

VI. Travail, énergie, principes de conservation

Dr. Yves Revaz

2025

EPFL

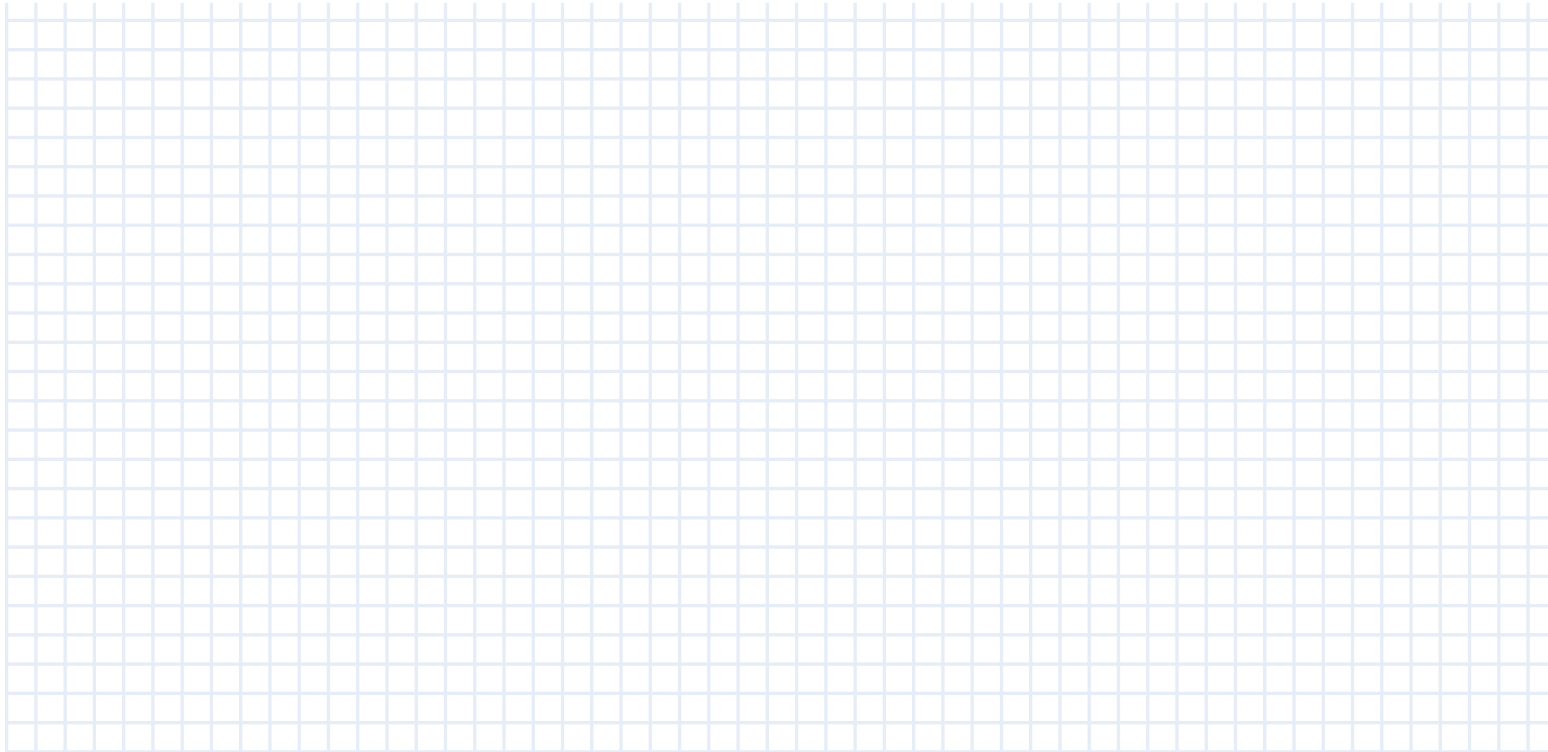
Plan du cours

- I - Cinématique
- II - Référentiel accélérés
- III - Lois de Newton
- IV - Balistique – effet d'une force constante et uniforme
- V - Forces ; application des lois de Newton
- VI - Travail, Energie, principes de conservation
- VII - Chocs, systèmes de masse variable
- VIII - Oscillateur harmonique
- IX - Moment cinétique ; Gravitation
- X - Solide indéformable
- XI - Application du solide indéformable

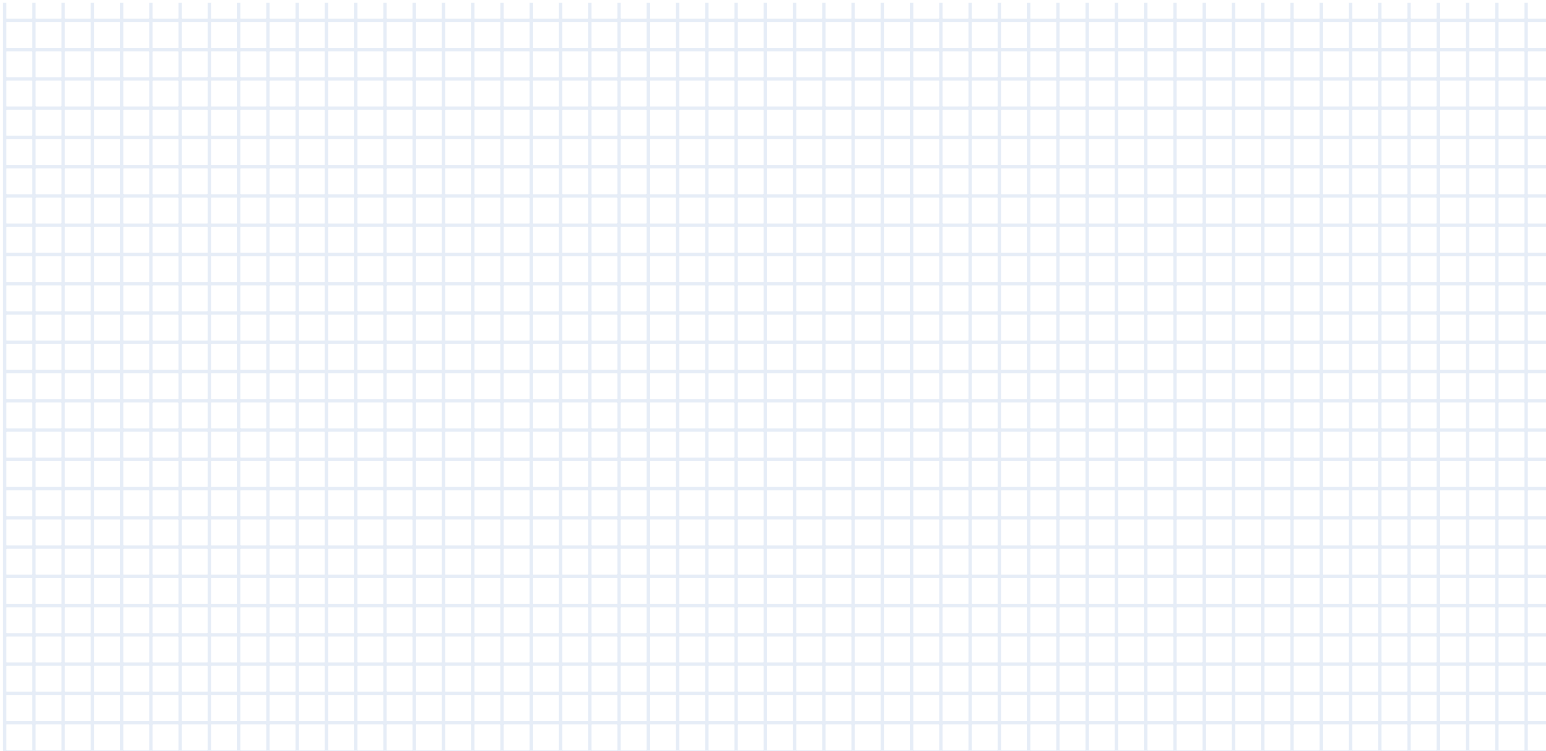
Table des matières

- VI - 1 Travail d'une force, puissance
- VI - 2 Energie cinétique
- VI - 3 Energie potentielle et énergie mécanique
- VI - 4 Lien entre force et énergie potentielle
- VI - 5 Energie potentielle et équilibre

