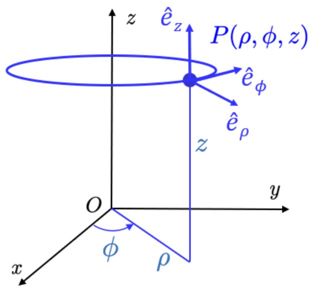
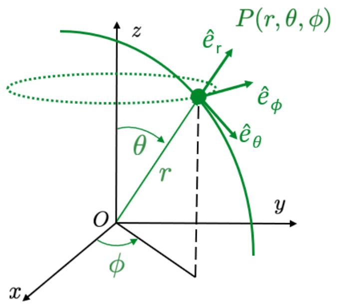
1- Cinématique : $\vec{r}(t) = \overrightarrow{OP}$ $\quad \vec{v}(t) = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}$ $\quad \vec{a}(t) = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{r}}$

Coordonnées curvilignes, ou repère de Frenet : $\vec{v}(t) = v\,\vec{\tau} = \frac{ds}{dt}\,\vec{\tau}$ $\quad \vec{a}(t) = a_\tau \vec{\tau} + a_n \vec{n} = \frac{dv}{dt}\,\vec{\tau} + \frac{v^2}{\rho}\,\vec{n}$



Coordonnées cylindriques :

$$\begin{cases} \vec{r}(t) = \rho\,\vec{e}_\rho + z\,\vec{e}_z \\ \vec{v}(t) = \dot{\rho}\,\vec{e}_\rho + \rho\dot{\phi}\,\vec{e}_\phi + \dot{z}\,\vec{e}_z \\ \vec{a}(t) = (\ddot{\rho} - \rho\dot{\phi}^2)\,\vec{e}_\rho + (2\dot{\rho}\dot{\phi} + \rho\ddot{\phi})\,\vec{e}_\phi + \ddot{z}\,\vec{e}_z \end{cases}$$



Coordonnées sphériques :

$$\begin{cases} \vec{r}(t) = r\,\vec{e}_r \\ \vec{v}(t) = \dot{r}\,\vec{e}_r + r\dot{\theta}\,\vec{e}_\theta + r\dot{\phi}\sin\theta\,\vec{e}_\phi \\ \vec{a}(t) = a_r\,\vec{e}_r + a_\theta\,\vec{e}_\theta + a_\phi\,\vec{e}_\phi \end{cases} \qquad \begin{aligned} a_r &= \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 - r\dot{\phi}^2\sin^2\theta \\ a_\theta &= r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} - r\dot{\phi}^2\cos\theta\sin\theta \\ a_\phi &= r\ddot{\phi}\sin\theta + 2r\dot{\phi}\dot{\theta}\cos\theta + 2\dot{r}\dot{\phi}\sin\theta \end{aligned}$$

2 – Référentiels accélérés :

$$\vec{v}_{\mathcal{R}}(P) = \vec{v}_{\mathcal{R}}(A) + \vec{v}_{\mathcal{R}'}(P) + \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{AP}$$

$$\vec{a}_{\mathcal{R}}(P) = \vec{a}_{\mathcal{R}'}(P) + \vec{a}_{\mathcal{R}}(A) + \dot{\vec{\omega}} \wedge \overrightarrow{AP} + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{AP}) + 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}_{\mathcal{R}'}(P)$$

3 – Newton

Dans un référentiel galiléen : $\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m\vec{a}$

4 – Balistique : La force externe est le poids $\vec{F} = m\vec{g}$

5 – Forces

Poids	Frottements secs (normes)		Frottements fluides	Ressort	Archimède
au c.d.m	Avant décrochage	Après décrochage	Régime laminaire	allongement Δl	dep.=fluide déplacé
$\vec{F} = m\vec{g}$	$F_F \leq \mu_s N$	$F_F = \mu_c N$	$\vec{F}_F = -b_l\,\vec{v}$	$\vec{F}_k = -k\,\vec{\Delta l}$	$\vec{F}_A = -\rho_{\text{dep.}} V_{\text{dep.}}\,\vec{g}$

6 – Travail, énergies

$$W_{AB}^{\vec{F}} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} \underset{\text{si conserv.}}{=} E_{\text{pot},A} - E_{\text{pot},B} \qquad E_{\text{cin}} = \frac{1}{2}mv^2$$

$$E_{\text{pot}}^{\text{pesanteur}} = mgz \qquad E_{\text{pot}}^{\text{ressort}} = \frac{1}{2}k(\Delta l)^2 \qquad E_{\text{mec}} = E_{\text{pot}} + E_{\text{cin}}$$

