

VII. Chocs ; systèmes de masse variable

Dr. Yves Revaz

2025



Plan du cours

- I - Cinématique
- II - Référentiel accélérés
- III - Lois de Newton
- IV - Balistique – effet d'une force constante et uniforme
- V - Forces ; application des lois de Newton
- VI - Travail, Energie, principes de conservation
- VII - Chocs, systèmes de masse variable
- VIII - Oscillateur harmonique
- IX - Moment cinétique ; Gravitation
- X - Solide indéformable
- XI - Application du solide indéformable

Table des matières

- 1 - Motivation
- 2 - Centre de masse ; référentiel centre-de-masse
- 3 - Types de chocs
- 4 - Chocs élastiques
- 5 - Choc mou ou parfaitement inélastique
- 6 - Système de masse variable : fusée

1. Motivation

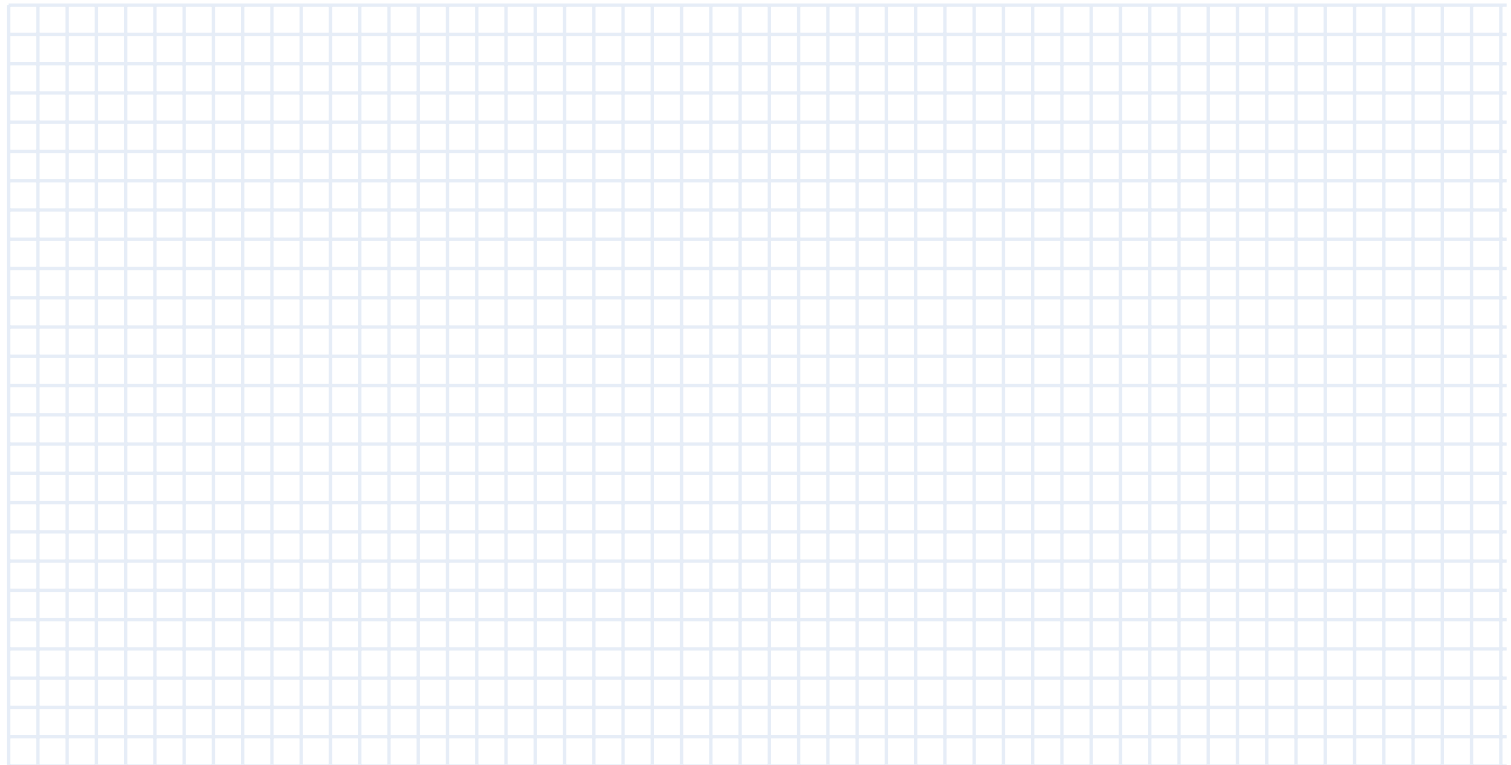


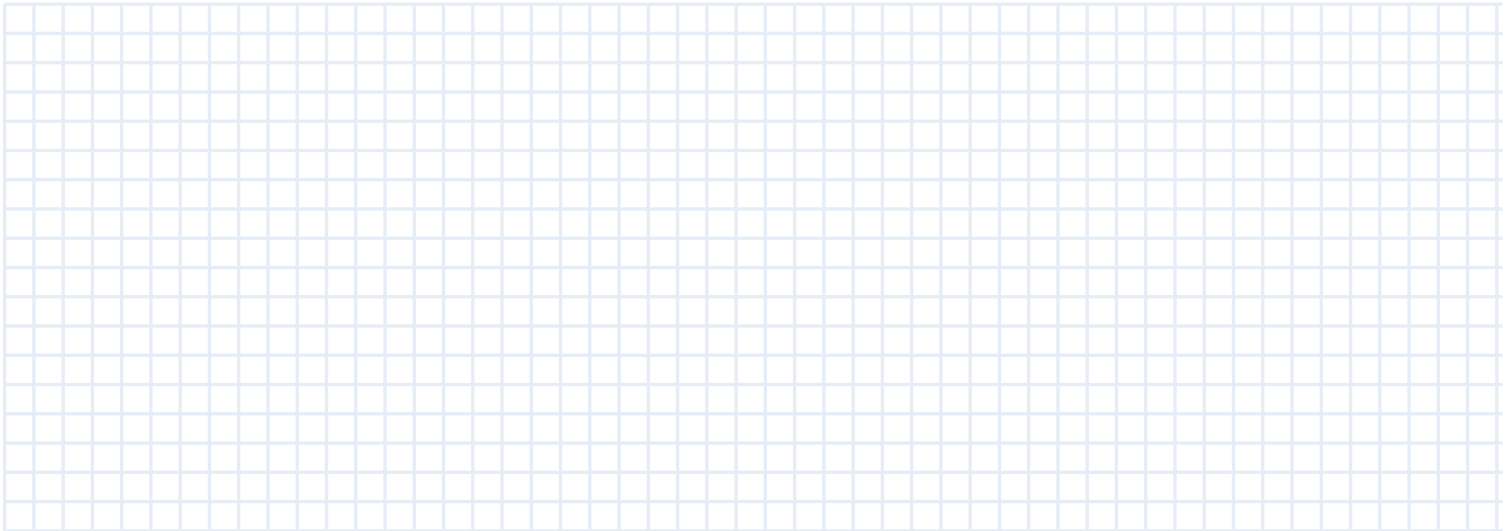
Table des matières

- 1 - Motivation
- 2 - Centre de masse ; référentiel centre-de-masse
- 3 - Types de chocs
- 4 - Chocs élastiques
- 5 - Choc mou ou parfaitement inélastique
- 6 - Système de masse variable : fusée