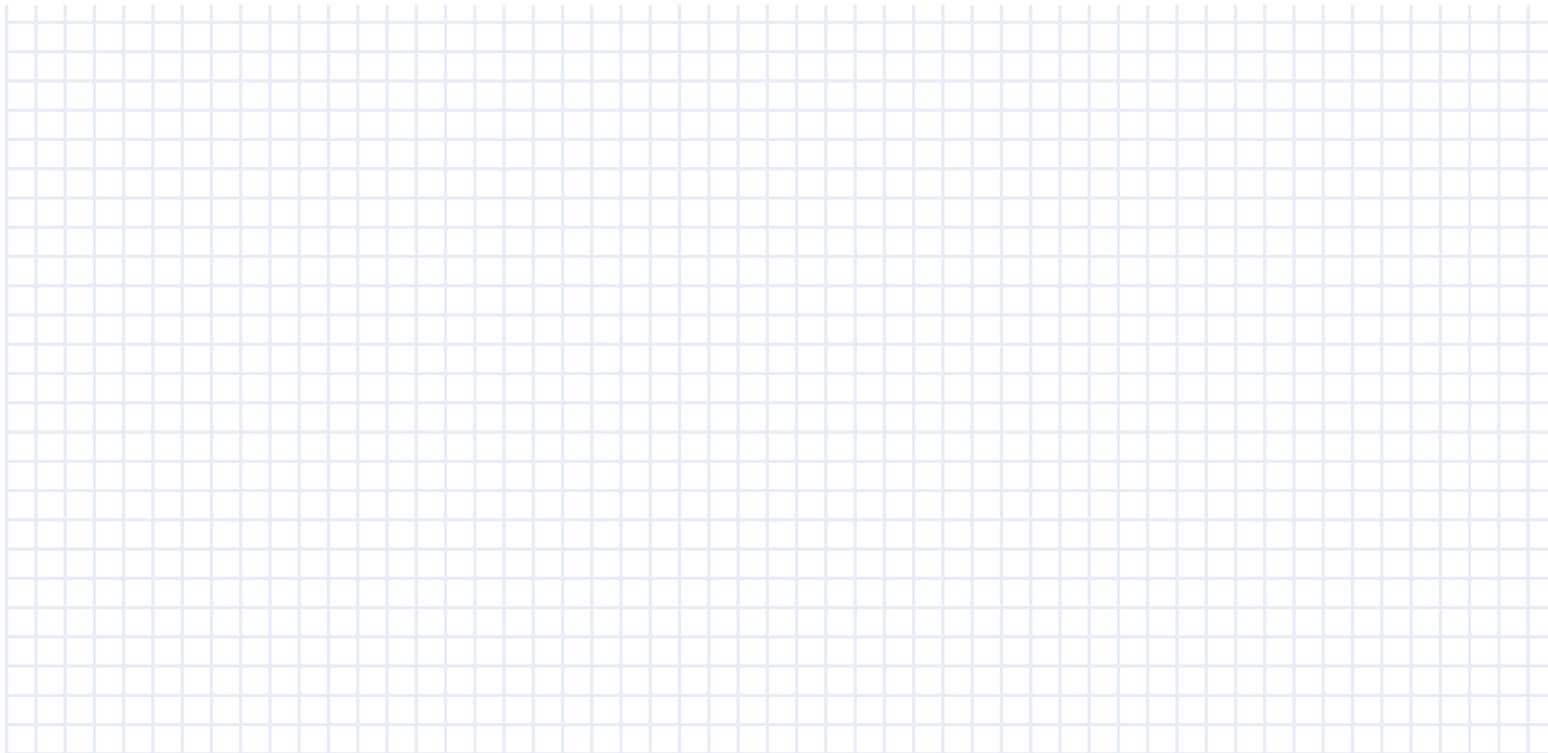
VI - 1 Travail d'une force, puissance



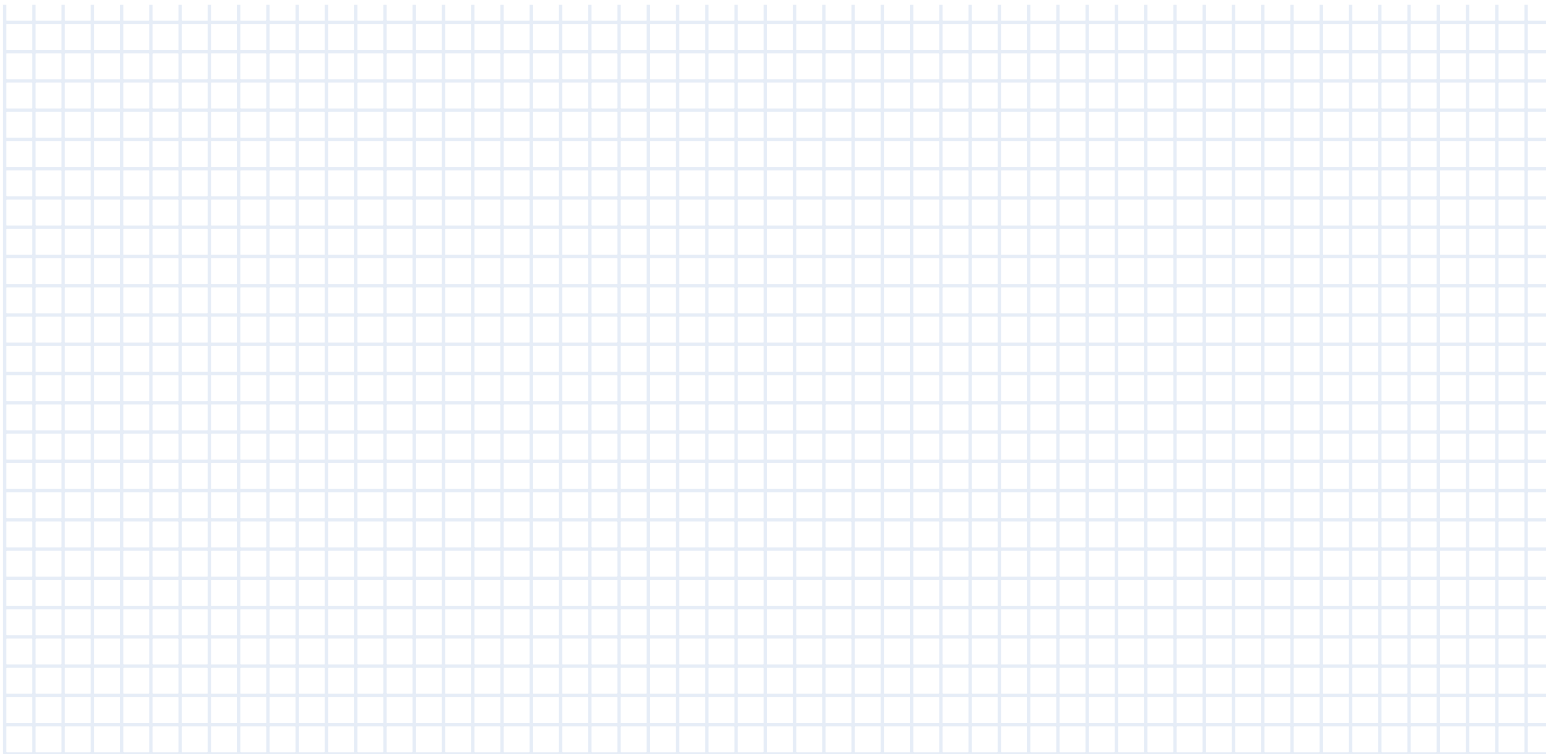
Définitions



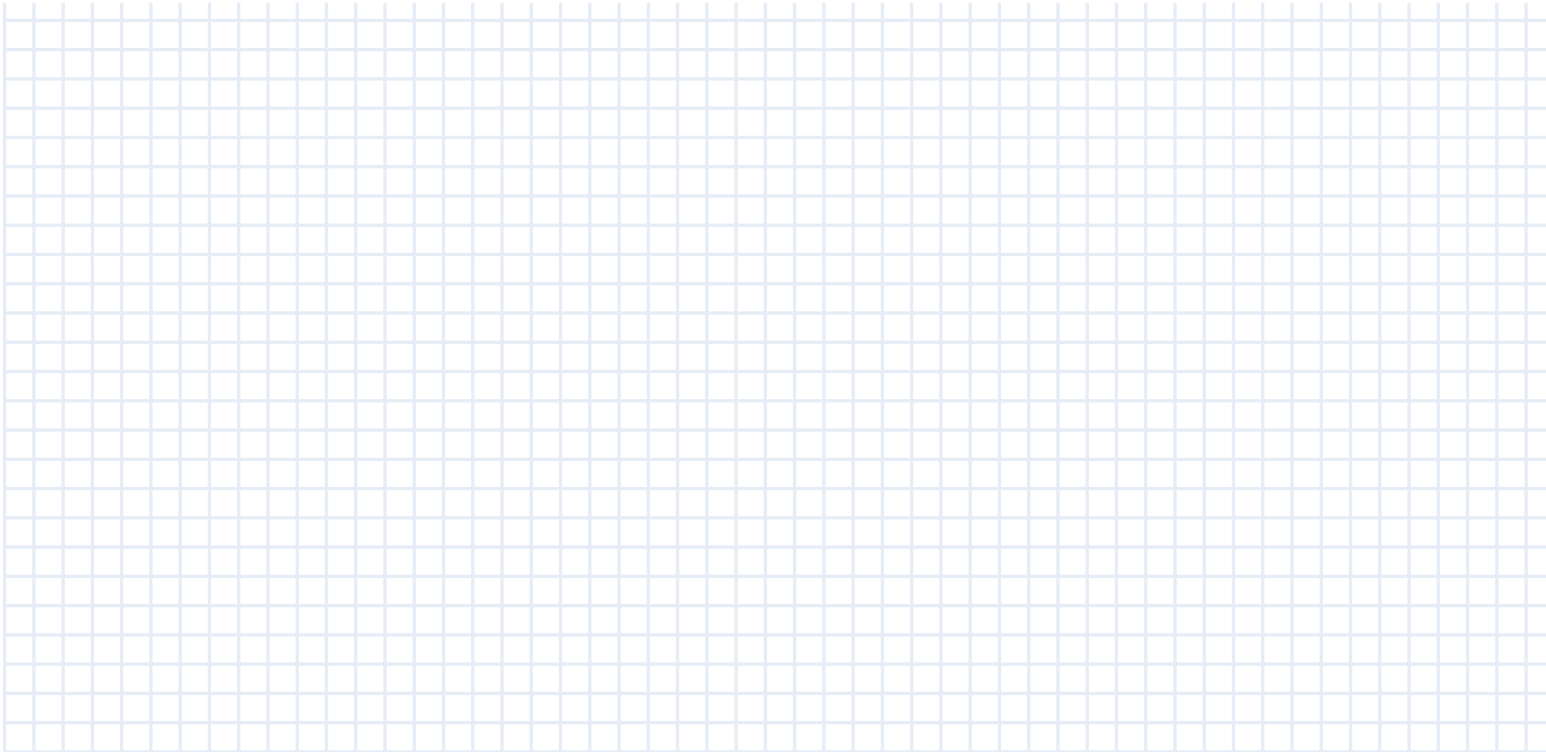
Travail total : plusieurs forces



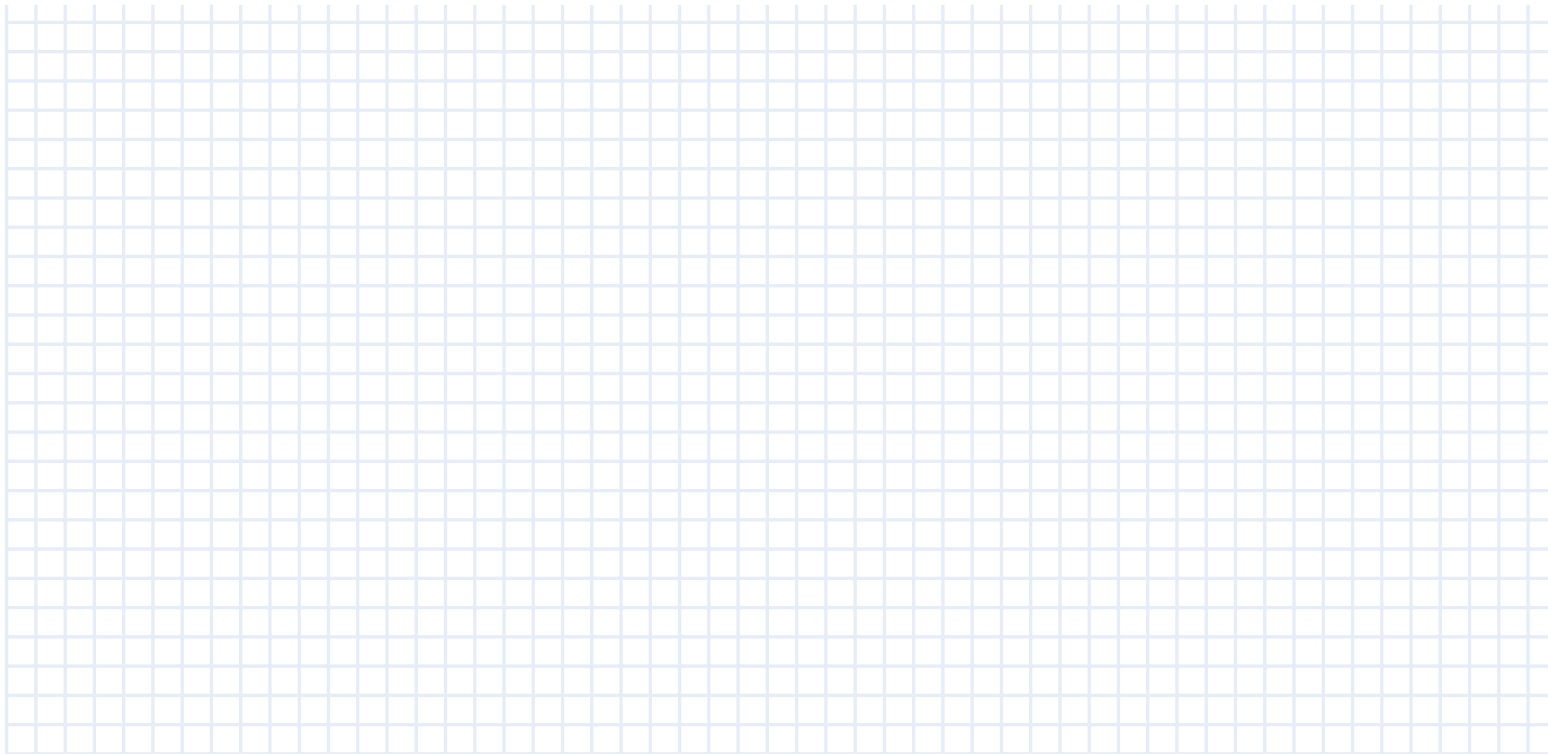
