

IX. Moment cinétique ; Gravitation

Dr. Yves Revaz

2025



Plan du cours

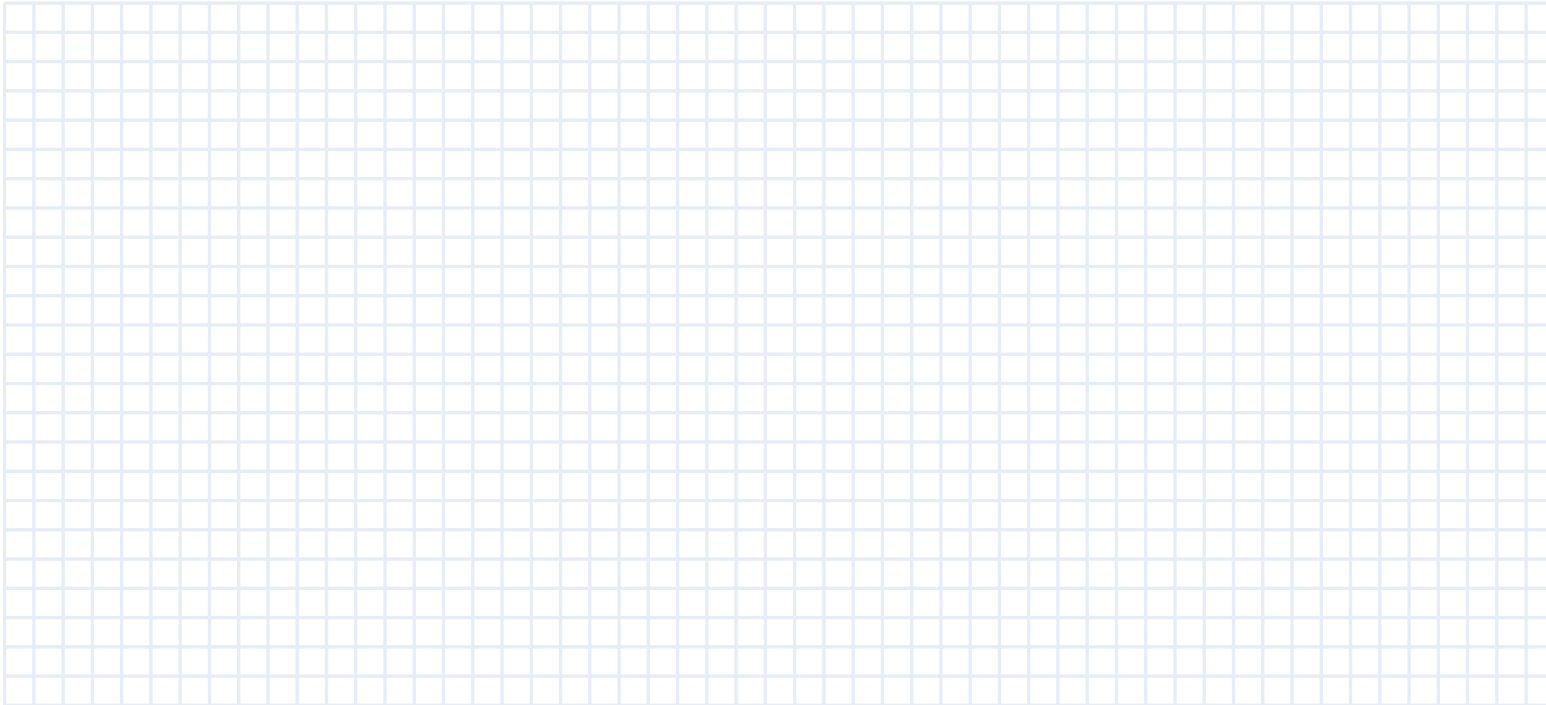
- I - Cinématique
- II - Référentiel accélérés
- III - Lois de Newton
- IV - Balistique – effet d'une force constante et uniforme
- V - Forces ; application des lois de Newton
- VI - Travail, Energie, principes de conservation
- VII - Chocs, systèmes de masse variable
- VIII - Oscillateur harmonique
- IX - Moment cinétique ; Gravitation
- X - Solide indéformable
- XI - Application du solide indéformable

Table des matières

- 1 - Moment cinétique et moment d'une force
- 2 - Force centrale
- 3 - Gravitation
- 4 - Analyse énergétique de la force gravitationnelle

1 - Moment cinétique et moment d'une force.

Bras de levier



- ▶ **Le moment cinétique** permet de caractériser la rotation autour d'un point O
- ▶ **le moment de la force** permet de caractériser la capacité d'une force à provoquer un mouvement de rotation.

Point P de masse m , ayant une quantité de mouvement \vec{p} et soumis à une force extérieure \vec{F} .



Le **moment cinétique** par rapport au point O est :