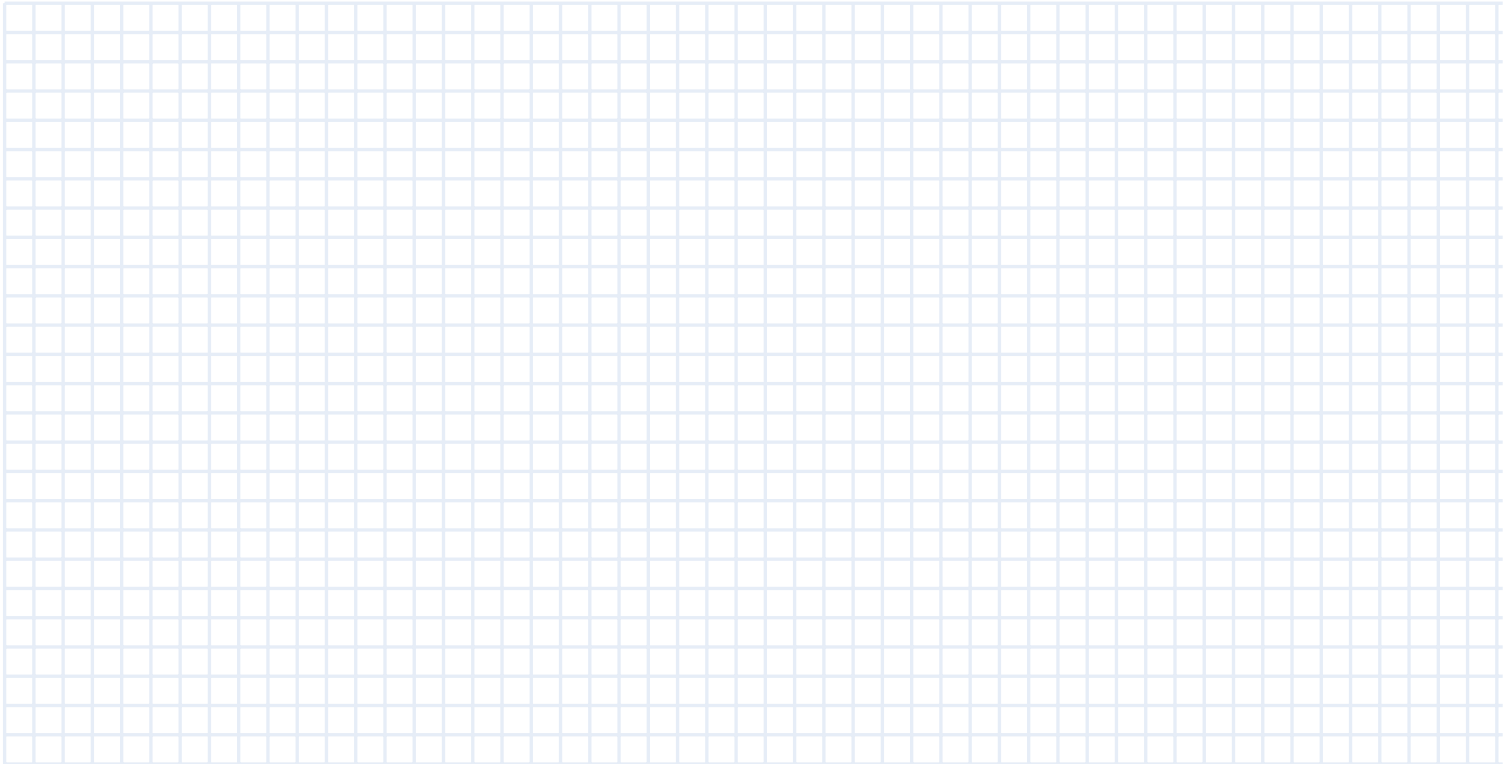
2 - Centre de masse ; référentiel centre-de-masse

Soit un **système** de N particules (m_1, m_2, \dots, m_N) à des positions ($\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N$) dans un référentiel ($O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$)

Par définition, le centre de masse G du système est donné par



Loi de Newton pour le système total : $\sum \vec{F}^{\text{ext}} = M\vec{a}_G$



Loi de Newton pour le système total

$\vec{v}_G = \frac{d\vec{r}_G}{dt} = \frac{d}{dt}\vec{OG}$ est la vitesse du centre de masse

$$\vec{P} = M\vec{v}_G$$

Avec \vec{P} quantité de mouvement totale et M masse totale

$$\sum \vec{F}^{\text{ext}} = M\vec{a}_G = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

Avec $\sum \vec{F}^{\text{ext}}$ somme des force externes et \vec{a}_G accélération du centre de masse.

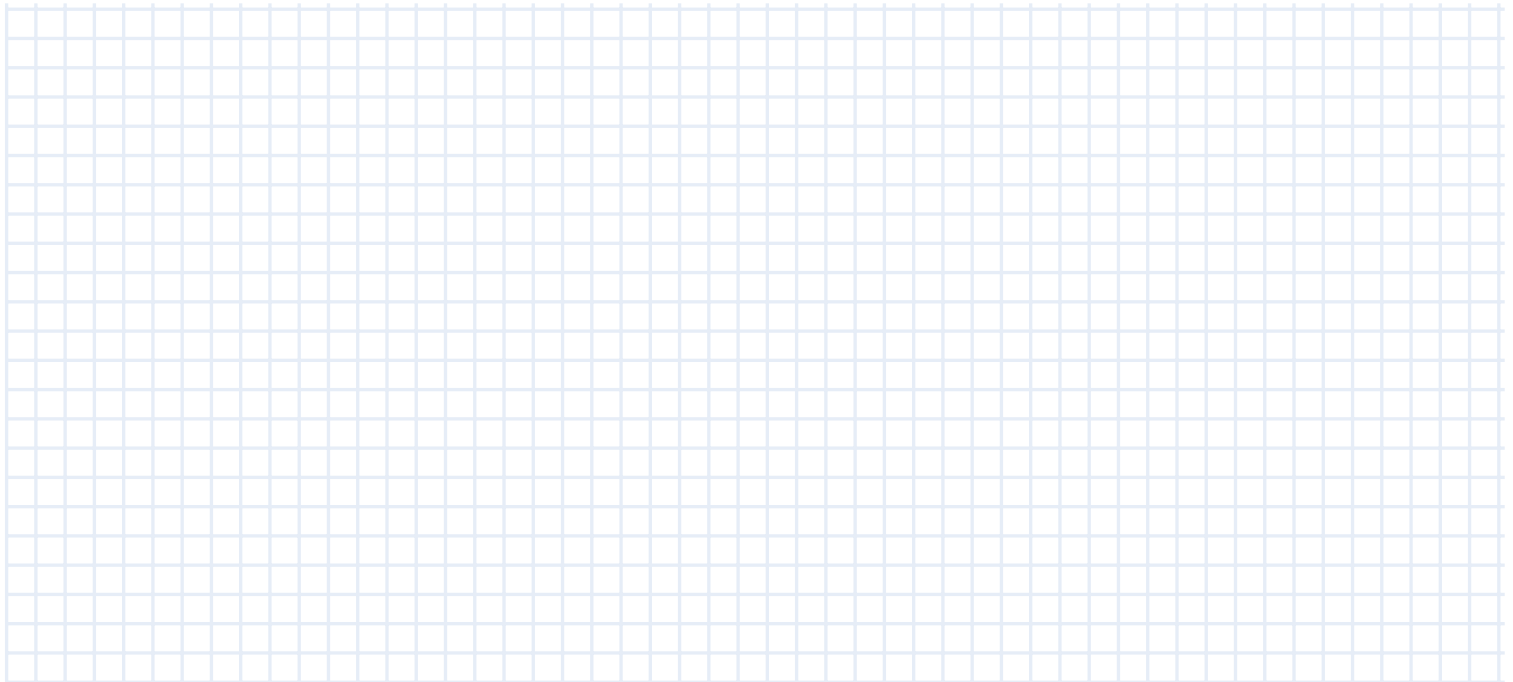
Le **référentiel centre-de-masse (cdm)** est le référentiel qui a pour origine G et se déplace avec lui à \vec{v}_G .

Si $\sum \vec{F}^{\text{ext}} = \vec{0}$ alors le référentiel cdm est galiléen.