Exemple 1 : travail du poids dans un tir balistique



Exemple 2 : travail de la force de frottements



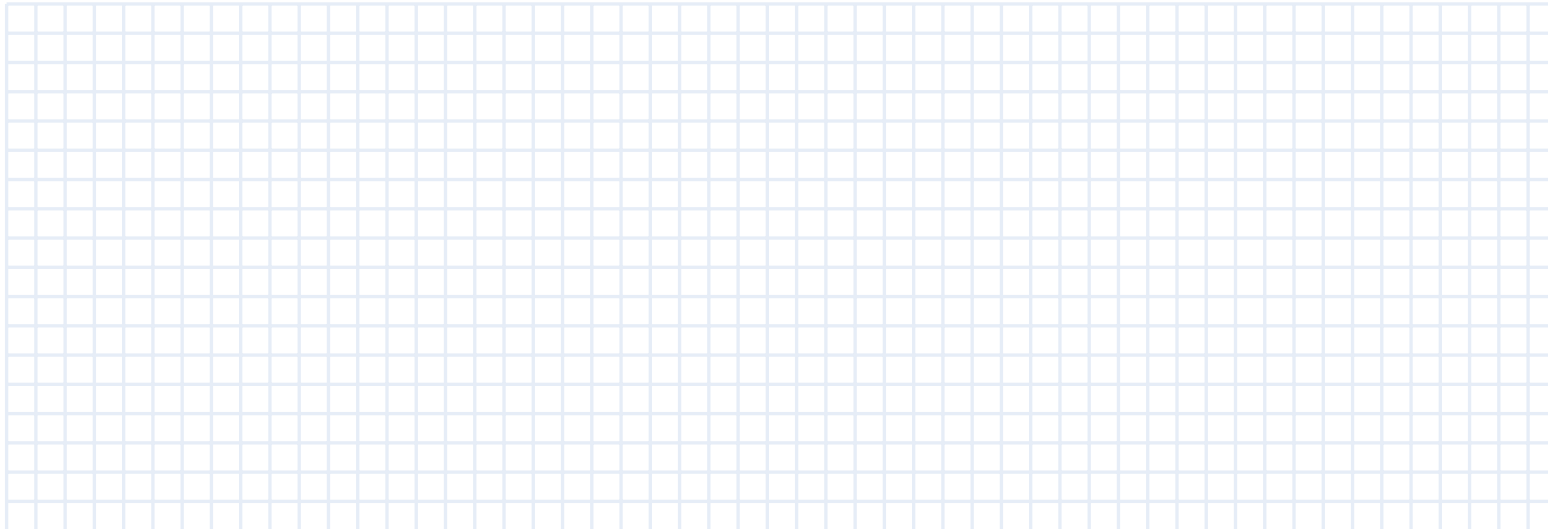
Exemple 3 : forces de réaction



Puissance d'une force

Par définition, la puissance est la variation du travail W par unité de temps.