$$\vec{L}_O = \vec{OP} \wedge \vec{p}$$

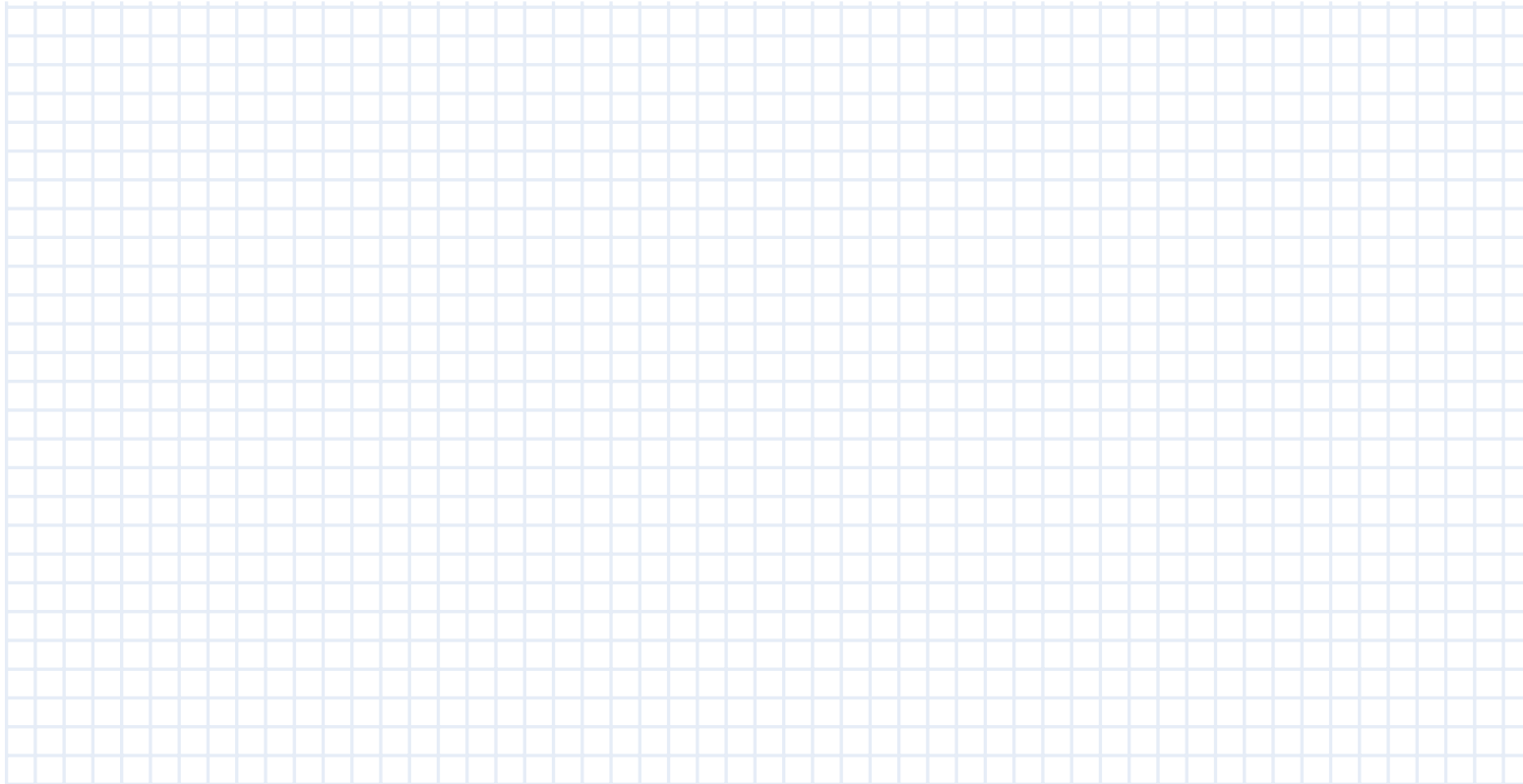
Le **moment de la force** \vec{F} par rapport au point O est :

$$\vec{M}_O = \vec{OP} \wedge \vec{F}$$

Théorème du moment cinétique

$$\frac{d}{dt} (\vec{L}_O) = \vec{M}_O$$

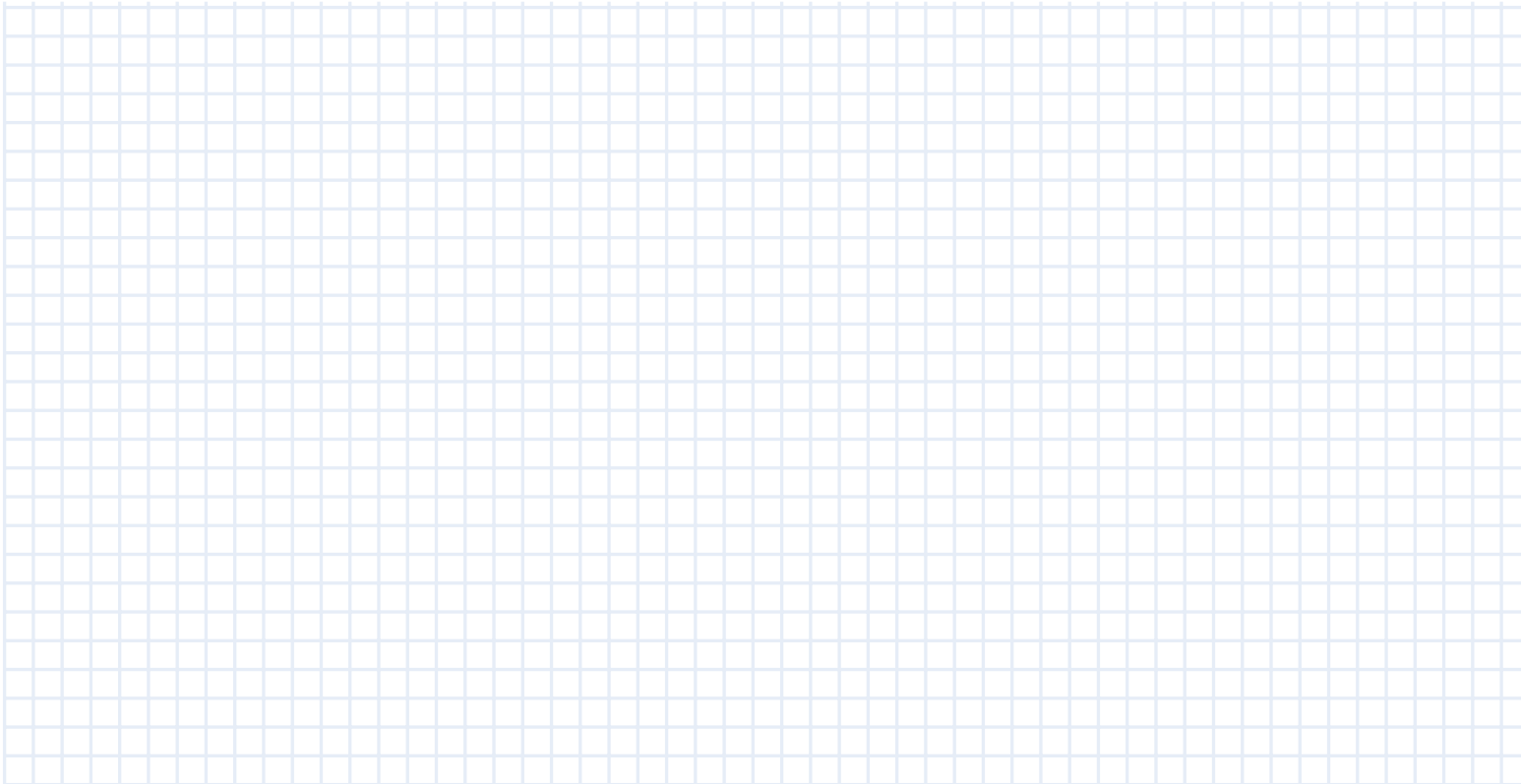
Choix du point de référence



Exemple 1 : mouvement circulaire



Exemple 2 : mouvement curviligne plan en coordonnées cylindriques



Corollaire du théorème du moment cinétique :

Le moment cinétique d'un système isolé est constant

(grandeur conservée)