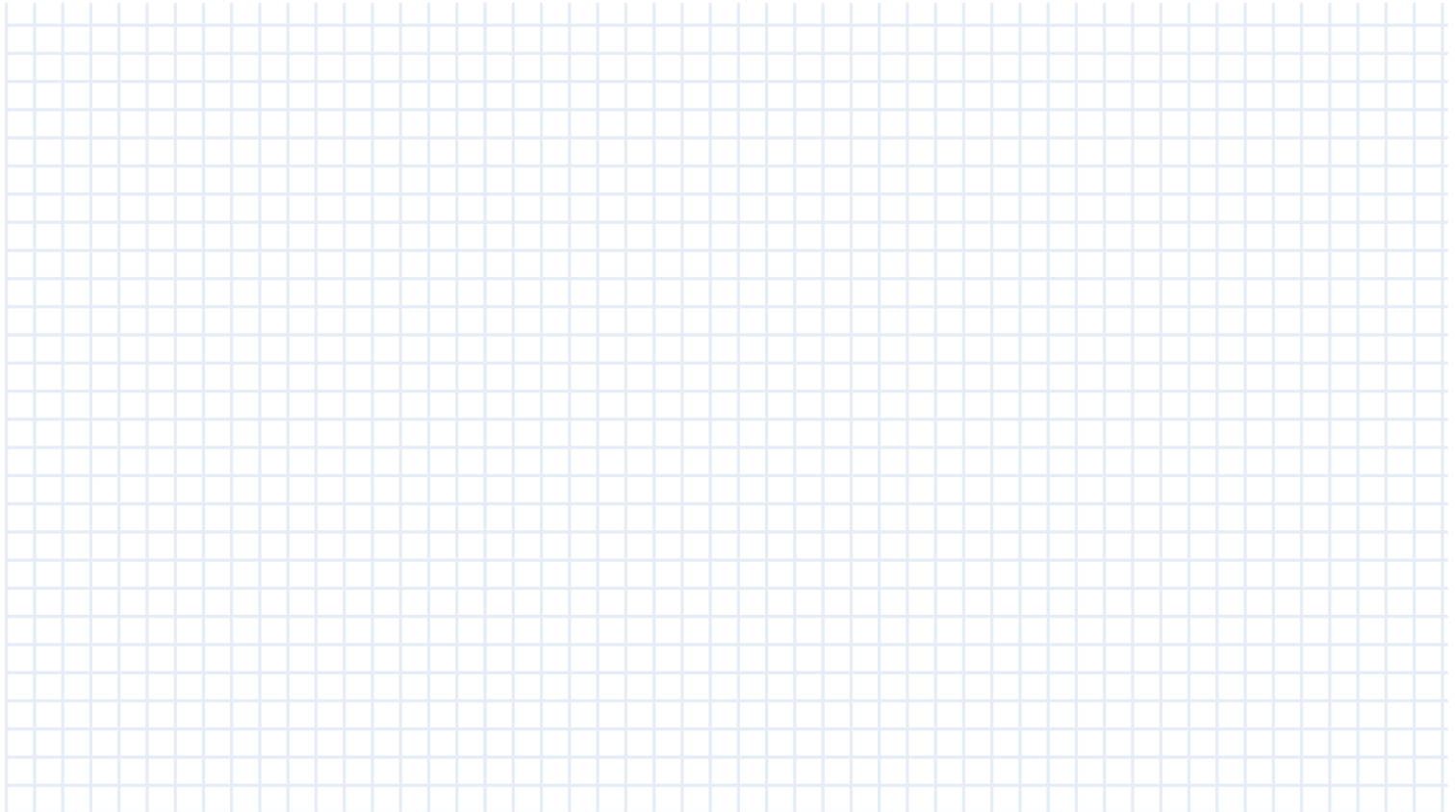
La particule α a une vitesse \vec{v}_α dans $(0, x, y, z)$ et \vec{V}_α dans le référentiel centre-de-masse.

Cas de 2 particules

Deux particules, masse m_1 et m_2 . Vitesses \vec{v}_1 et \vec{v}_2 dans \mathcal{R} .



Quantités de mouvement :



Résumé : Deux particules, masse m_1 et m_2 . Vitesses \vec{v}_1 et \vec{v}_2 dans \mathcal{R} .

Le cdm à une vitesse \vec{v}_G et dans le réf. cdm les particules ont les vitesses \vec{V}_1 et \vec{V}_2

$$\vec{v}_G = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

$$\vec{V}_1 = -\frac{m_2}{m_1 + m_2}(\vec{v}_2 - \vec{v}_1); \quad \vec{V}_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2}(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$$

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

$$\vec{P}_1 = m_1 \vec{V}_1 = -\mu(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) \quad \vec{P}_2 = m_2 \vec{V}_2 = \mu(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$$

Table des matières

- 1 - Motivation
- 2 - Centre de masse ; référentiel centre-de-masse
- 3 - Types de chocs
- 4 - Chocs élastiques
- 5 - Choc mou ou parfaitement inélastique
- 6 - Système de masse variable : fusée

3 - Types de chocs

On considère le cas $\sum \vec{F}^{\text{ext}} = \vec{0}$, donc \vec{P}_{tot} est conservée.

Choc élastique : l'énergie mécanique est conservée, pas de dissipation d'énergie (balle rebondissante).

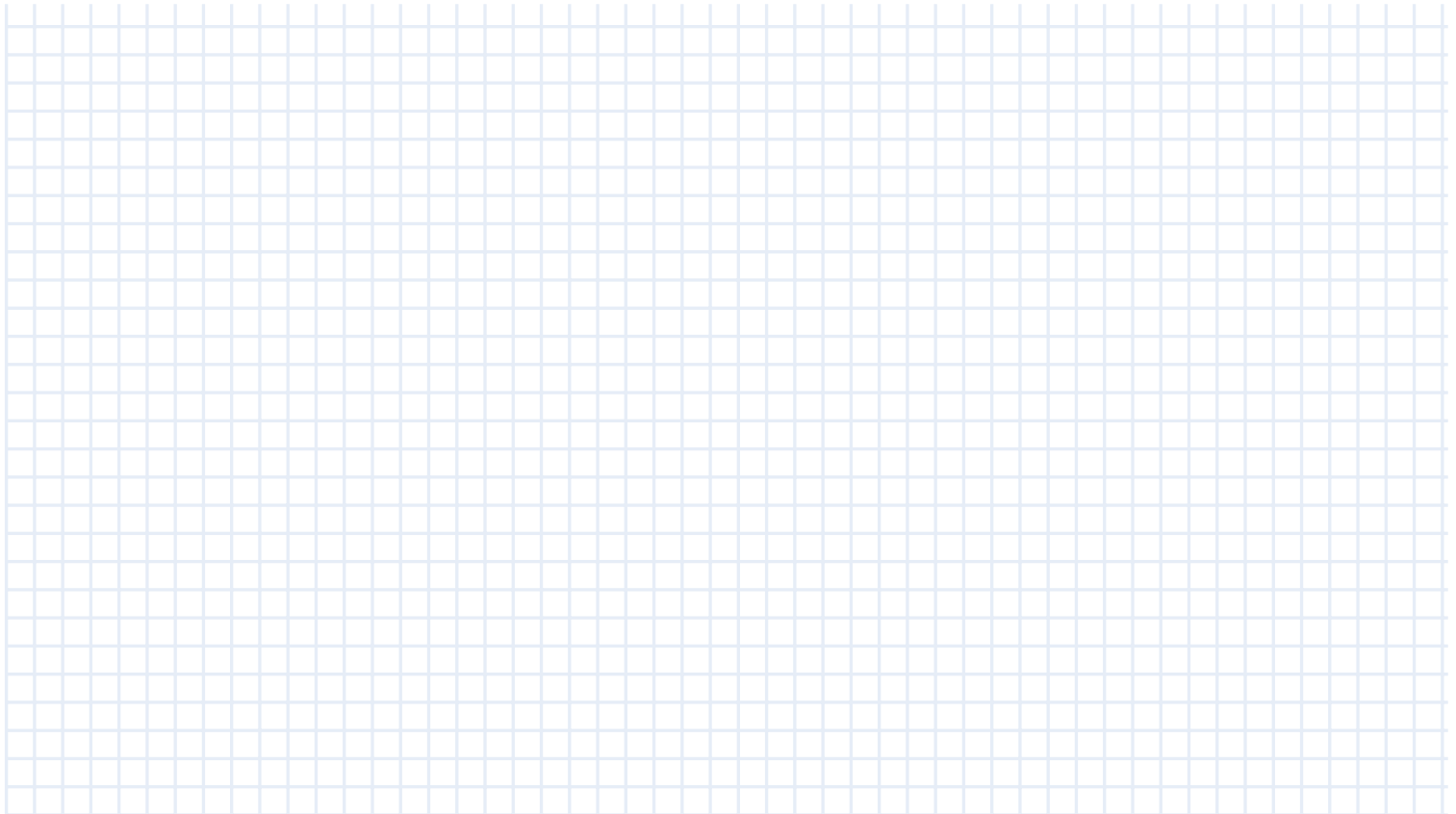
Choc parfaitement inélastique/choc mou : pas de rebondissement, les objets restent collés après le choc (conversion d'énergie cinétique en chaleur)

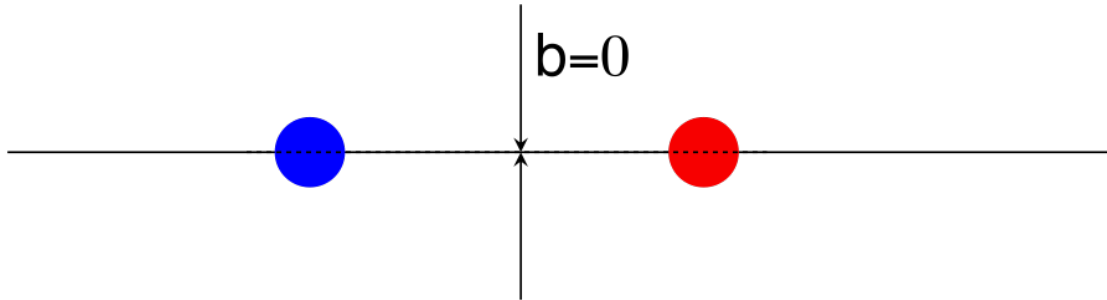
Les cas réels sont presque toujours entre les deux.

