

*** SEUL LE CAHIER DE REPONSES SERA CORRIGE ***

Ne laissez sur votre table que le matériel autorisé, à savoir :

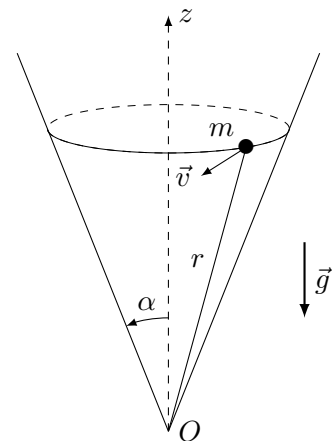
- formulaire personnel manuscrit, max. 1 feuille A4 recto (= 1 page) ;
- formulaire officiel
- stylos, crayons, gomme, règle, taille-crayon ;
- boisson + ravitaillement léger.

Pour chacun des problèmes :

- **Répondez à chaque question de chaque problème dans la partie correspondante du cahier, en justifiant vos réponses.**
- Écrivez lisiblement le développement menant à la solution.
- Ne dégrafez pas les pages du cahier.
- La place étant limitée, utilisez d'abord les feuilles de brouillon avant de reporter vos réponses au propre.

Problème 1 : Point sur un cône (16 points)

Un point matériel de masse m , soumis à la pesanteur, est contraint à se déplacer sans frottement sur un cône de révolution de sommet O s'ouvrant vers le haut avec un demi-angle d'ouverture α ($0 < \alpha < \pi/2$, $z > 0$), comme indiqué sur le dessin. On notera Oz l'axe de symétrie du cône.



- a) Choisir un système de coordonnées et exprimer la contrainte géométrique de contact entre le point matériel et le cône dans ces coordonnées. Représenter sur un dessin le repère associé à ces coordonnées.
- b) Écrire les équations du mouvement et les projeter sur les axes du repère.
- c) Donner l'expression du moment cinétique \vec{L}_O du point matériel par rapport à O , dans le système de coordonnées choisi. \vec{L}_O est-il conservé ? Justifier.
- d) Exprimer la composante verticale du moment cinétique, L_z , dans le système de coordonnées choisi. L_z est-elle conservée ? Justifier.
- e) Écrire l'expression de l'énergie mécanique E dans le système de coordonnées choisi. L'énergie mécanique E du point matériel est-elle une constante du mouvement ? Justifiez votre réponse.
- f) Montrer que l'énergie mécanique peut se mettre sous la forme

$$E = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + V_{\text{eff}}(r)$$

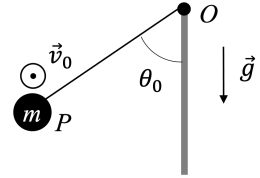
où r est la distance entre O et le point matériel, comme sur la figure. On exprimera $V_{\text{eff}}(r)$ en fonction d'une des quantités conservées trouvées plus haut.

- g) Tracer l'allure de la fonction $V_{\text{eff}}(r)$. Indiquer sur ce graphique l'énergie mécanique que doit avoir le point matériel pour effectuer un mouvement circulaire. Indiquer aussi la distance r_0 correspondante (entre O et le point matériel).
- f) On considère le cas particulier du mouvement circulaire. Quelle est la période de ce mouvement en fonction de r_0 et des données du problème ?

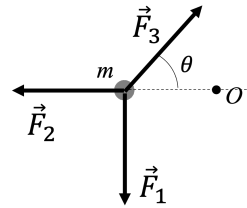
Questionnaire à choix multiples (4 points)

Pour chacune des situations suivantes, choisissez sur la feuille de réponse l'affirmation correcte (une seule par question).

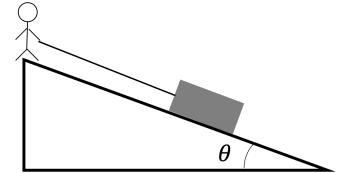
- a) Une balle de masse m , considérée comme un point matériel P , est attachée à un fil de masse négligeable qui est toujours tendu, et dont l'autre extrémité, O , est fixe. La balle a une vitesse initiale \vec{v}_0 horizontale et perpendiculaire au plan contenant la verticale et le fil ; l'angle θ_0 n'est pas nul.



- b) Un point matériel de masse m est soumis à trois forces. Ces trois forces ont la même norme F , qui est non nulle. Deux d'entre elles sont perpendiculaires et la troisième agit selon un angle θ , comme illustré sur la figure. Aucune autre force n'agit sur cet objet.



- c) En le retenant par une corde, on fait descendre à vitesse constante un bloc de masse m le long d'un plan incliné de pente constante. Entre le bloc et le plan incliné il y a des frottements secs. On augmente notre force sur la corde pour arrêter le bloc, puis on lâche la corde (dont on néglige la masse et les frottements avec le sol).



- d) On considère un objet spatial P , considéré comme un point matériel, qui est soumis à la gravitation de la Terre et de la Lune, et à aucune autre force.