En effet, si le système est isolé, alors

$$\sum \vec{F}^{\text{ext}} = 0$$

et donc

$$\vec{M}_0 = 0$$

Et comme, d'après le théorème du moment cinétique :

$$\frac{d}{dt} (\vec{L}_0) = \vec{M}_0 = 0$$

on en déduit que :

$$\vec{L}_0 = cte$$

Exemple 3 : mouvement rectiligne uniforme

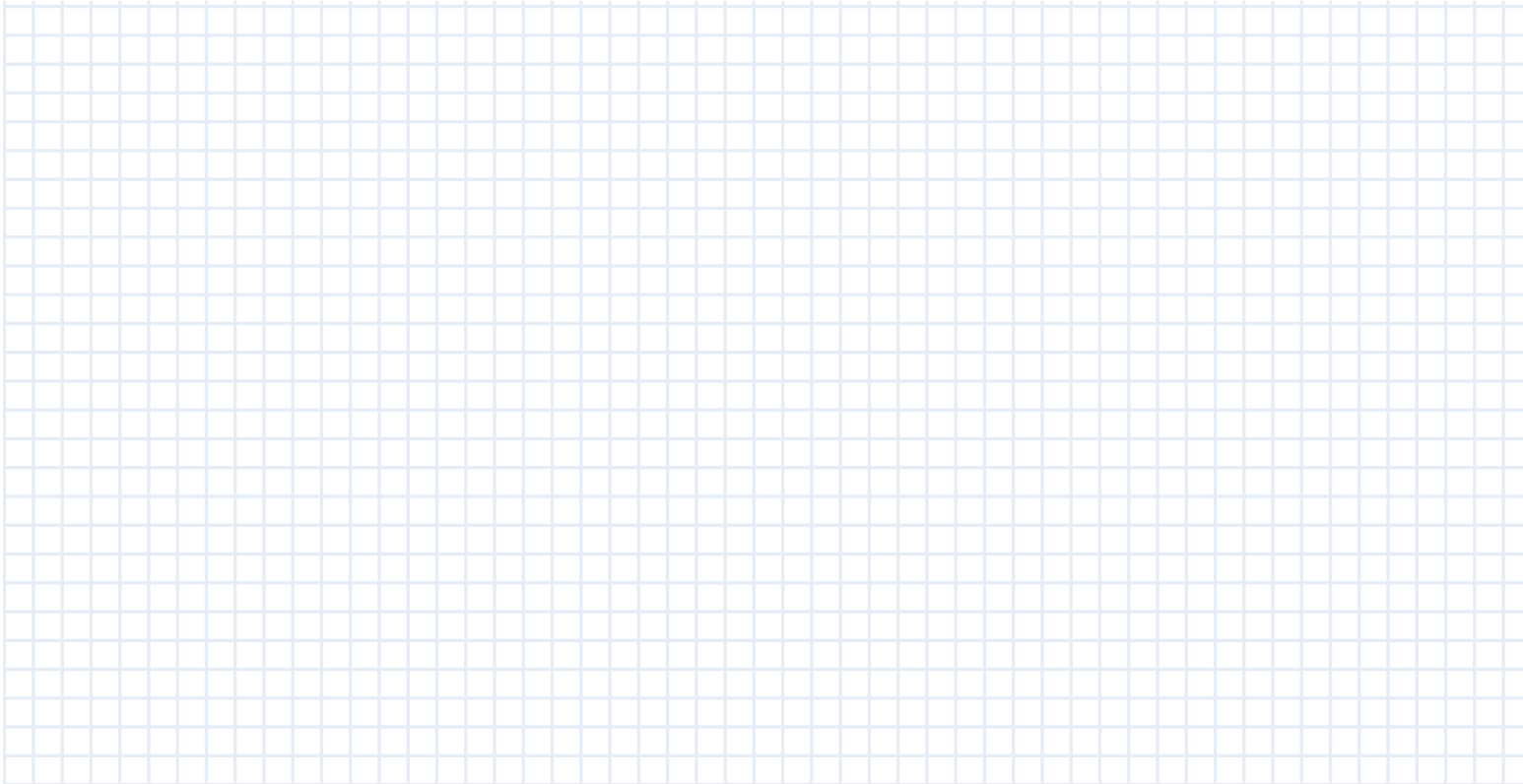
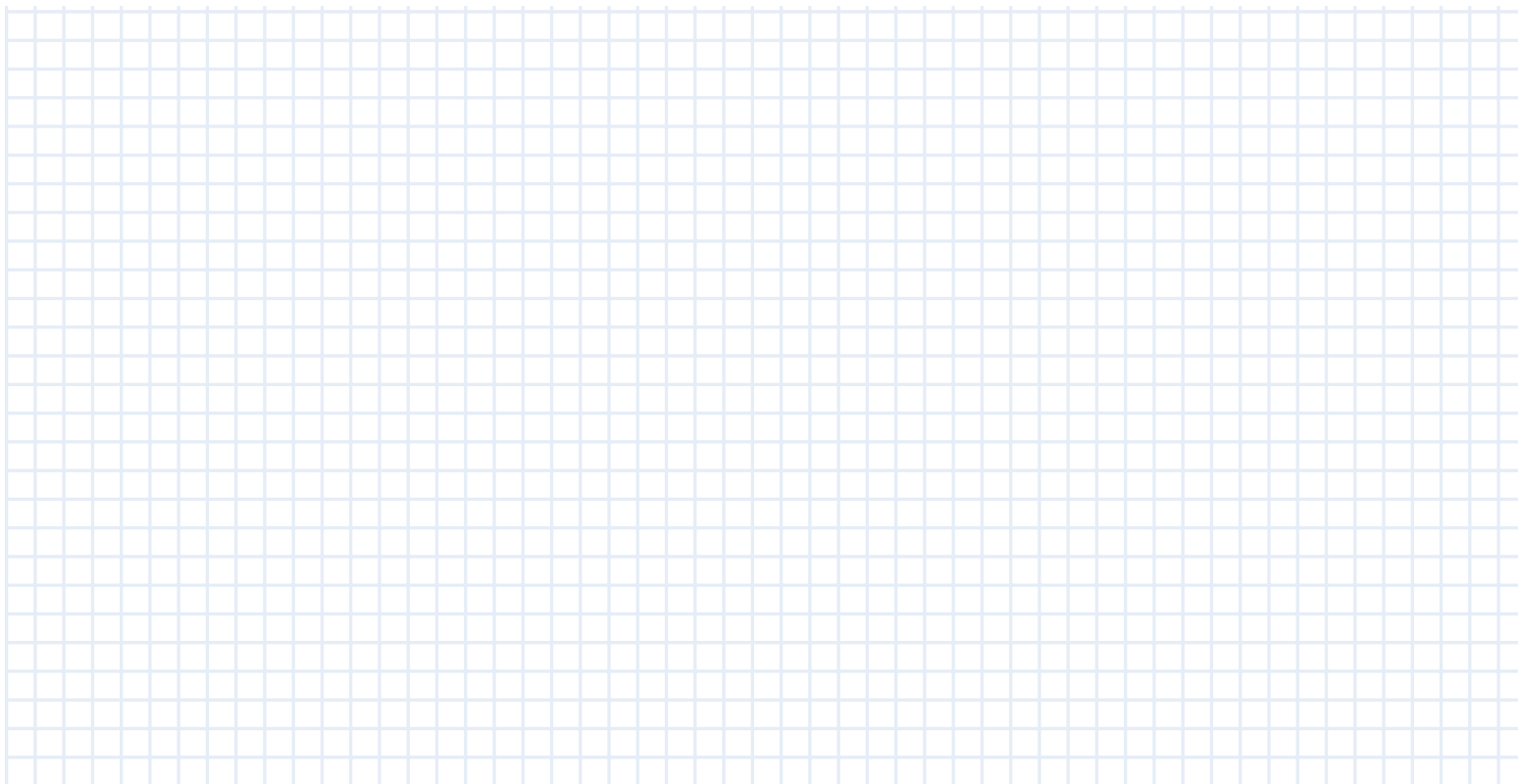