Table des matières

- 1 - Motivation
- 2 - Centre de masse ; référentiel centre-de-masse
- 3 - Types de chocs
- 4 - Chocs élastiques
- 5 - Choc mou ou parfaitement inélastique
- 6 - Système de masse variable : fusée

4 - Chocs élastiques

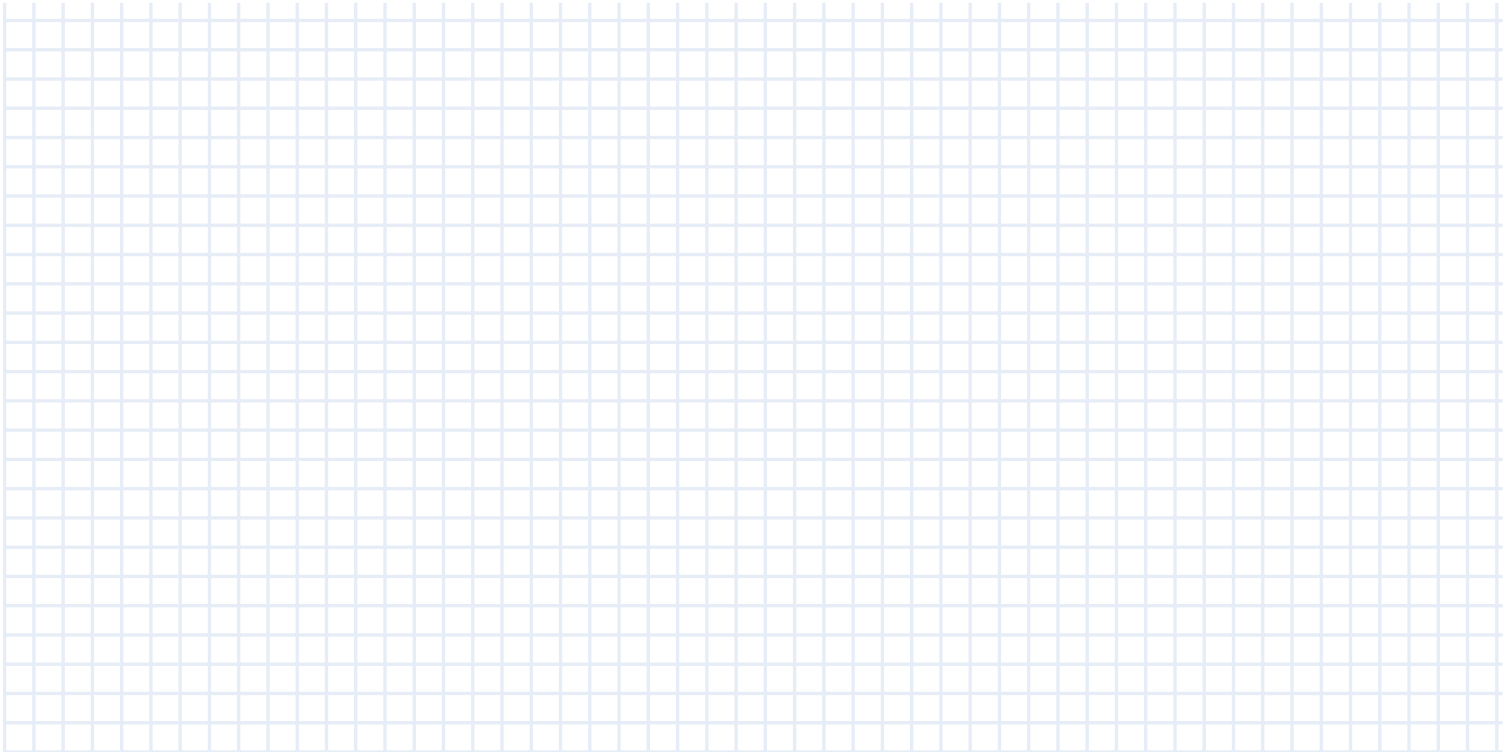


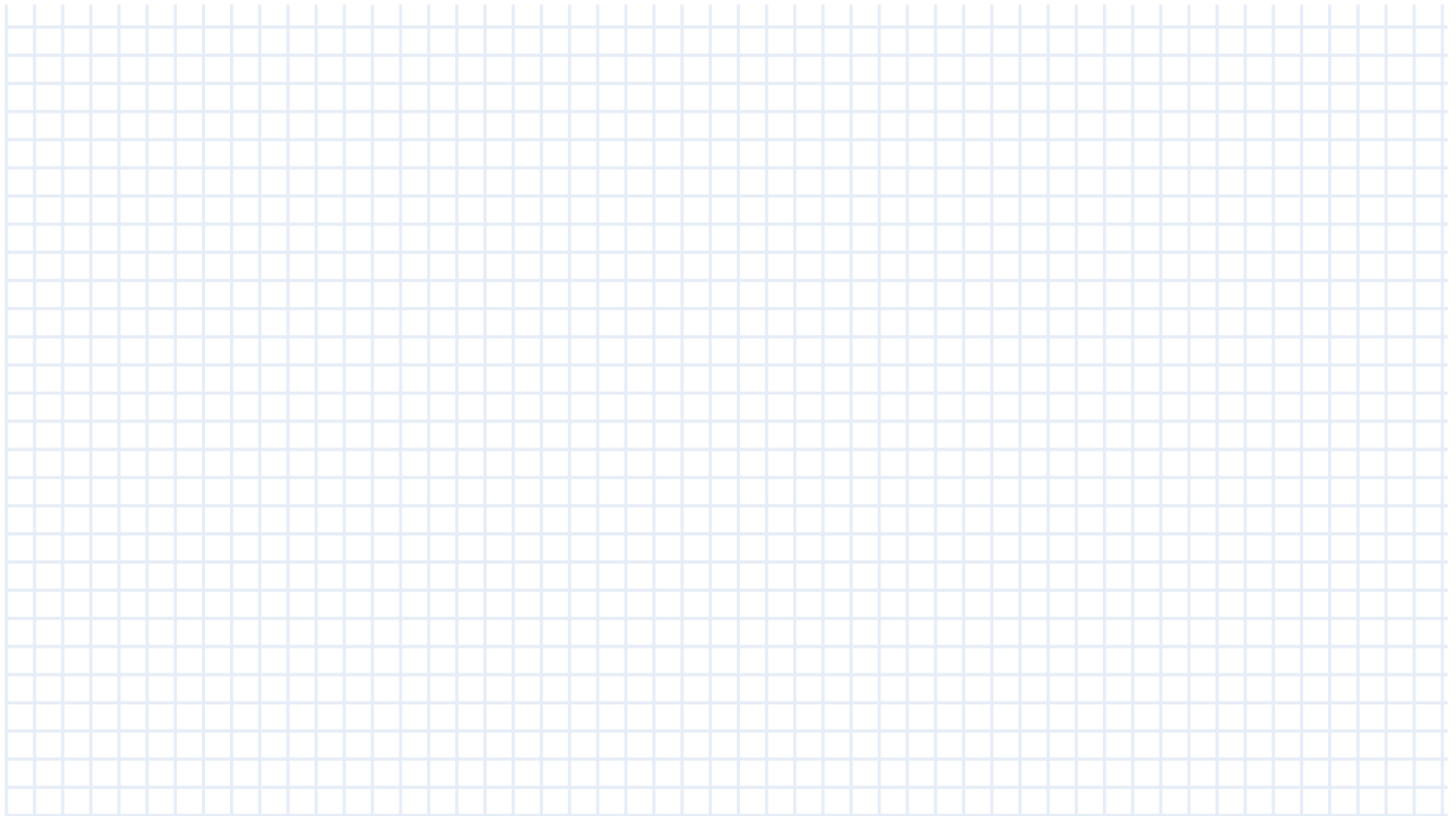
Cas particulier du choc frontal. $b = 0$ 

Si $b = 0$ et avec \vec{V}_1 colinéaire à \vec{V}_2 , les trajectoires restent sur l'axe des trajectoires initiales. Problème à 1 dimension dans le réf cdm.

Vitesses algébriques, projetées sur l'axe défini par les trajectoires.