La puissance P est $P = \frac{\delta W}{dt}$.



Résumé

Le travail d'une force pour un déplacement infinitésimal $d\vec{r}$ est

$$\delta W^{\vec{F}} = \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$$

Donc pour un déplacement de A à B , le travail est

$$W_{AB}^{\vec{F}} = \int_A^B \delta W^{\vec{F}} = \int_A^B \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$$

Travail en Joules [J]; $1 \text{ J} = 1 \text{ N}\cdot\text{m} = 1 \text{ kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-2}$

La puissance P est $P = \frac{\delta W}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$.

La puissance est en Watt [W]; $1 \text{ W} = 1 \text{ J}\cdot\text{s}^{-1}$

Puissance : ordre de grandeurs.

5-10 W : Ampoule basse consommation

20-40 W : Puissance consommée par le cerveau humain

100 W : Puissance consommée par le corps humain au repos

300-400W : Un PC

736W : Un cheval-vapeur (unité)

900 W : la puissance de sortie d'un humain en bonne santé (non-athlétique) sur les 6 premières secondes d'un sprint de 30 secondes

1 kW à 2 kW : puissance d'une bouilloire électrique domestique

12 kW : La puissance du flash d'un appareil photo amateur (12 joules délivrés en 1 milliseconde)

40 kW à 200 kW : intervalle de puissance de sortie approximative des automobiles

3 MW ($3 \cdot 10^6$ W) : puissance de sortie mécanique d'une locomotive diesel

290 MW : Puissance de l'usine de Fionnay (Gde Dixence)

2 GW ($2 \cdot 10^9$ W) : puissance du complexe hydro-electrique Cleuson-Dixence

18,2 GW : la puissance électrique générée du barrage des Trois Gorges en Chine

12 TW ($12 \cdot 10^{12}$ W) : la puissance moyenne de la consommation énergétique mondiale

50 à 200 TW : dégagement d'énergie d'un cyclone tropical

174 PW ($174 \cdot 10^{15}$ W) : Puissance du soleil reçue par la Terre

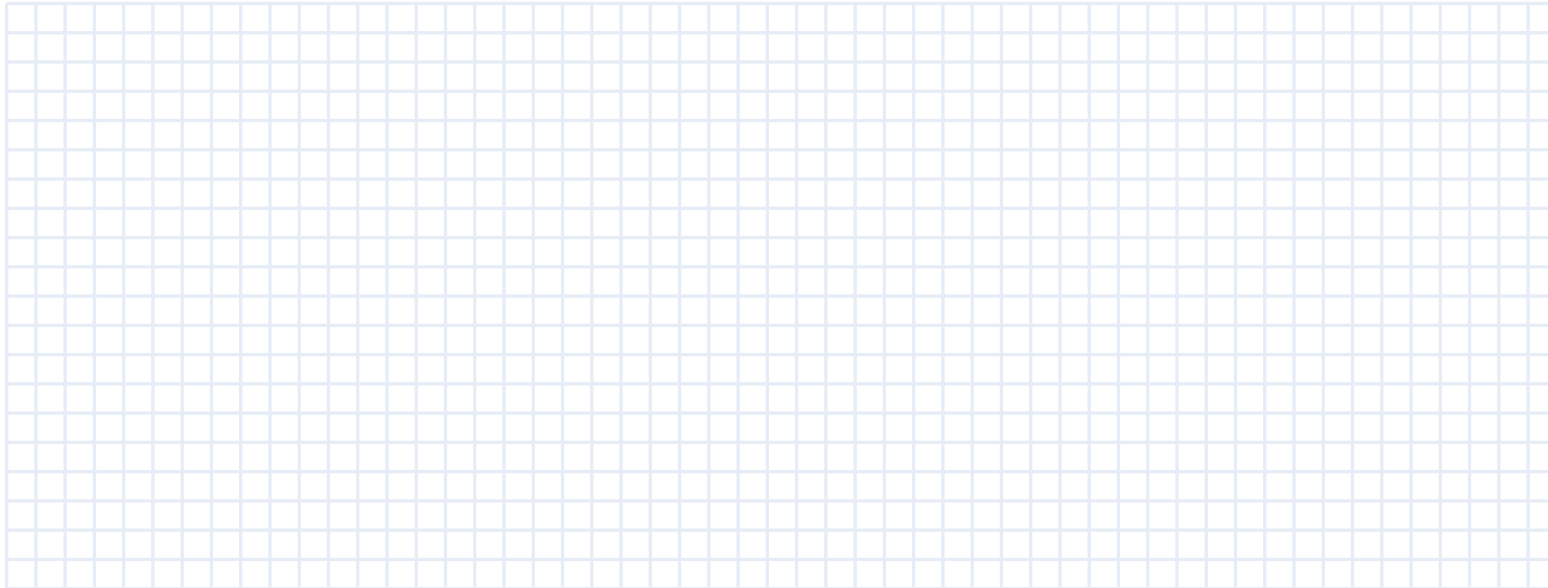
Table des matières

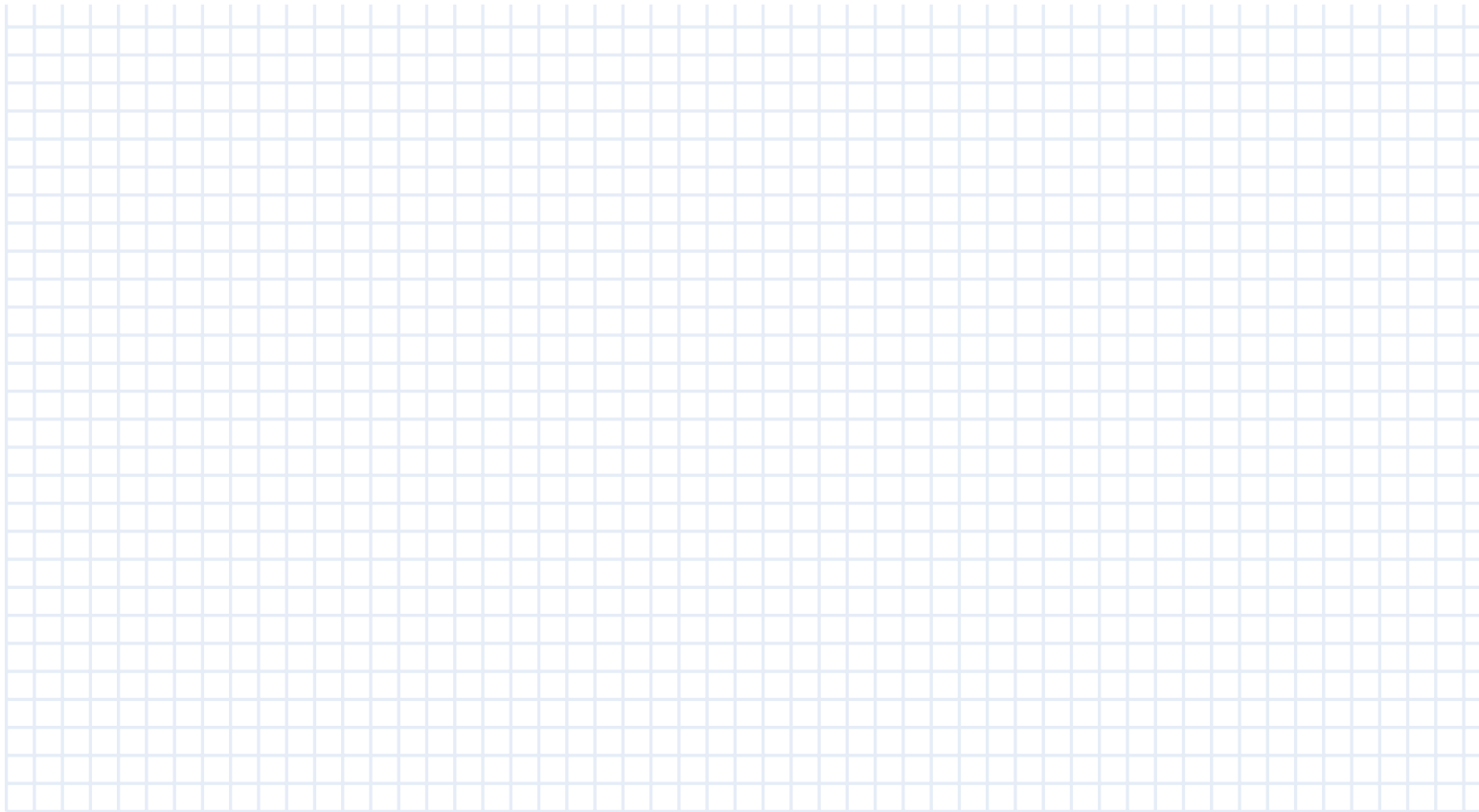
- VI - 1 Travail d'une force, puissance
- VI - 2 Energie cinétique
- VI - 3 Energie potentielle et énergie mécanique
- VI - 4 Lien entre force et énergie potentielle
- VI - 5 Energie potentielle et équilibre

VI - 2 Energie cinétique

D'où sort la notion d'énergie cinétique ?