Équilibre stable (minimum)	Équilibre instable (maximum)
$\dfrac{dE_{\text{pot}}}{dx} = 0$ et $\dfrac{d^2E_{\text{pot}}}{dx^2} > 0$	$\dfrac{dE_{\text{pot}}}{dx} = 0$ et $\dfrac{d^2E_{\text{pot}}}{dx^2} < 0$

7 – Chocs frontaux élastiques

$$\vec{v}_1' = \frac{(m_1 - m_2)\vec{v}_1 + 2m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2} \qquad \vec{v}_2' = \frac{(m_2 - m_1)\vec{v}_2 + 2m_1\vec{v}_1}{m_1 + m_2}$$

8 – Oscillateurs harmoniques

Oscillations libres, équation : $\ddot{x}(t) + \Omega_0^2\, x(t) = 0$. Solution : x$(t) = A\cos(\Omega_0 t) + B\sin(\Omega_0 t) = C\cos(\Omega_0 t + \varphi)$

$$E_p = A(x - x_0)^2 + E_{p,0}$$

Oscillateur amorti, équation : $\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \Omega_0^2 x = 0$

Amortissement critique ($\gamma = \Omega_0$)	Amortissement fort ($\gamma > \Omega_0$)	Régime sous-critique ($\gamma < \Omega_0$)
γ racine double de l'equ. homogène	λ_1 et λ_2 racines de l'équ. homogène	$\omega = \sqrt{\Omega_0^2 - \gamma^2}$
$x(t) = (A + Bt)e^{-\gamma t}$	$x(t) = Ae^{\lambda_1 t} + Be^{\lambda_2 t}$	$x(t) = e^{-\gamma t}(A'\cos\omega t + B'\sin\omega t)$

Oscillations amorties forcées $\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \Omega_0^2 x = f_0\cos(\omega_e t)$
Solution du régime permanent :

$$x_1(t) = A(\omega_e)\cos(\omega_e t + \phi(\omega_e))$$

Avec

$$A(\omega_e) = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_e^2 - \Omega_0^2)^2 + 4\gamma^2\omega_e^2}} \qquad \tan\phi = \frac{2\gamma\omega_e}{\omega_e^2 - \Omega_0^2}$$

ou $\phi \in [-\pi, 0[$

9 – Moment cinétique, gravitation : $\vec{L}_O = \overrightarrow{OP} \wedge \vec{p} \qquad \vec{M}_O = \overrightarrow{OP} \wedge \vec{F}$

$$\vec{F}_G = -\frac{GMm}{r^2}\vec{e}_r \qquad E_P^G = -\frac{GMm}{r} \qquad E_m = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \frac{L_O^2}{2mr^2} - \frac{GMm}{r}$$

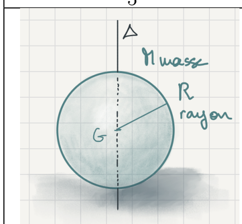
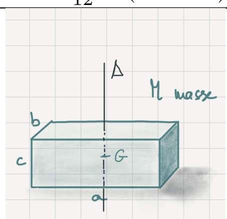
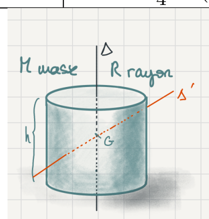
10 – Solide indéformable, en rotation autour d'un axe.

$$E_{c,rot} = \frac{1}{2}I_z\omega^2$$

X point fixe ou Centre de masse ou point de vitesse colinéaire à celle du CDM ; rotation autour d'un axe principal d'inertie

$$\sum \vec{M}_X^{\text{ext}} = \frac{d\vec{L}_X^{\text{solide}}}{dt} \qquad \vec{L}_X^{\text{solide}} = I_z\vec{\omega}$$

Moments d'inertie

<table>
<tr><th>boule homogène</th><th>parallélépipède homogène</th><th colspan="2">cylindre homogène</th></tr>
<tr><td>$I_\Delta = \frac{2}{5}MR^2$</td><td>$I_\Delta = \frac{1}{12}M(a^2 + b^2)$</td><td>$I_\Delta = \frac{1}{2}MR^2$</td><td>$I_{\Delta'} = \frac{1}{4}M(R^2 + \frac{h^2}{3})$</td></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td><td colspan="2">
</td></tr>
</table>

Steiner : moment d'inertie par rapport à un axe (Oz) distant de a de l'axe (Gz) : $I_{Oz} = I_{Gz} + ma^2$