But : calculer les vitesses après le choc





Au final, pour un choc frontal

$$\vec{v}'_1 = \frac{(m_1 - m_2)\vec{v}_1 + 2m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2} \quad (1)$$

$$\vec{v}'_2 = \frac{(m_2 - m_1)\vec{v}_2 + 2m_1\vec{v}_1}{m_1 + m_2} \quad (2)$$

Cas particuliers (plus simples)

Cas particulier $\vec{v}_2 = 0$

$$\vec{v}'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \vec{v}_1 \quad ; \quad \vec{v}'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \vec{v}_1$$

Si $m_1 > m_2$ Les 2 particules continuent dans le même sens

Si $m_1 = m_2$ La particule 1 s'arrête, la 2 part avec \vec{v}_1

Si $m_1 < m_2$ la particule 1 repart dans l'autre sens

Cas d'un choc non frontal ($b \neq 0$)

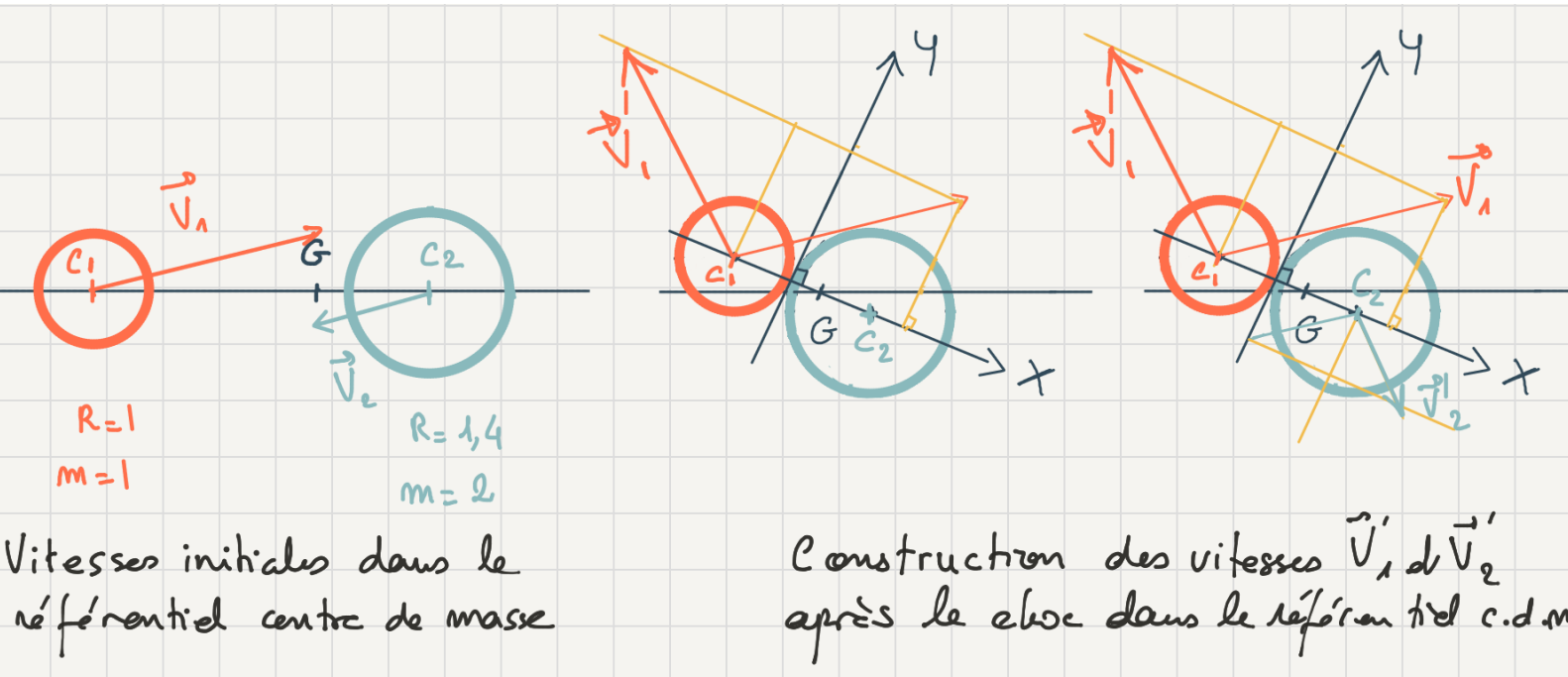
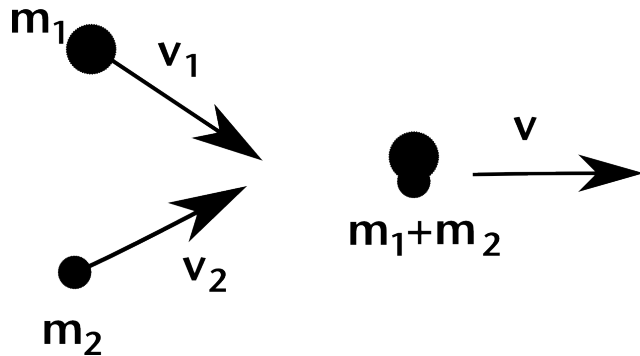


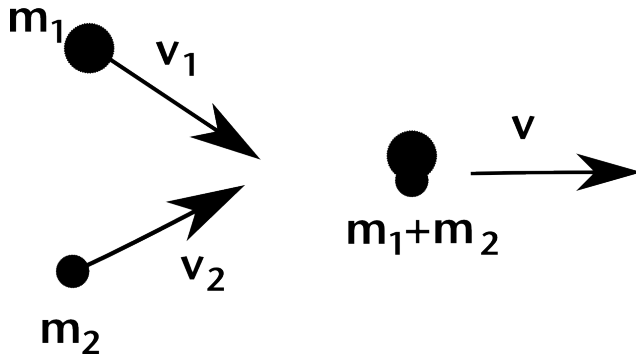
Table des matières

- 1 - Motivation
- 2 - Centre de masse ; référentiel centre-de-masse
- 3 - Types de chocs
- 4 - Chocs élastiques
- 5 - Choc mou ou parfaitement inélastique
- 6 - Système de masse variable : fusée

5 - Choc mou

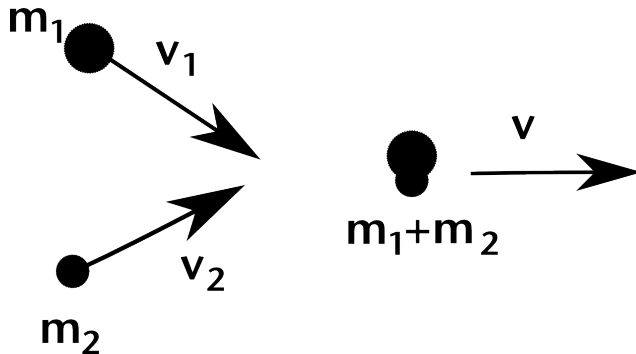


5 - Choc mou



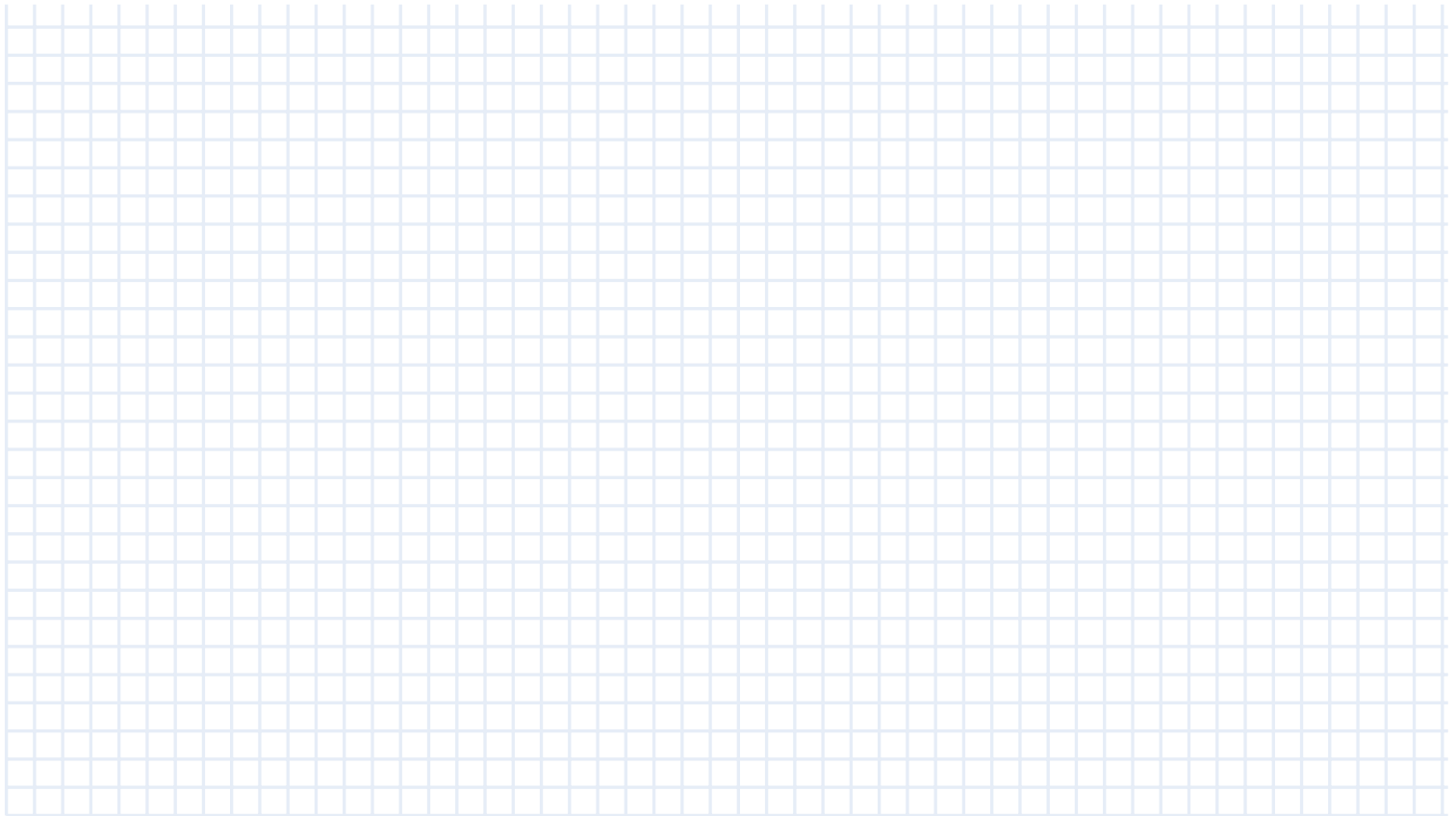
Pour un choc mou (parfaitement inélastique), les deux particules restent collées après le choc. (Ou elles étaient collées avant une explosion).