Table des matières

- 1 - Moment cinétique et moment d'une force
- 2 - Force centrale
- 3 - Gravitation
- 4 - Analyse énergétique de la force gravitationnelle

2 - Force centrale



Résumé :

Une force centrale de centre O est telle que \vec{F} colinéaire à \vec{OP}

Le moment par rapport à O d'une force centrale de centre O est nul.

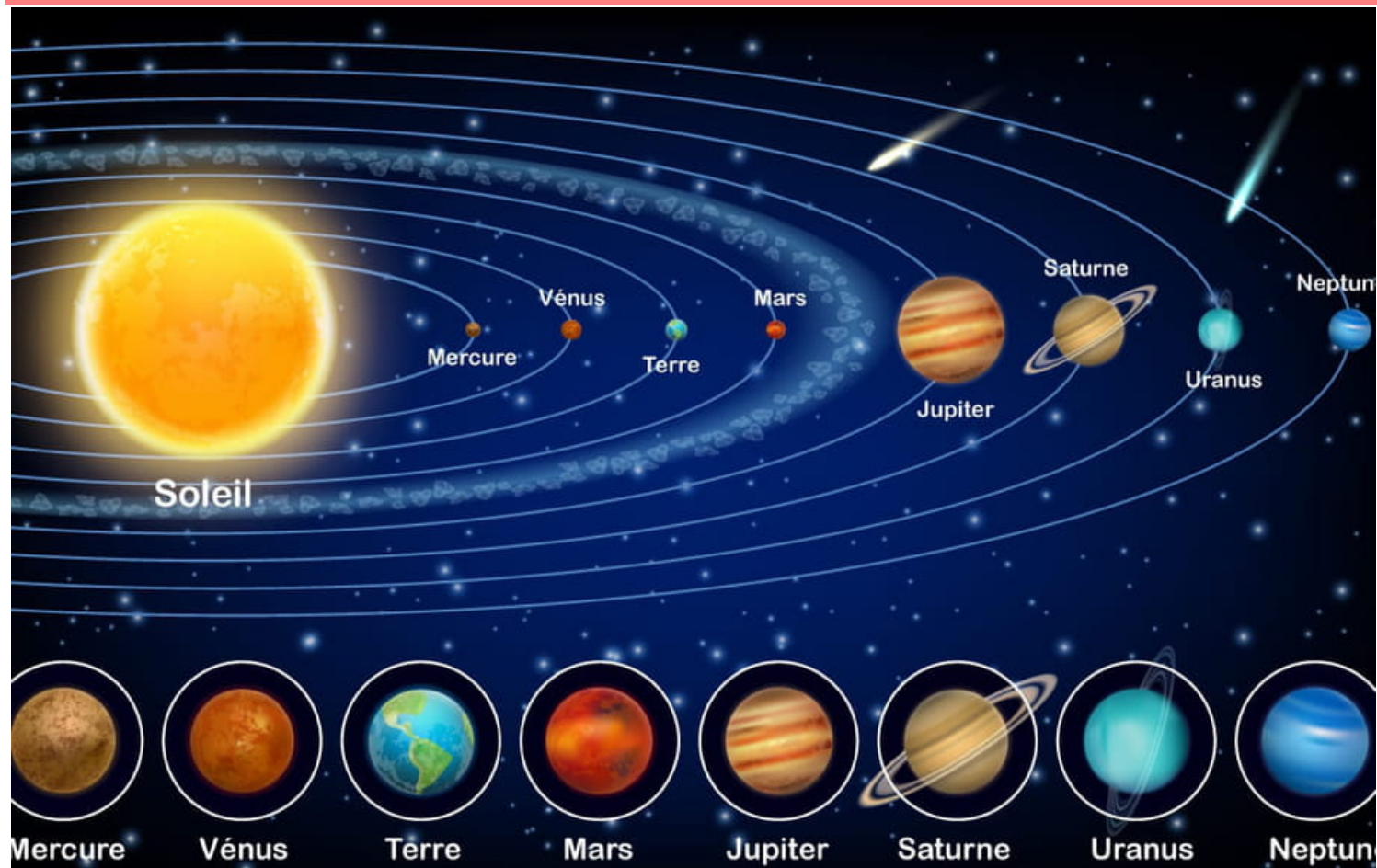
Donc le moment cinétique par rapport à O d'un point soumis à une force centrale de centre O est constant

$$\frac{d}{dt}\vec{L}_O = \vec{0}$$

Table des matières

- 1 - Moment cinétique et moment d'une force
- 2 - Force centrale
- 3 - Gravitation
- 4 - Analyse énergétique de la force gravitationnelle





3 - Gravitation : les grandes structures de l'Univers



<https://longread.epfl.ch/en/dossier/archaeology-of-light/>

3 - Gravitation : les galaxies



3 - Gravitation

Rappel historique :



Nicolas Copernic :
1473 – 1543

- ▶ théorie de l'**héliocentrisme** : la Terre tourne autour du Soleil, supposé au centre de l'Univers
- ▶ *De Revolutionibus Orbium Coelestium (Des révolutions des sphères célestes)*, 1543