Mouvement curviligne sous l'action d'une force totale \vec{F}_{tot} :





Résumé

Par définition, **l'énergie cinétique** est :

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

Si l'objet est soumis à plusieurs forces \vec{F}_i entre A et B, $\vec{F}^{\text{tot}} = \sum \vec{F}_i$

$$W_{AB}^{\text{tot}} = \sum W^{\vec{F}_i} = E_{c,B} - E_{c,A}$$

Exemple

Vitesse au sol acquise par un objet lâché d'une hauteur h avec une vitesse nulle

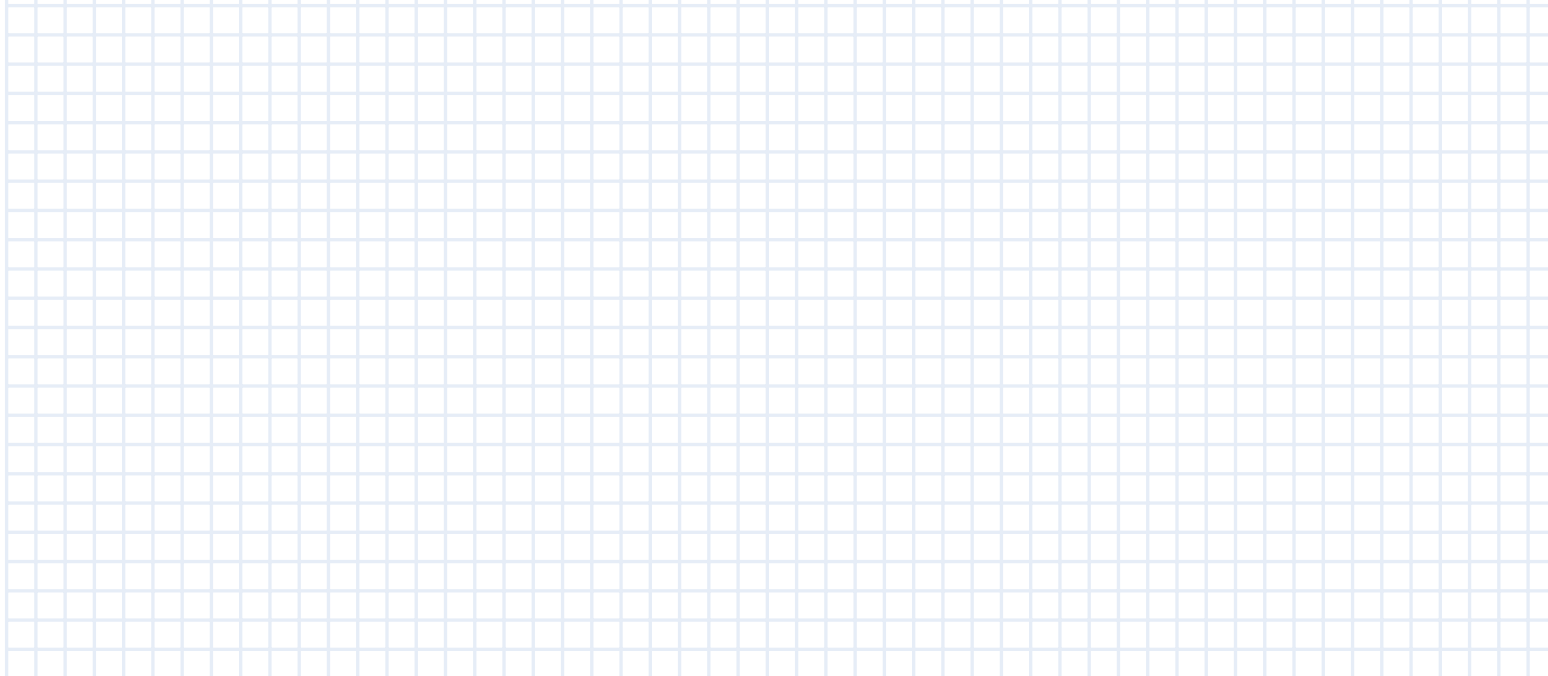
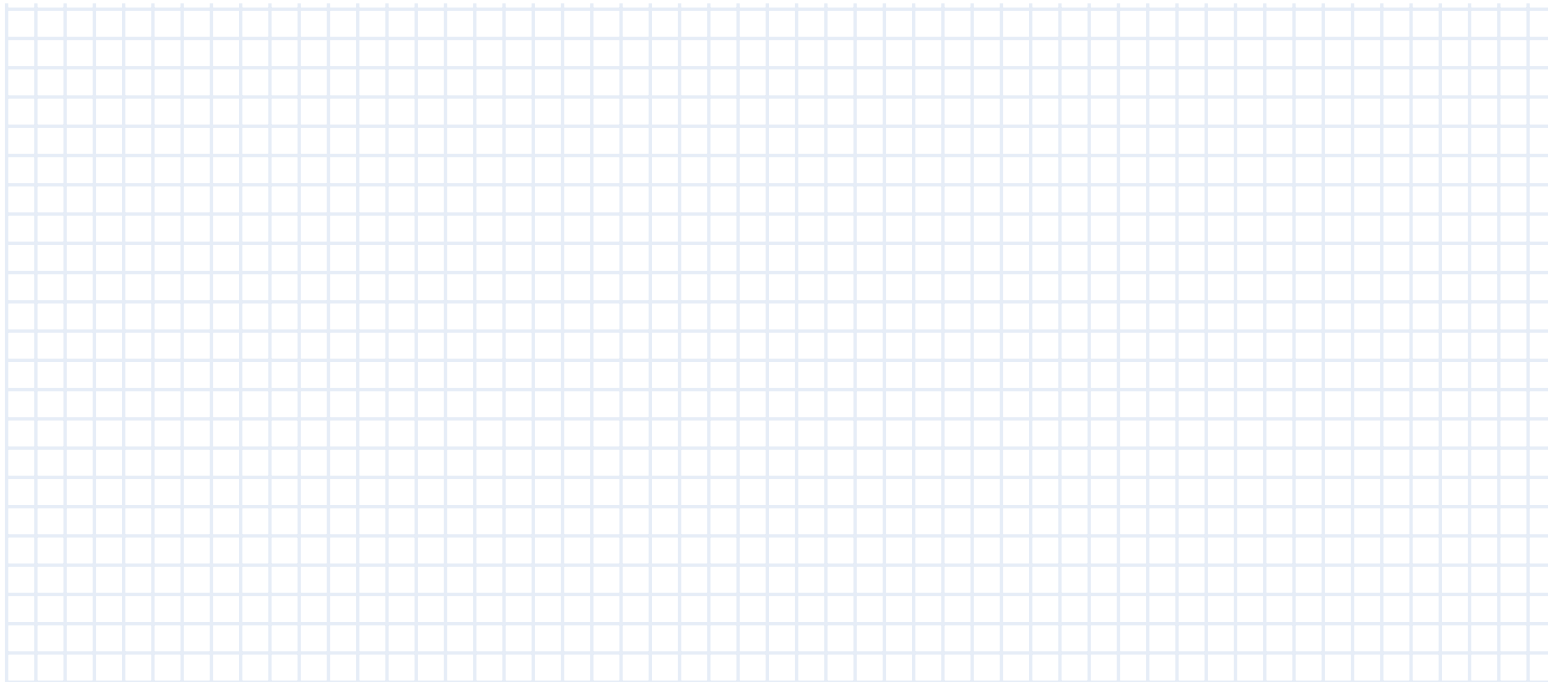