5 - Choc mou



Pour un choc mou (parfaitement inélastique), les deux particules restent collées après le choc. (Ou elles étaient collées avant une explosion).

La quantité de mouvement reste conservée mais pas l'énergie cinétique. Une partie est dissipée sous forme de chaleur.



Il n'y a pas conservation de l'énergie cinétique, mais on peut calculer la différence d'énergie cinétique avant et après.

Il n'y a pas conservation de l'énergie cinétique, mais on peut calculer la différence d'énergie cinétique avant et après.

Avant :

$$E_{c,1} = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2$$

Il n'y a pas conservation de l'énergie cinétique, mais on peut calculer la différence d'énergie cinétique avant et après.

Avant :

$$E_{c,1} = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2$$

Après :

$$E_{c,2} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2$$



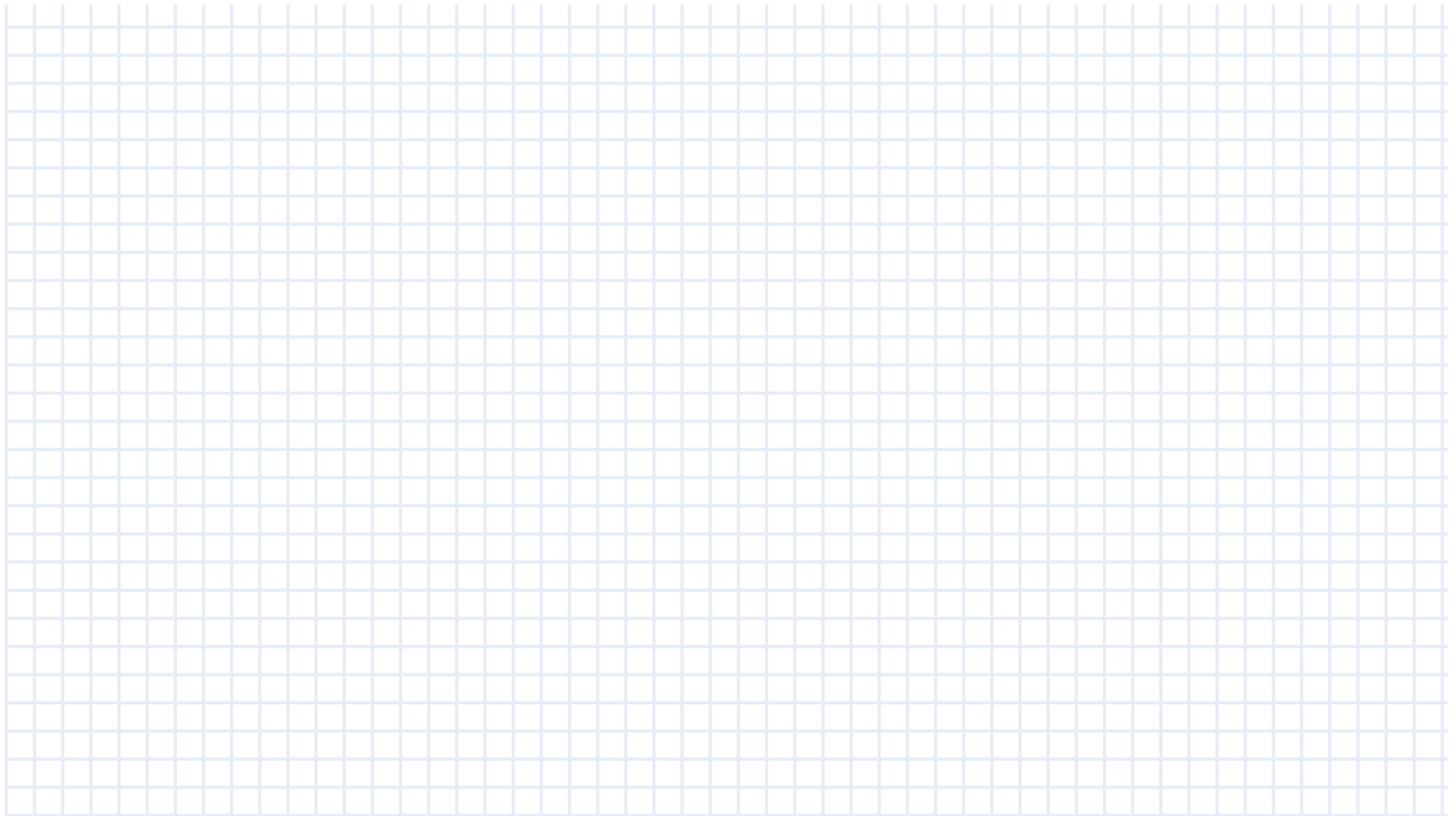
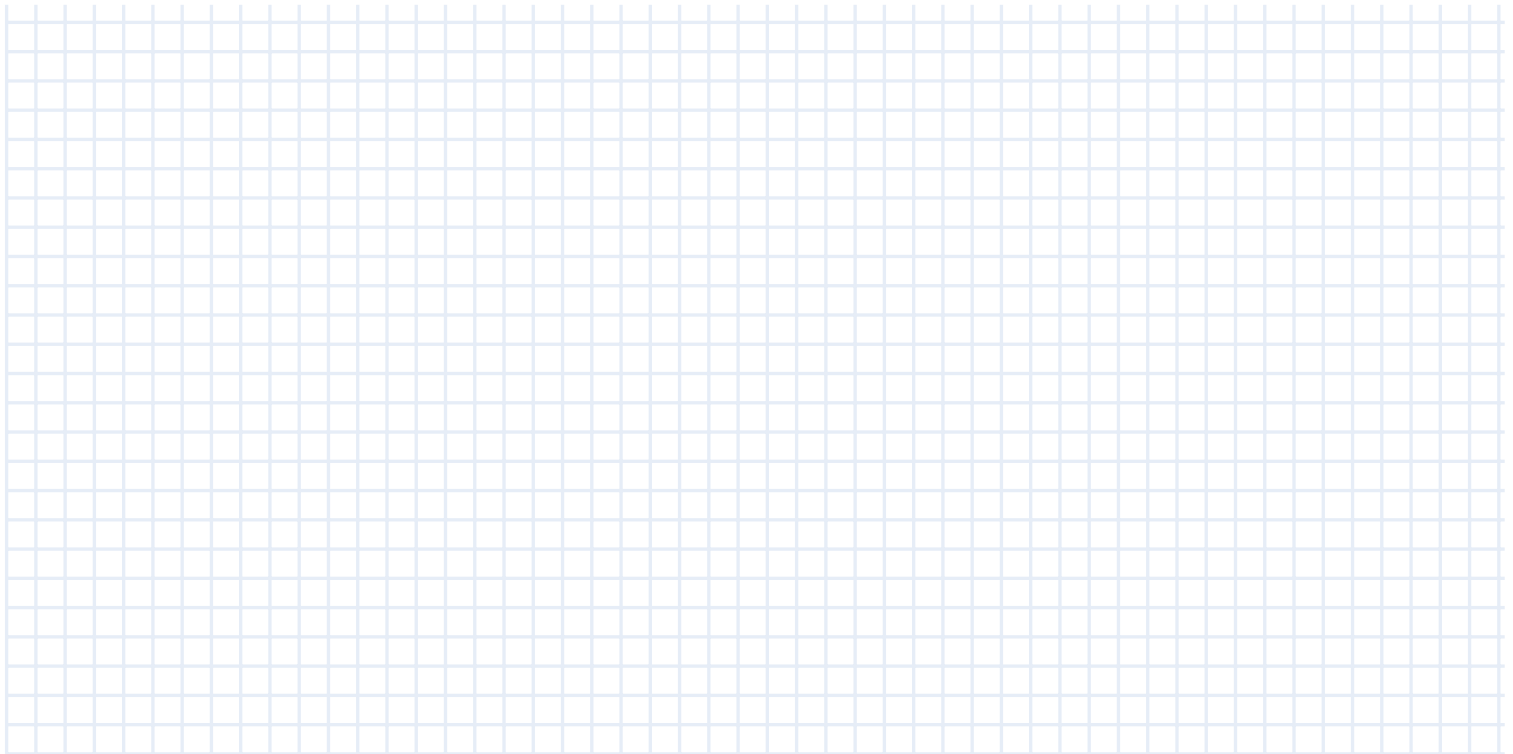
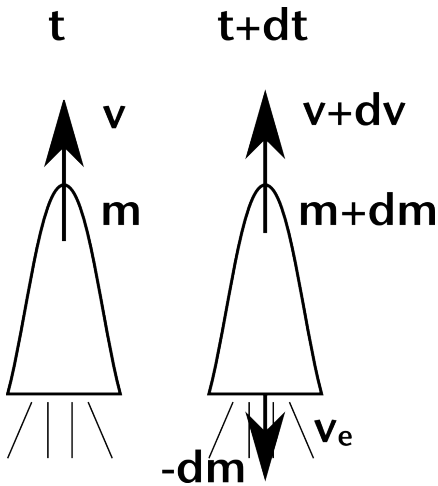