3 - Gravitation

Rappel historique :



- ▶ observations très précises des positions de la planète Mars
- ▶ **géo-héliocentrique** : la Terre reste immobile au centre de l'univers, les autres planètes tournent autour du soleil

Tycho Brahe :
1546 – 1601

3 - Gravitation

Rappel historique : lois de Kepler (1571-1630) :

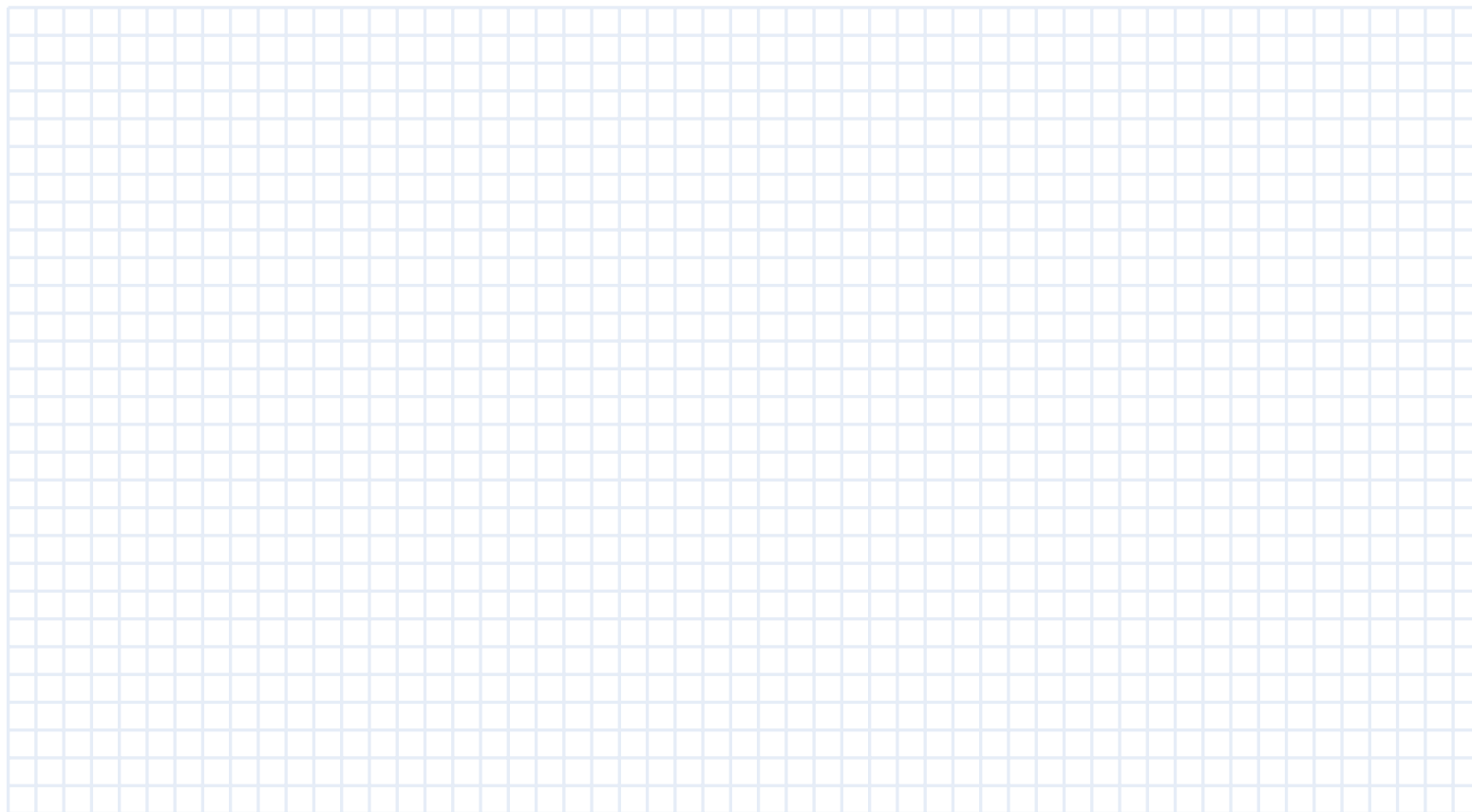


Johannes Kepler :
1571 – 1630

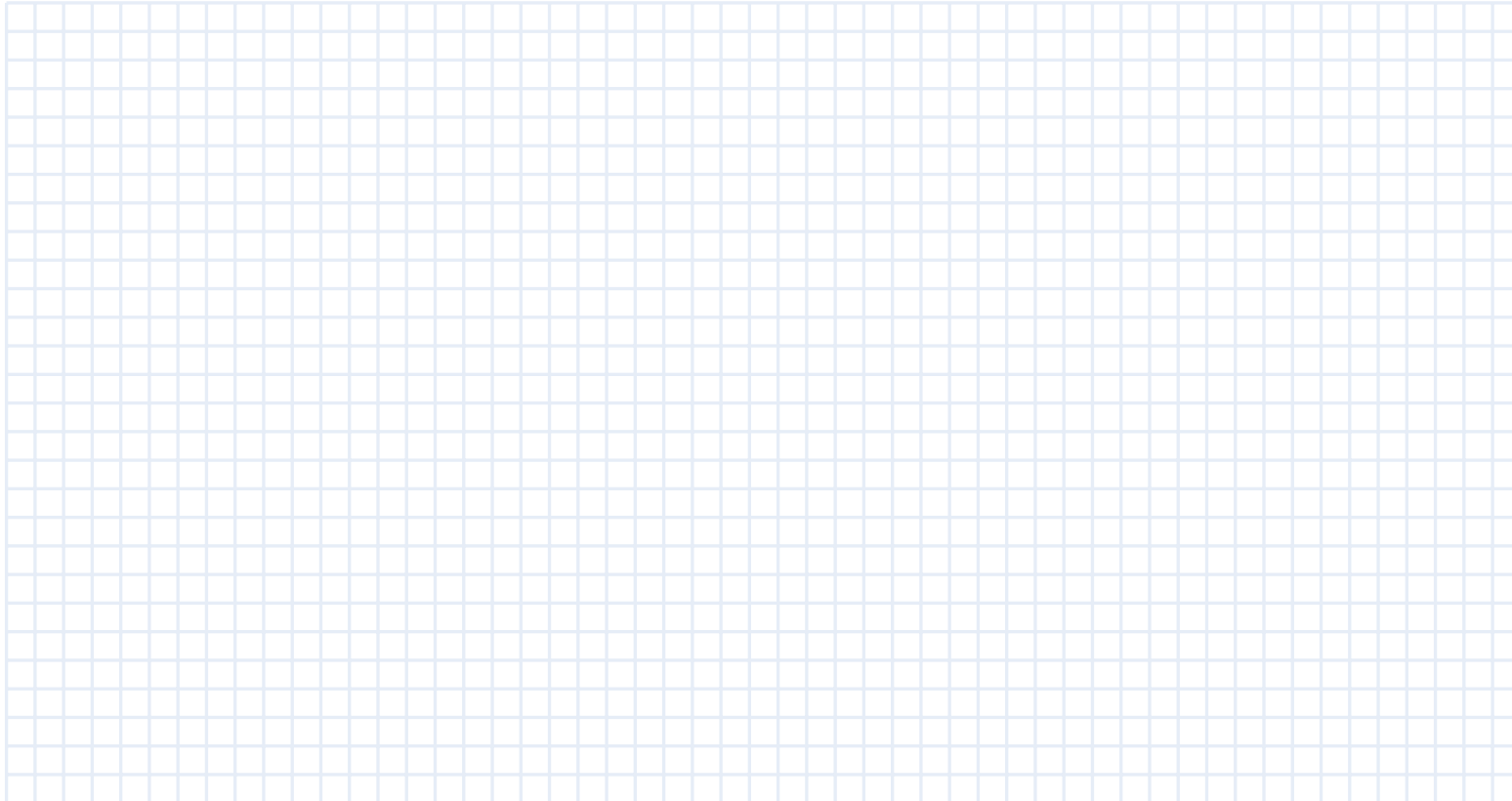
- 1– Les planètes tournent autour du Soleil en décrivant des ellipses dont cet astre occupe un des foyers.
- 2– Les aires des surfaces décrites par les rayons vecteurs sont proportionnelles aux temps employés à les balayer.
- 3– Les carrés des temps des révolutions des planètes autour du Soleil sont entre eux comme les cubes des grands axes de leurs orbites.