Table des matières

- VI - 1 Travail d'une force, puissance
- VI - 2 Energie cinétique
- VI - 3 Energie potentielle et énergie mécanique
- VI - 4 Lien entre force et énergie potentielle
- VI - 5 Energie potentielle et équilibre

VI - 3 Energie potentielle et énergie mécanique

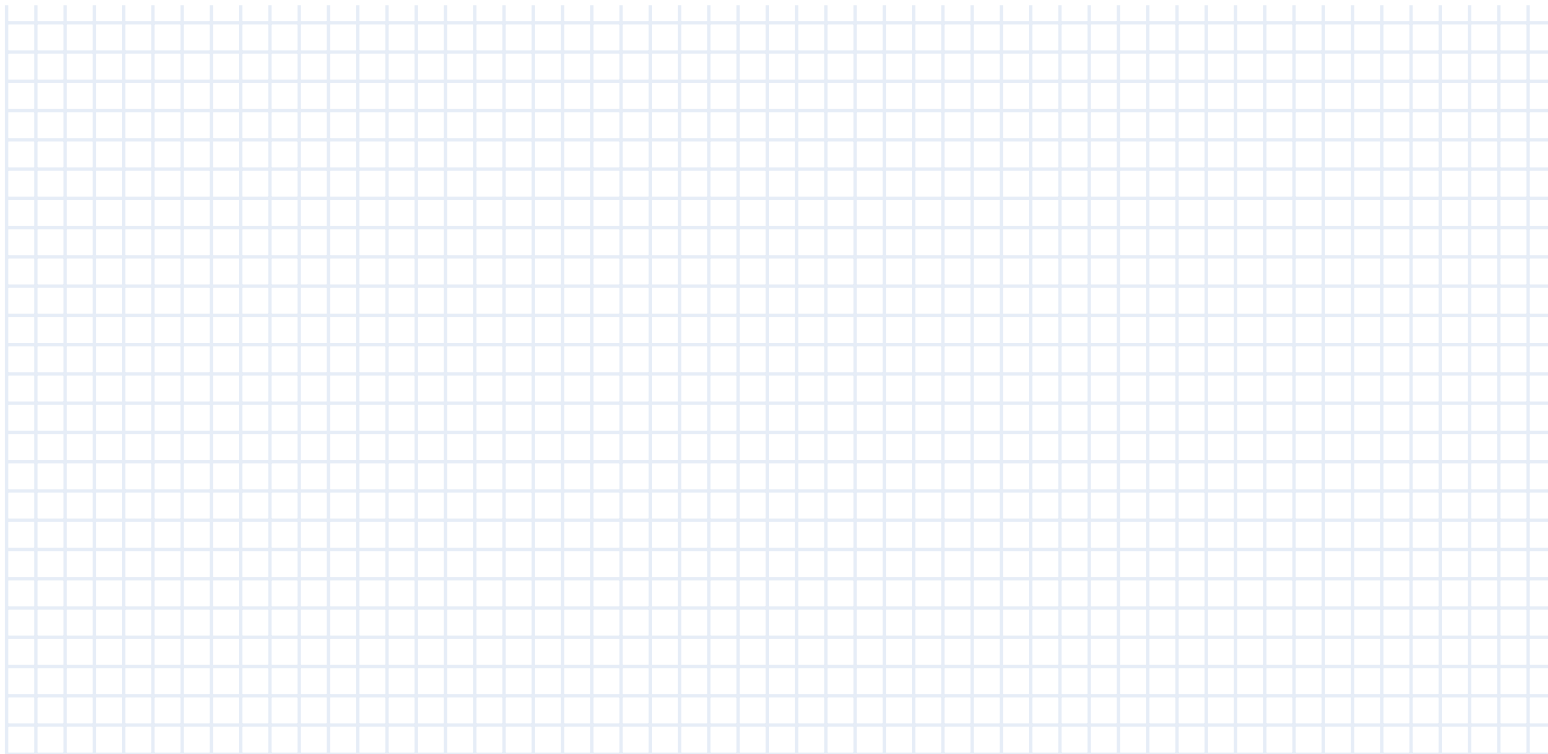
Exemple du travail du poids :



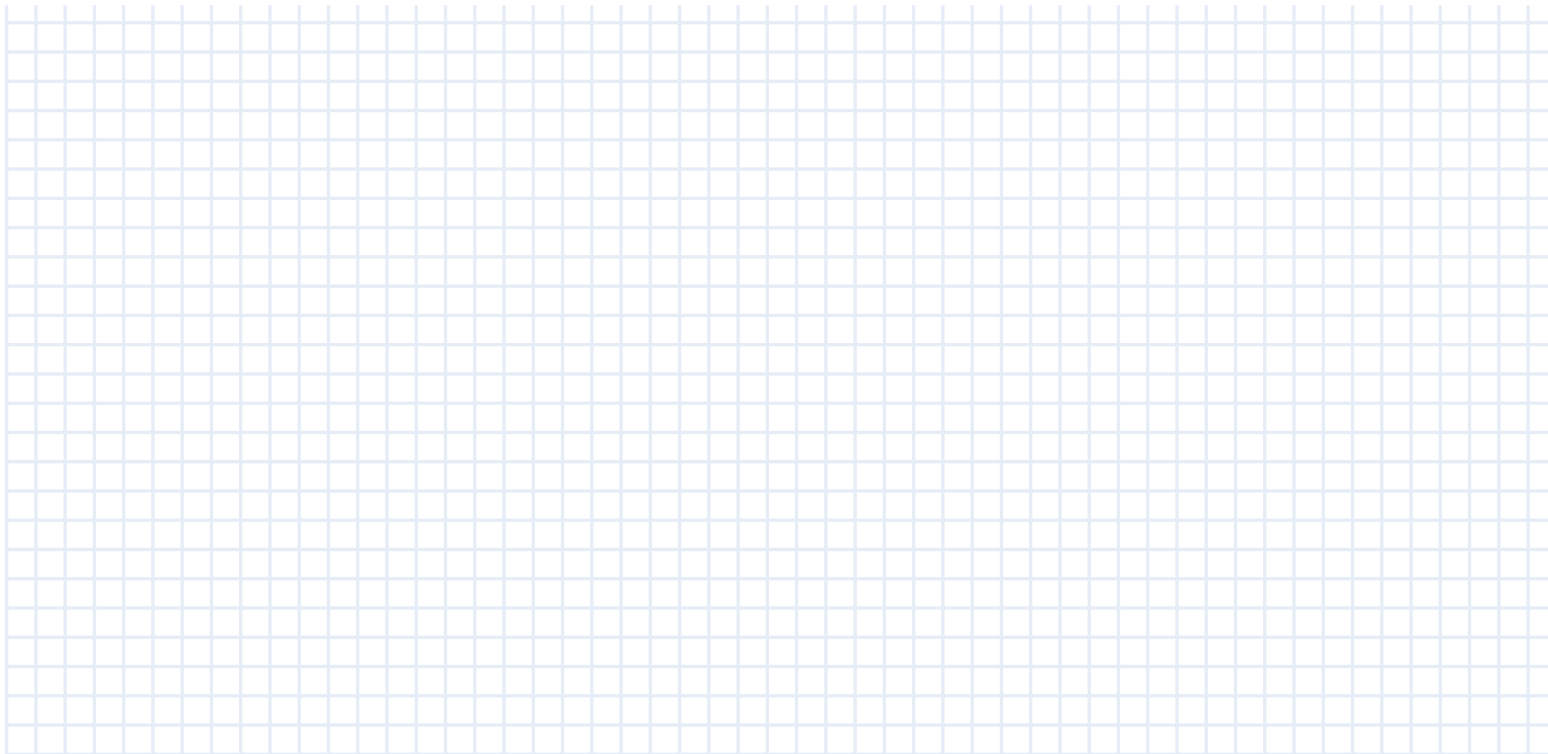
Par définition, l'énergie potentielle $E_{\rho}^{\vec{F}}(x, y, z)$ est **une fonction des coordonnées d'espace** (x, y, z) qui est associée à la force considérée \vec{F} . Cette fonction **a la dimension d'une énergie** et est telle que :