Table des matières

- 1 - Motivation
- 2 - Centre de masse ; référentiel centre-de-masse
- 3 - Types de chocs
- 4 - Chocs élastiques
- 5 - Choc mou ou parfaitement inélastique
- 6 - Système de masse variable : fusée

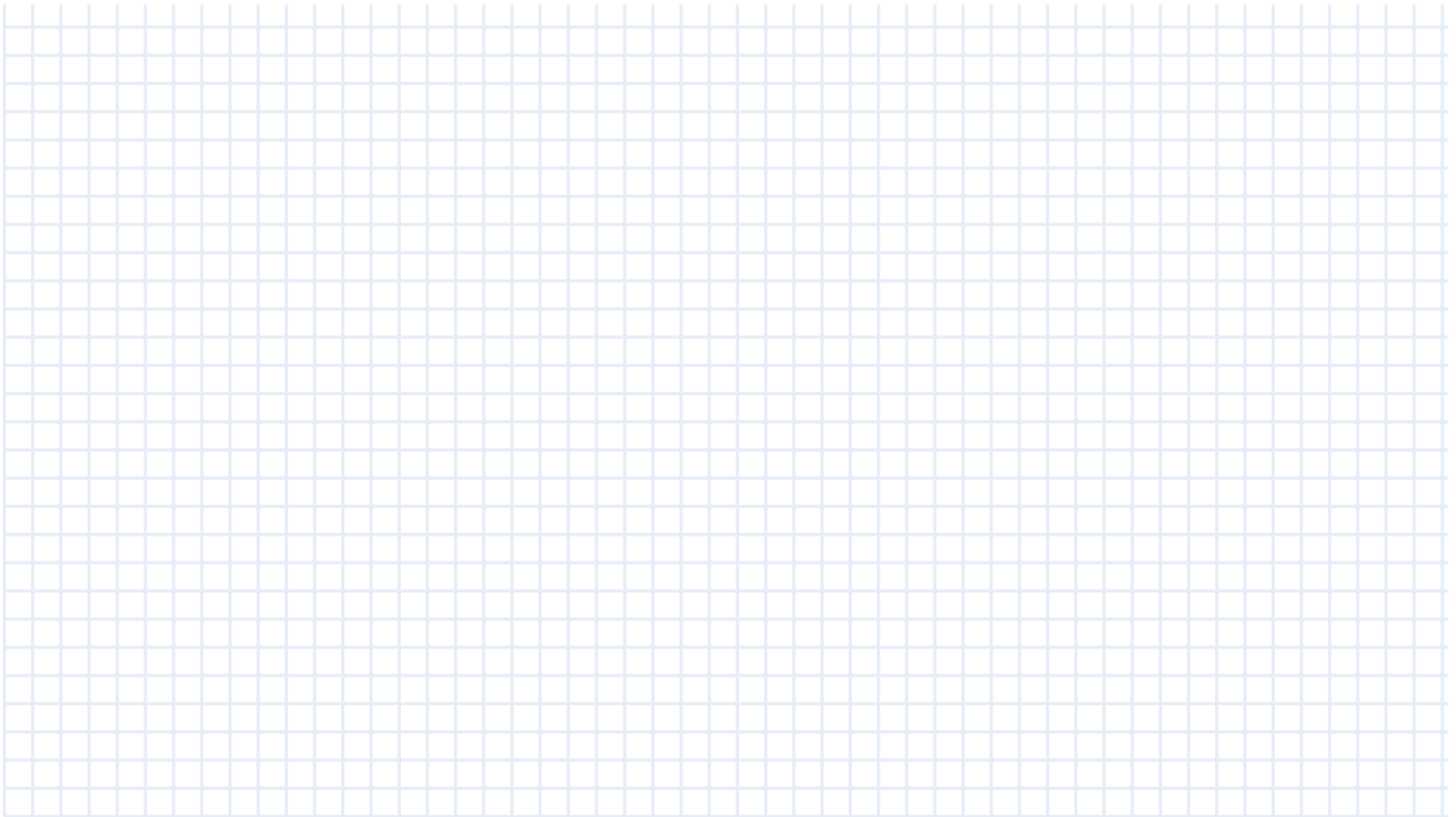
6 - Système de masse variable : fusée

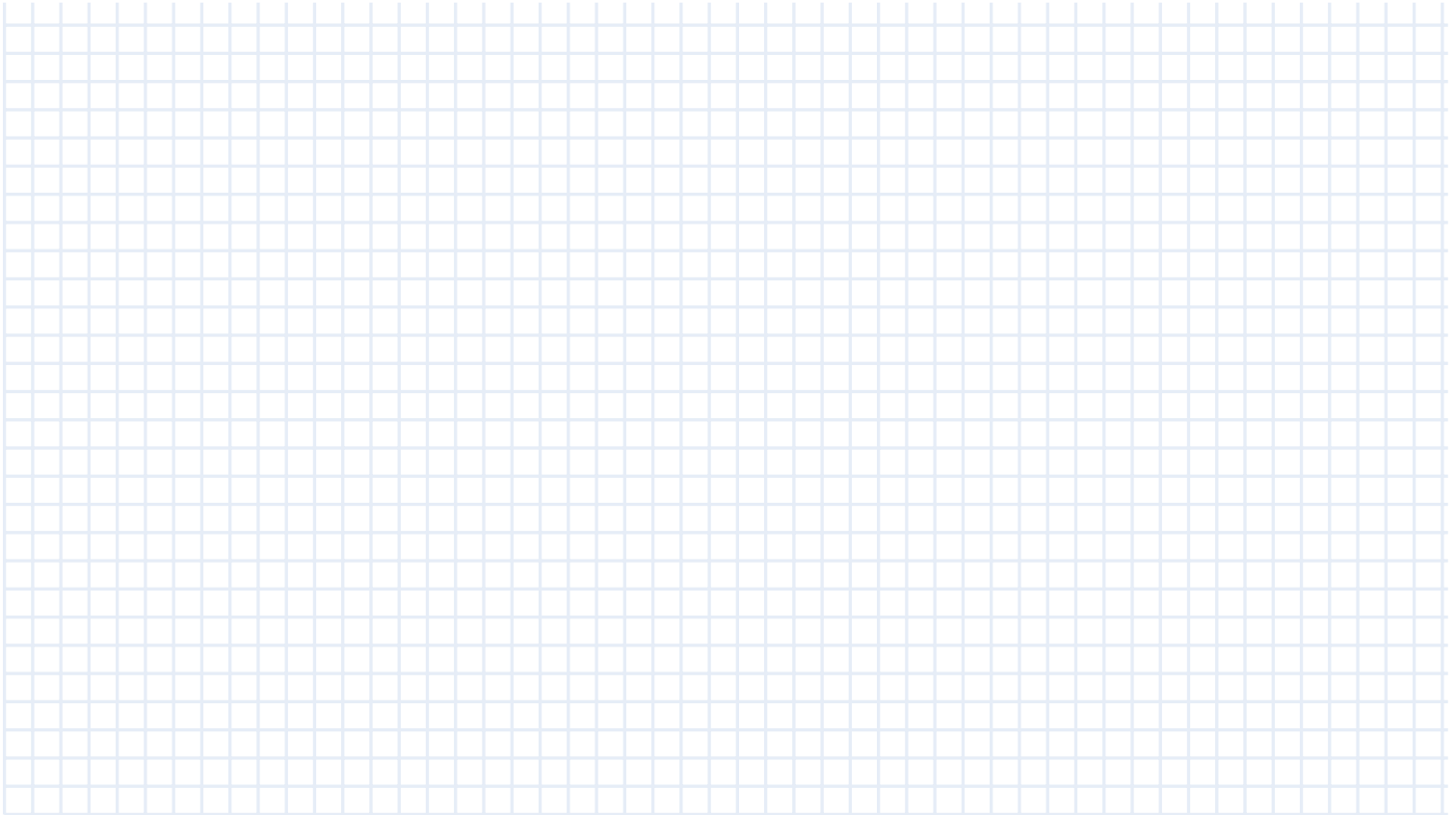




- ▶ Fusée de masse initiale m_0
- ▶ Les gaz sont éjectés à vitesse constante par rapport à la fusée et à un taux constant