Grâce aux lois de Kepler, Newton arrive à l'expression de la force de gravitation.

Théorèmes de Newton



Liens entre gravitation et poids.



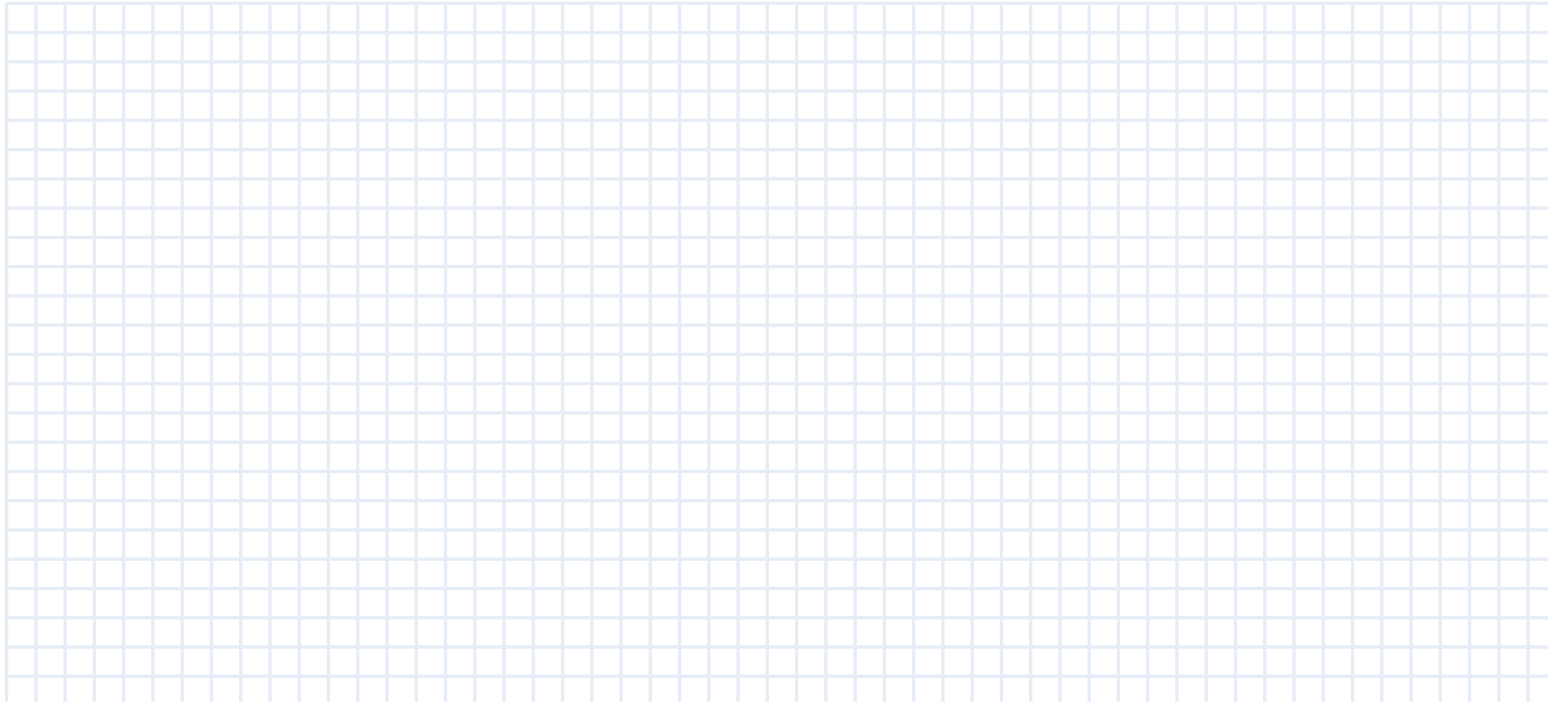
Des lois de Newton on retrouve les lois de Kepler (élargies)

Le mouvement d'un objet dans le champ de gravitation créé par une masse ponctuelle est une cône. La masse ponctuelle occupe le foyer.



