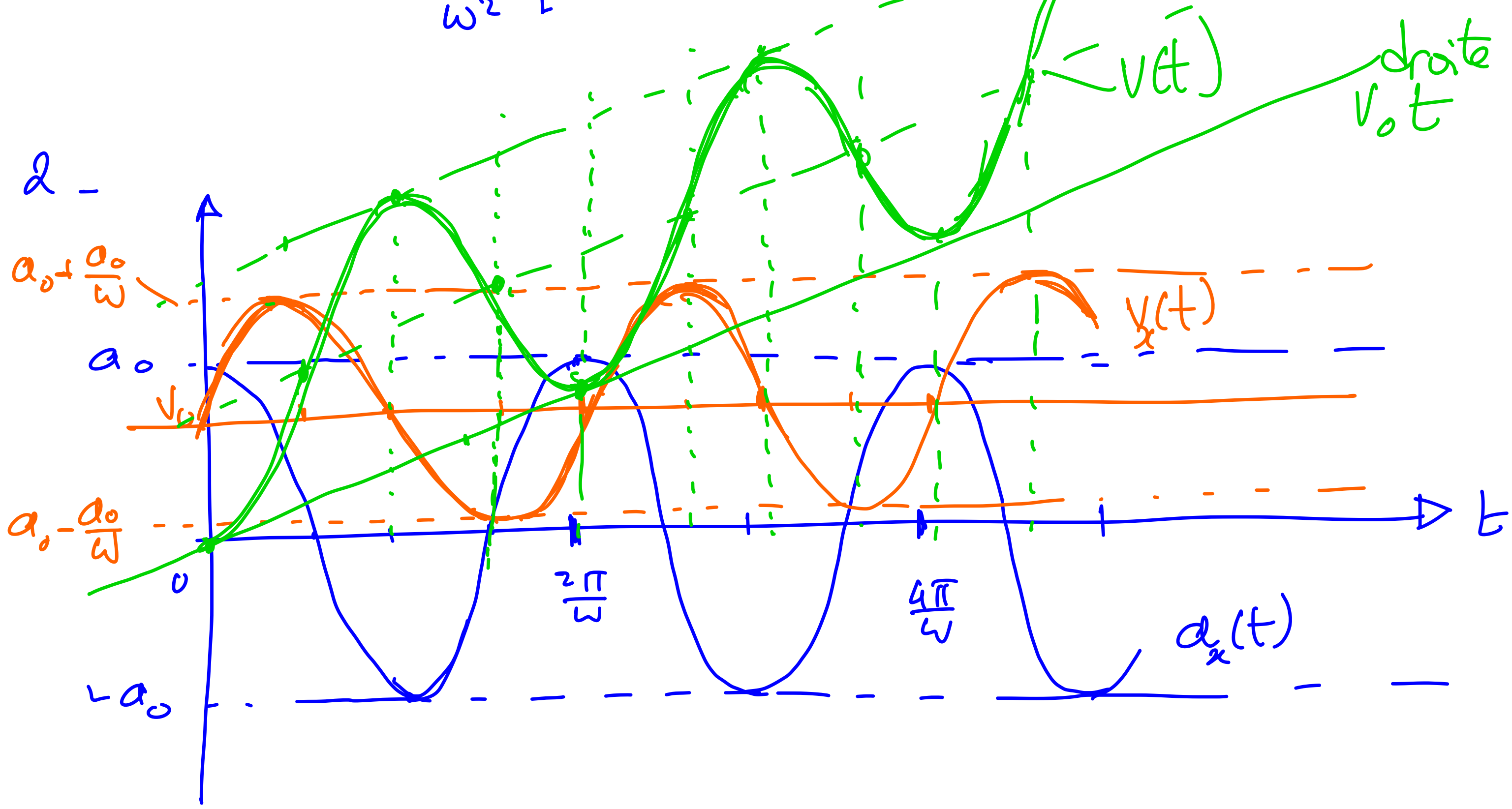
Solutions

Solution 1

à $t=0$ la voiture est en $x=0$

$$x(0) = -\frac{a_0}{\omega^2} + 0 + B = 0 \Rightarrow B = \frac{a_0}{\omega^2}$$

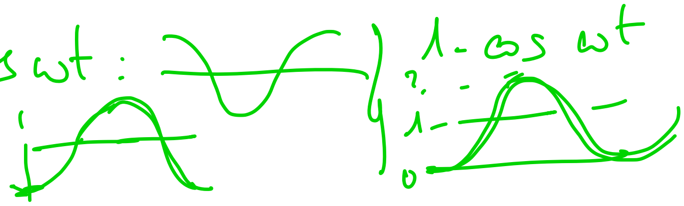
$$\Rightarrow x(t) = \frac{a_0}{\omega^2}\left[1 - \cos(\omega t)\right] + v_0 t$$



$a_x = a_0 \cos(\omega t)$ fonction de période $\frac{2\pi}{\omega}$

$v_x = \frac{a_0}{\omega}\sin(\omega t) + v_0$ fonction périodique autour de v_0

$x(t)\ \frac{a_0}{\omega^2}[1-\cos\omega t)] + v_0 t$ $\cos \omega t$: $-\cos\omega t$: $1-\cos\omega t$



3. Ne pas reculer $\Leftrightarrow V_x \geq 0$

$$\frac{a_0}{\omega} \sin(\omega t) + V_0 \geq 0$$

Valeur minimal de $\sin(\omega t) = -1$

$$-\frac{a_0}{\omega} + V_0 \geq 0 \Rightarrow \boxed{V_0 \geq \frac{a_0}{\omega}}$$