- ▶ Système : fusée à l'instant t (masse m , vitesse \vec{v})
- ▶ Après : $t + dt$, la fusée a éjecté une masse $-dm$

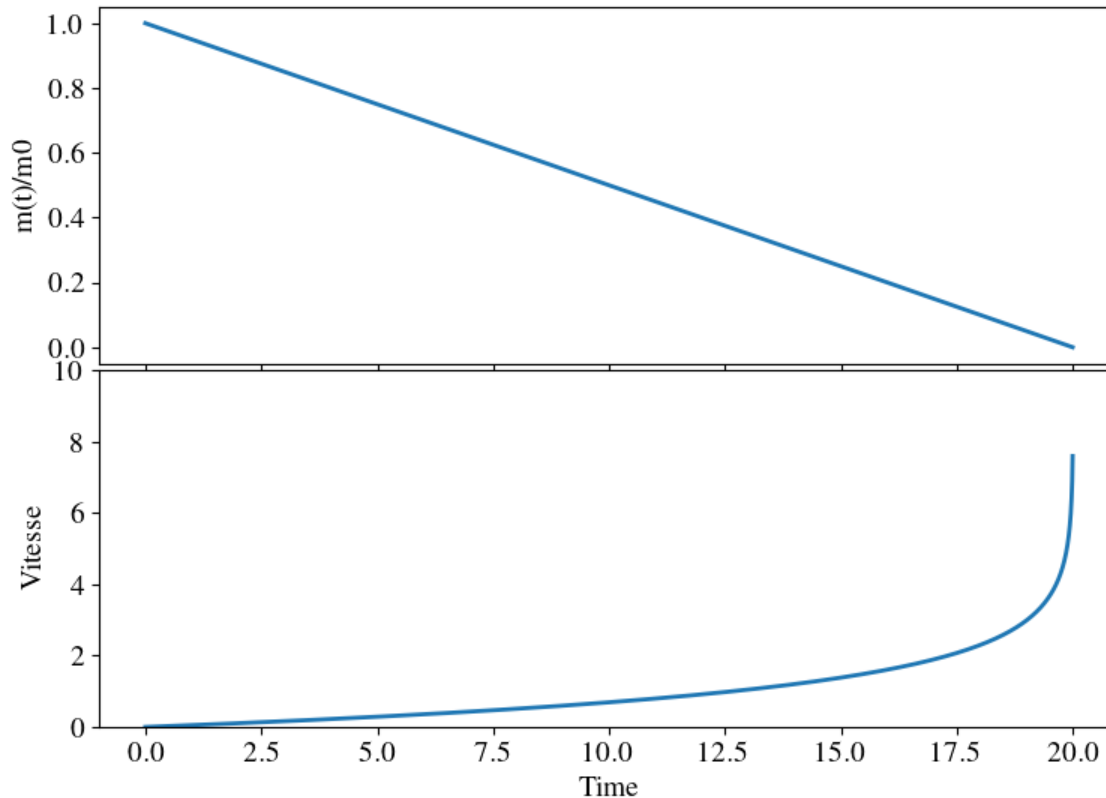




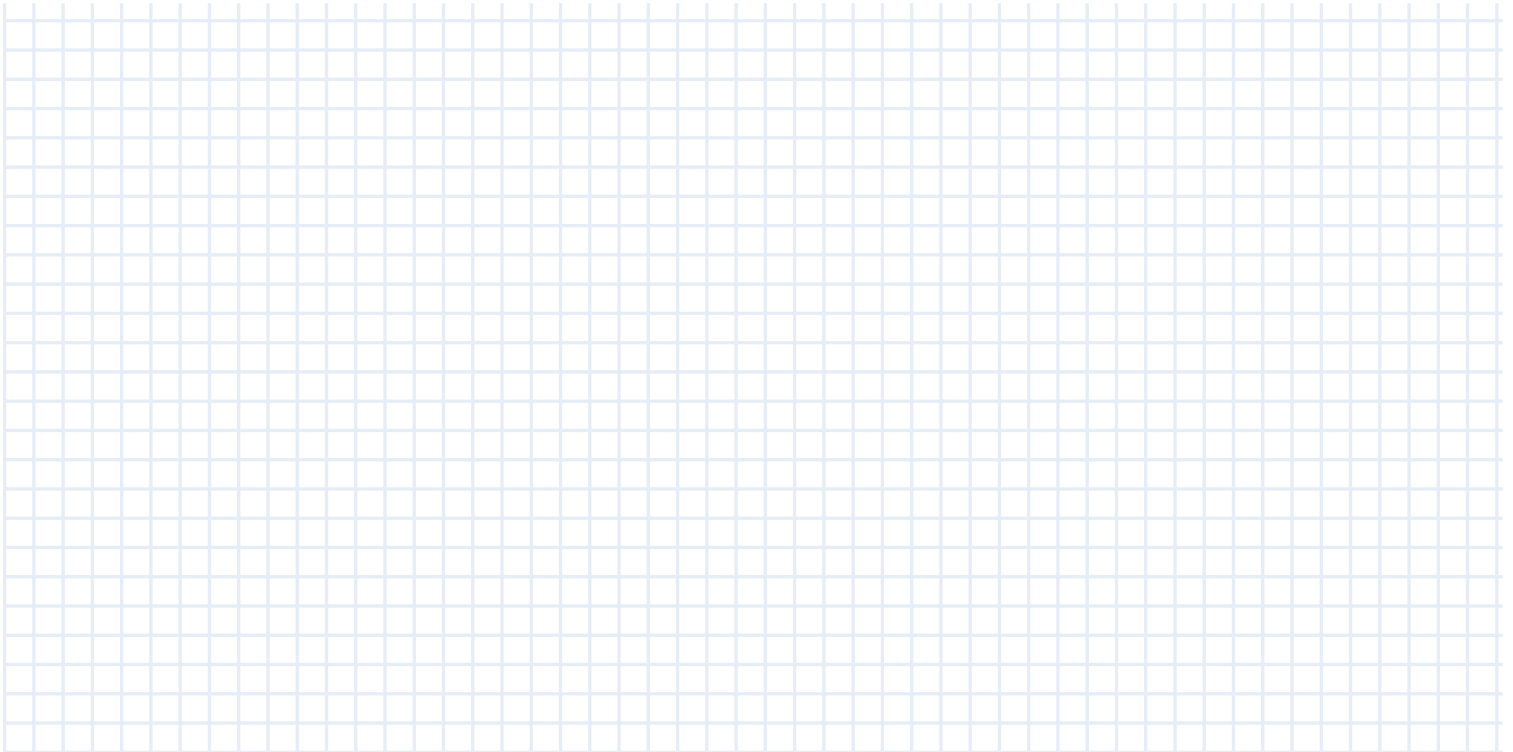




Évolution de la masse et vitesse de la fusée sans gravité :



Si la fusée monte verticalement dans le champ de pesanteur $\vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{g}$



Évolution de la masse et vitesse de la fusée avec gravité :