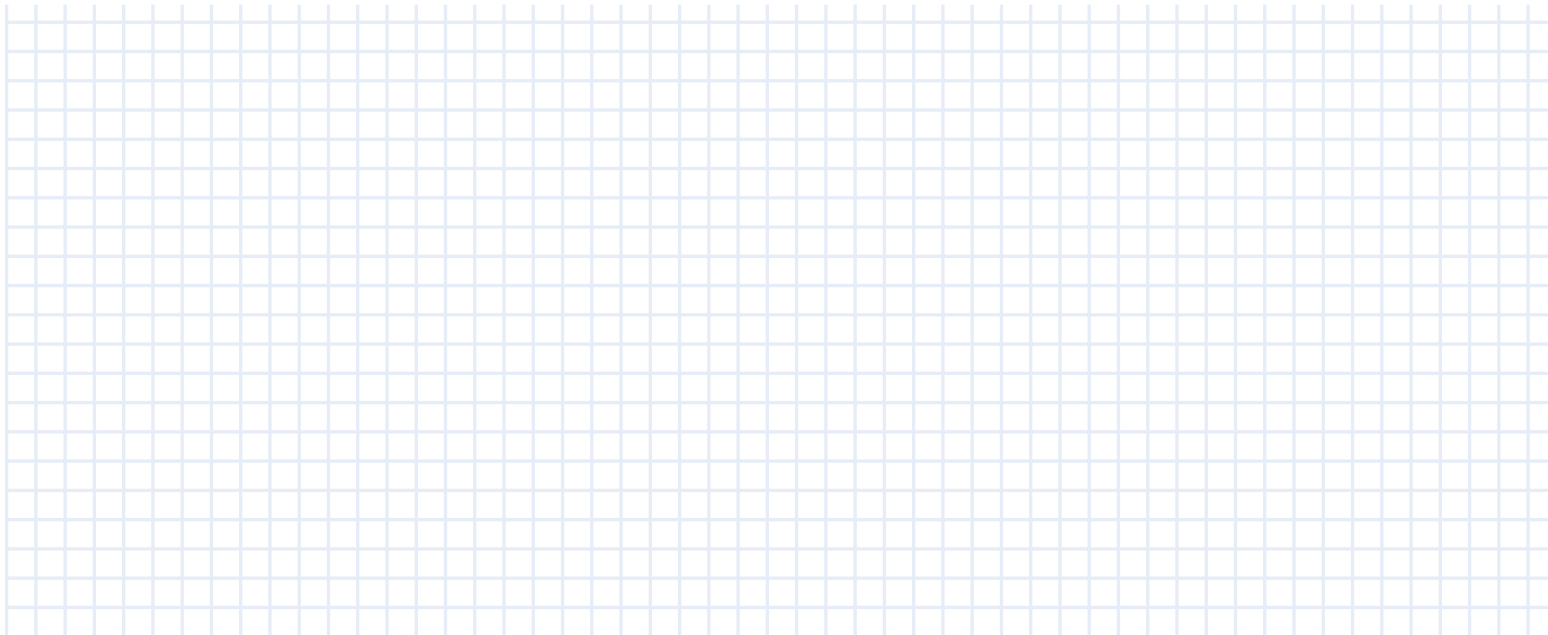
Deuxième loi de Kepler

Les aires des surfaces décrites par les rayons vecteurs sont proportionnelles aux temps employés à les balayer.



Cas le plus simple : mouvement circulaire

analyser le mouvement ; montrer qu'il est uniforme ; Calculer la vitesse en fonction du rayon de la trajectoire.





Matière noire dans les galaxies

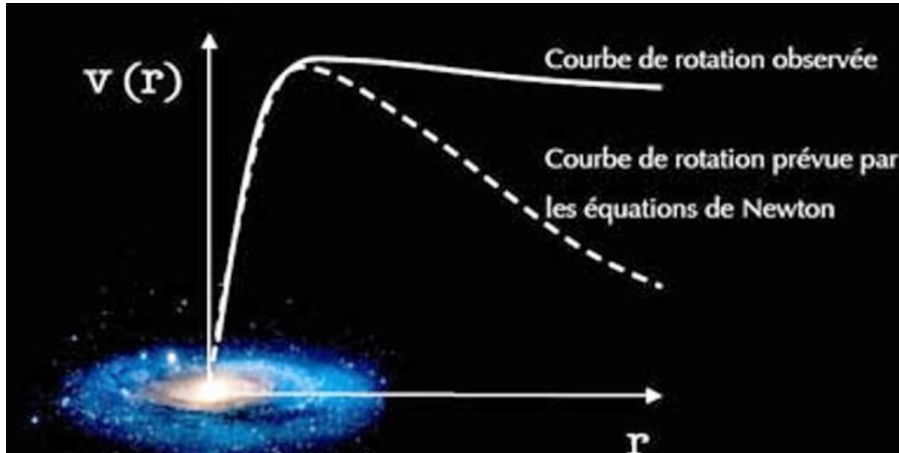
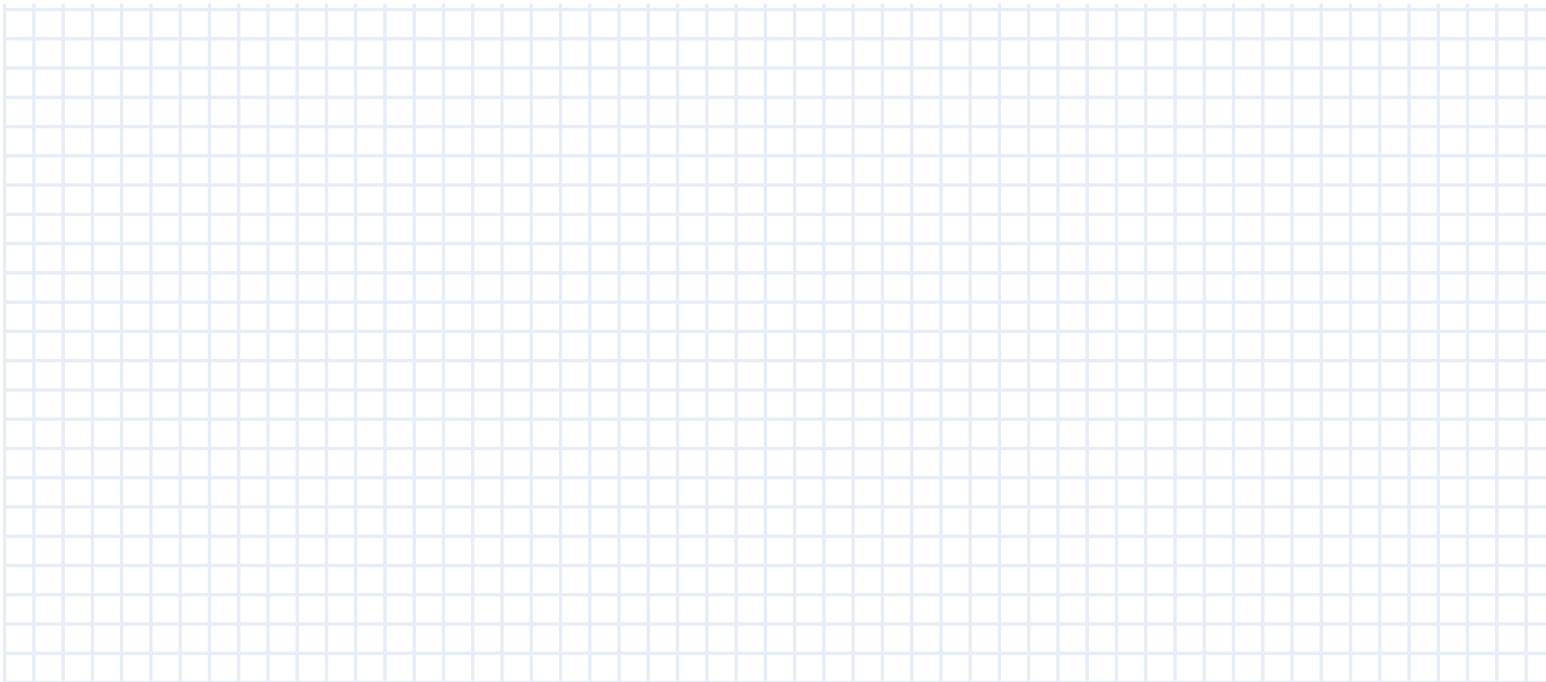