$$W_{AB}^{\vec{F}} = E_{\rho,A}^{\vec{F}} - E_{\rho,B}^{\vec{F}}$$

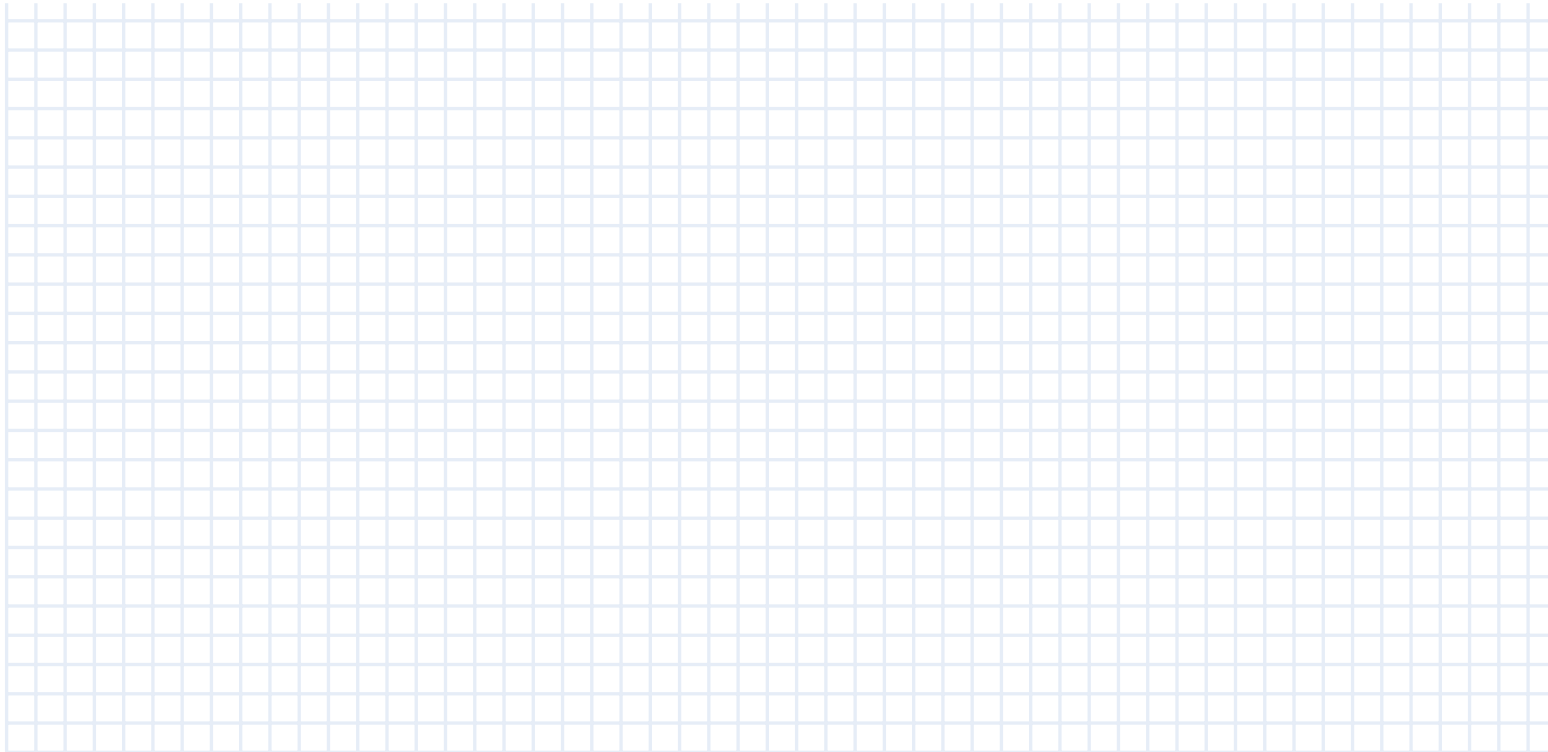
Énergie potentielle dans le champ de pesanteur terrestre :



Énergie potentielle d'un ressort :



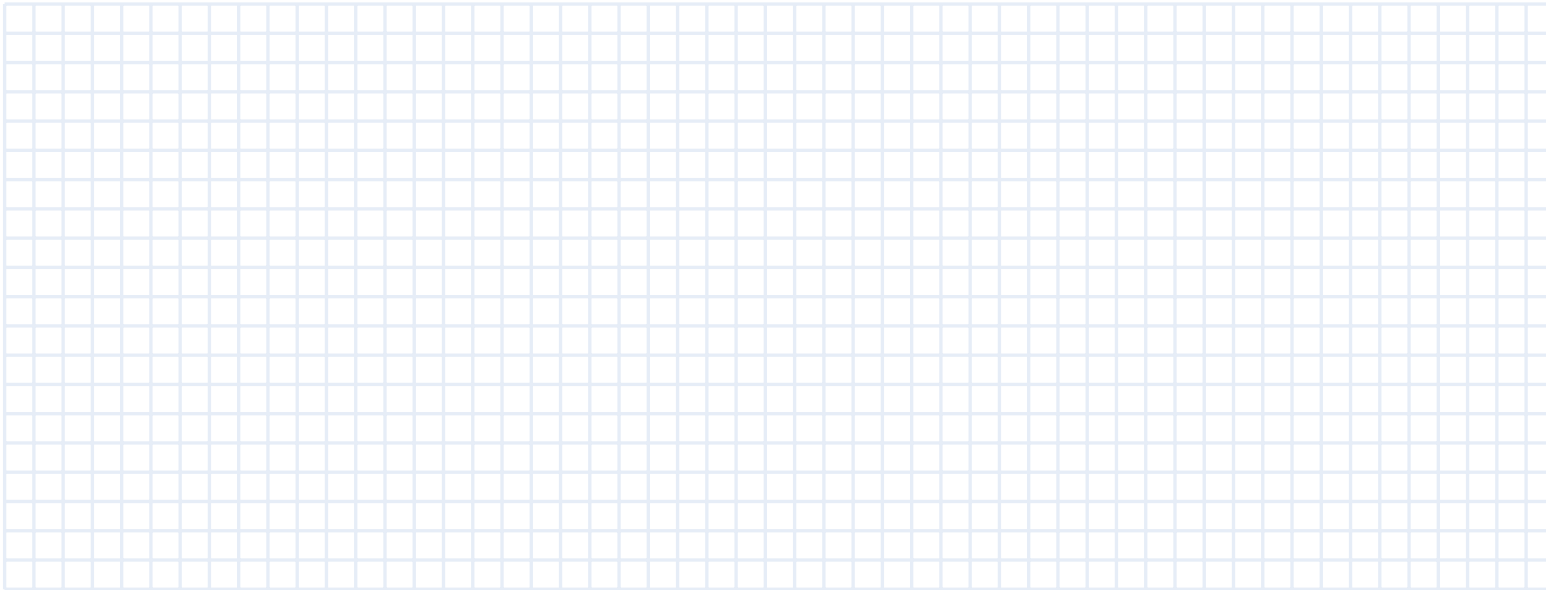
Énergie potentielle totale :