Table des matières

- 1 - Moment cinétique et moment d'une force
- 2 - Force centrale
- 3 - Gravitation
- 4 - Analyse énergétique de la force gravitationnelle

4 - Analyse énergétique de la force gravitationnelle

Énergie potentielle de gravitation :



Vitesse de libération

Quelle est la vitesse de libération d'un objet sur Terre ? (Vitesse qu'il faut communiquer à un objet pour qu'il échappe à l'attraction gravitationnelle de la terre)



Trous noirs

Un trou noir est un objet pour lequel la lumière (les photons) ne peut pas s'échapper.

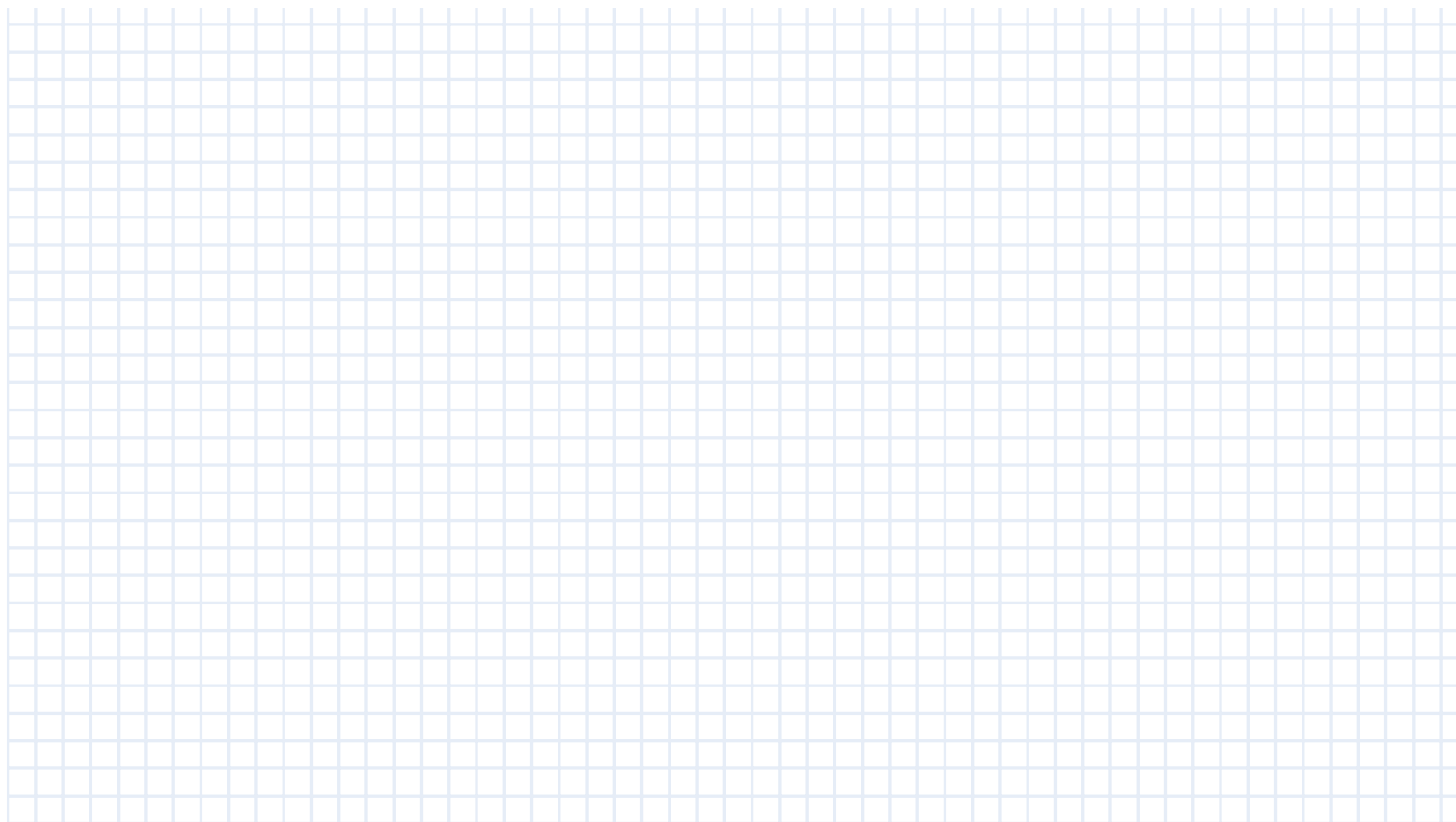
Trous noirs de Schwarzschild

Un trou noir de Schwarzschild est un trou noir qui se caractérise par une charge nulle et un **moment cinétique nul (pas de rotation)**.

Notion d'énergie potentielle effective

Conservation de l'énergie

$$E = E_c + E_p = \text{cte}$$
$$E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GmM}{r} = \text{cte}$$



$$E = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 + \frac{1}{2} \frac{L_O^2}{m r^2} - \frac{GmM}{r}$$

Force effective :



$$E = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 + \frac{1}{2} \frac{L_O^2}{m r^2} - \frac{GmM}{r}$$

Potentiel effectif :



$$E = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 + \frac{1}{2} \frac{L_O^2}{m r^2} - \frac{GmM}{r}$$