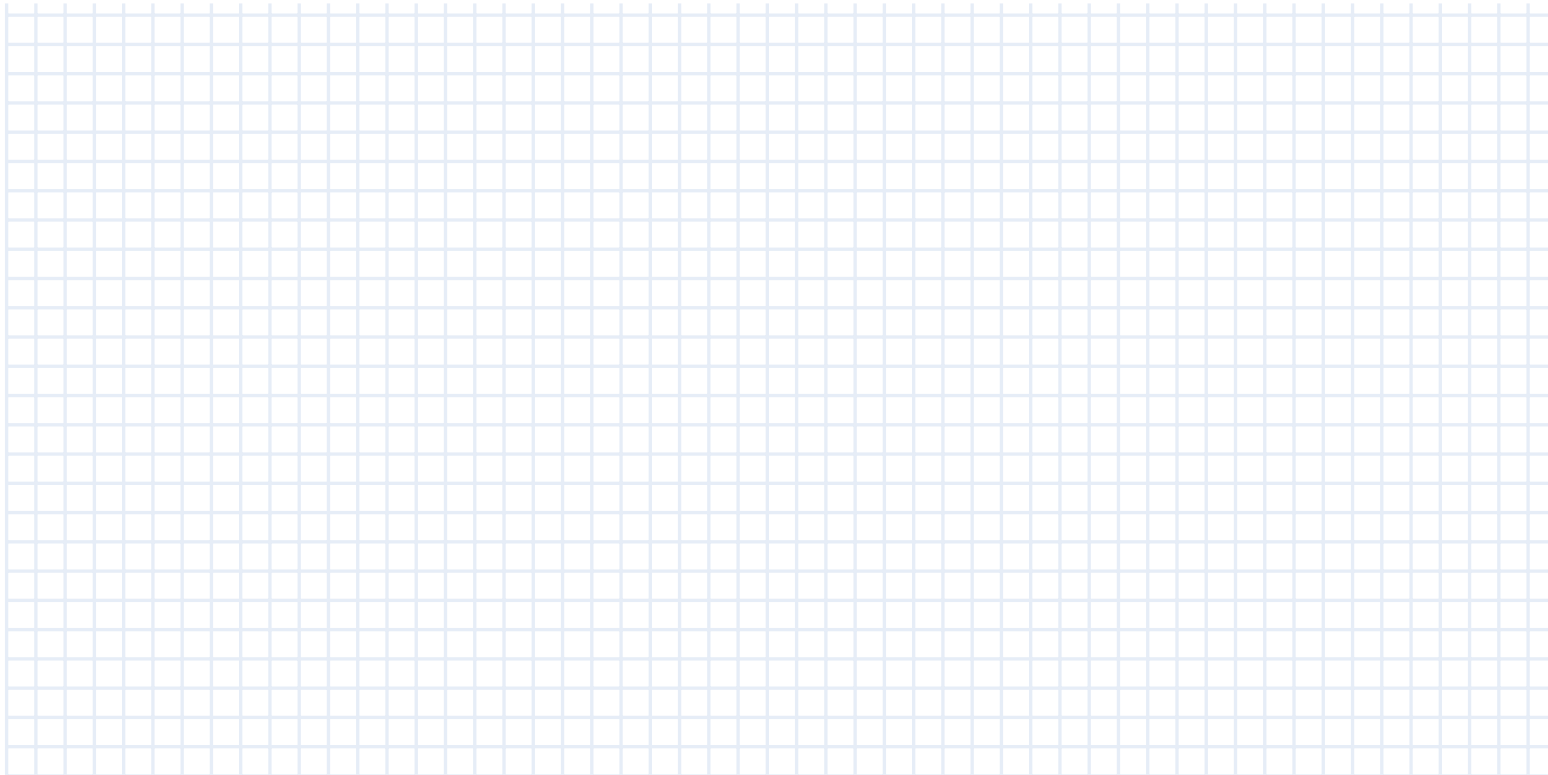
Energie mécanique

On définit l'énergie mécanique E_m par

$$E_m = E_p + E_c$$



Frottements :



Récapitulatif :

Pour certaines forces, on peut trouver la fonction énergie potentielle telle que $W_{AB}^{\vec{F}} = E_{p,A} - E_{p,B}$. Ces forces sont dites "**conservatives**" car elles **conservent l'énergie mécanique**.

Si plusieurs forces conservatives entrent en jeu $E_p^{\text{tot}} = \sum E_p^i$

S'il y a plusieurs forces $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots$

$$W_{AB}^{\text{tot}} = W_{AB}^{\vec{F}_1} + W_{AB}^{\vec{F}_2} + \dots = E_{c,B} - E_{c,A}$$

Pour les \vec{F}_i conservatives $W_{AB}^{\vec{F}_i} = E_{p,A}^i - E_{p,B}^i$

Pour les \vec{F}_j non conservatives $W_{AB}^{\vec{F}_j} = \int_A^B \vec{F}_j \cdot d\vec{r}$

Énergie potentielle dans le champ de pesanteur terrestre :

$$mgz$$

Énergie potentielle d'un ressort :

$$\frac{1}{2}kx^2$$

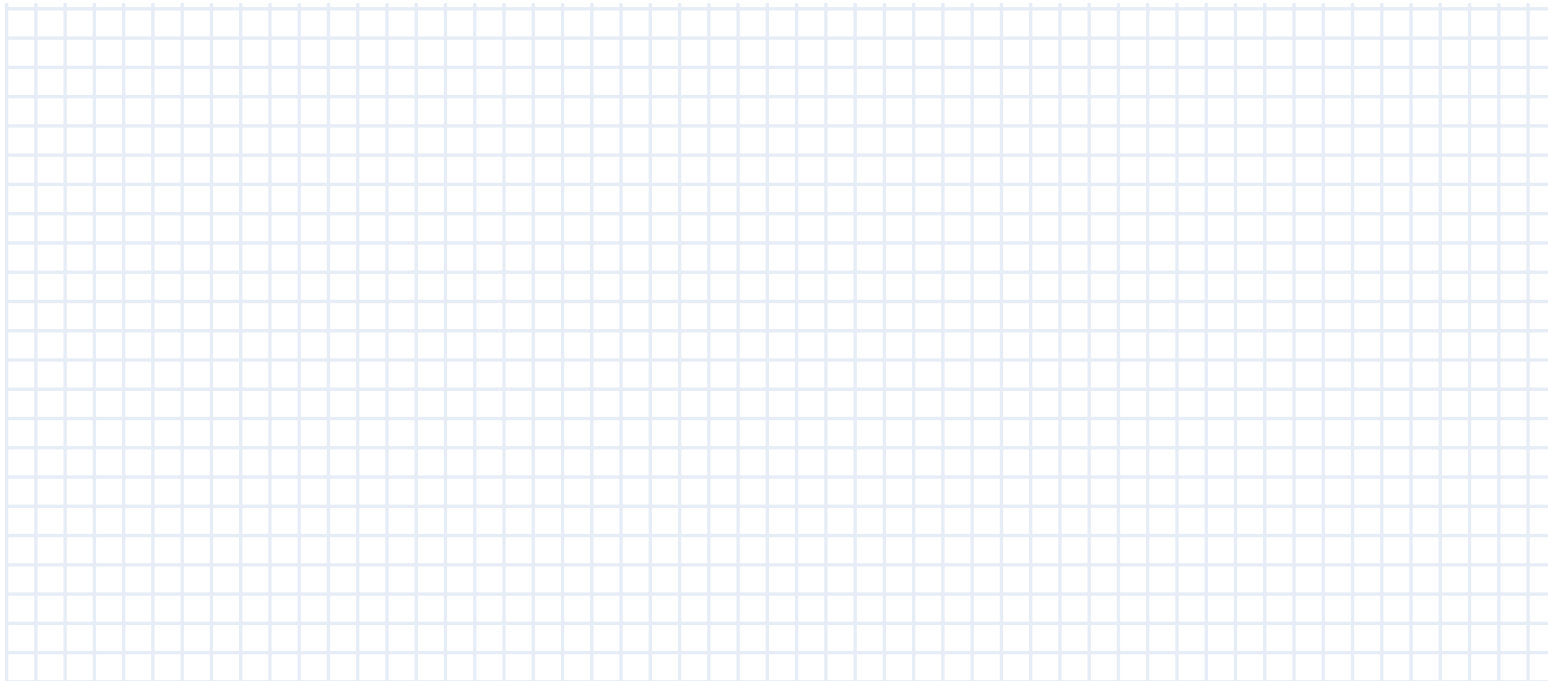
L'énergie potentielle est définie **à une constante près** (l'endroit où on prend le référence). Ça n'est pas un problème car **seule la différence d'énergie potentielle a un sens physique !**

Table des matières

- VI - 1 Travail d'une force, puissance
- VI - 2 Energie cinétique
- VI - 3 Energie potentielle et énergie mécanique
- VI - 4 Lien entre force et énergie potentielle
- VI - 5 Energie potentielle et équilibre

VI - 4 Lien entre force et énergie potentielle

Cas à une dimension selon (Ox) , pour une force conservative :



Cas à 3 dimensions : $E_p(x, y, z)$.

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} -\frac{\partial E_p}{\partial x} \\ -\frac{\partial E_p}{\partial y} \\ -\frac{\partial E_p}{\partial z} \end{pmatrix} = -\vec{\nabla} E_p$$

Surfaces équipotentielles :



Une force est conservative si et seulement si :

Il existe une *fonction* $E_p(x, y, z)$ telle que $W_{AB}^{\vec{F}} = E_p(A) - E_p(B)$

ou

Il existe une *fonction* $E_p(x, y, z)$ telle que $\vec{F} = -\vec{\nabla} E_p$

ou

Le travail de \vec{F} ne dépend pas du chemin suivi

ou

Le travail de \vec{F} est nul sur tout chemin fermé

ou

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{F} = \vec{0}$$

Table des matières

- VI - 1 Travail d'une force, puissance
- VI - 2 Énergie cinétique
- VI - 3 Énergie potentielle et énergie mécanique
- VI - 4 Lien entre force et énergie potentielle
- VI - 5 Énergie potentielle et équilibre

VI - 5 Energie potentielle et équilibre

Si à la position x_0 , la dérivée $\frac{dE_p}{dx}(x_0) = 0$, alors $F(x_0) = 0$.

Pas de force appliquée sur l'objet. Si l'objet est immobile en x_0 , il y reste. C'est une position d'équilibre.

