V. Forces ; applications des lois de Newton

Dr. Yves Revaz

2025

Plan du cours

Table des matières

V - 1. Réaction d’un support

Lorsqu’un corps est posé sur un support, **les atomes/molécules** des deux solides se rapprochent. Ils commencent à avoir une interation notable.

V - 1. Réaction d'un support

Lorsqu'un corps est posé sur un support, **les atomes/molécules** des deux solides se rapprochent. Ils commencent à avoir une interation notable.

La force en jeu est la force **électromagnétique**. Comme il serait bien trop complexe de la décrire exactement, on modélise son effet par des forces phénoménologiques : **réaction du support et frottements**.

V - 1. Réaction d'un support

Lorsqu'un corps est posé sur un support, **les atomes/molécules** des deux solides se rapprochent. Ils commencent à avoir une interation notable.

La force en jeu est la force **électromagnétique**. Comme il serait bien trop complexe de la décrire exactement, on modélise son effet par des forces phénoménologiques : **réaction du support et frottements**.

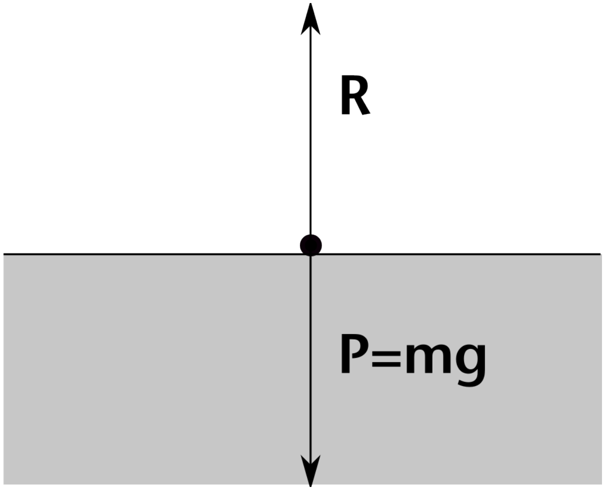
La **réaction** correspond à la partie répulsive des noyaux des atomes/molécules qui ne peuvent pas trop se rapprocher (répulsion entre *nuages* électroniques).

La réaction est **normale** au support (perpendiculaire) usuellement notée $\vec{R}$ ou $\vec{N}$. Elle est toujours dirigée du support vers l'objet.

On l'obtient en faisant l'hypothèse (raisonnable) que les corps étant des solides indéformables, l'objet ne va pas rentrer dans le support.

Exemple : poids et réaction du support

Masse m sur un support horizontal



Masse *m* sur un support incliné

Variation de l'angle d'inclinaison :

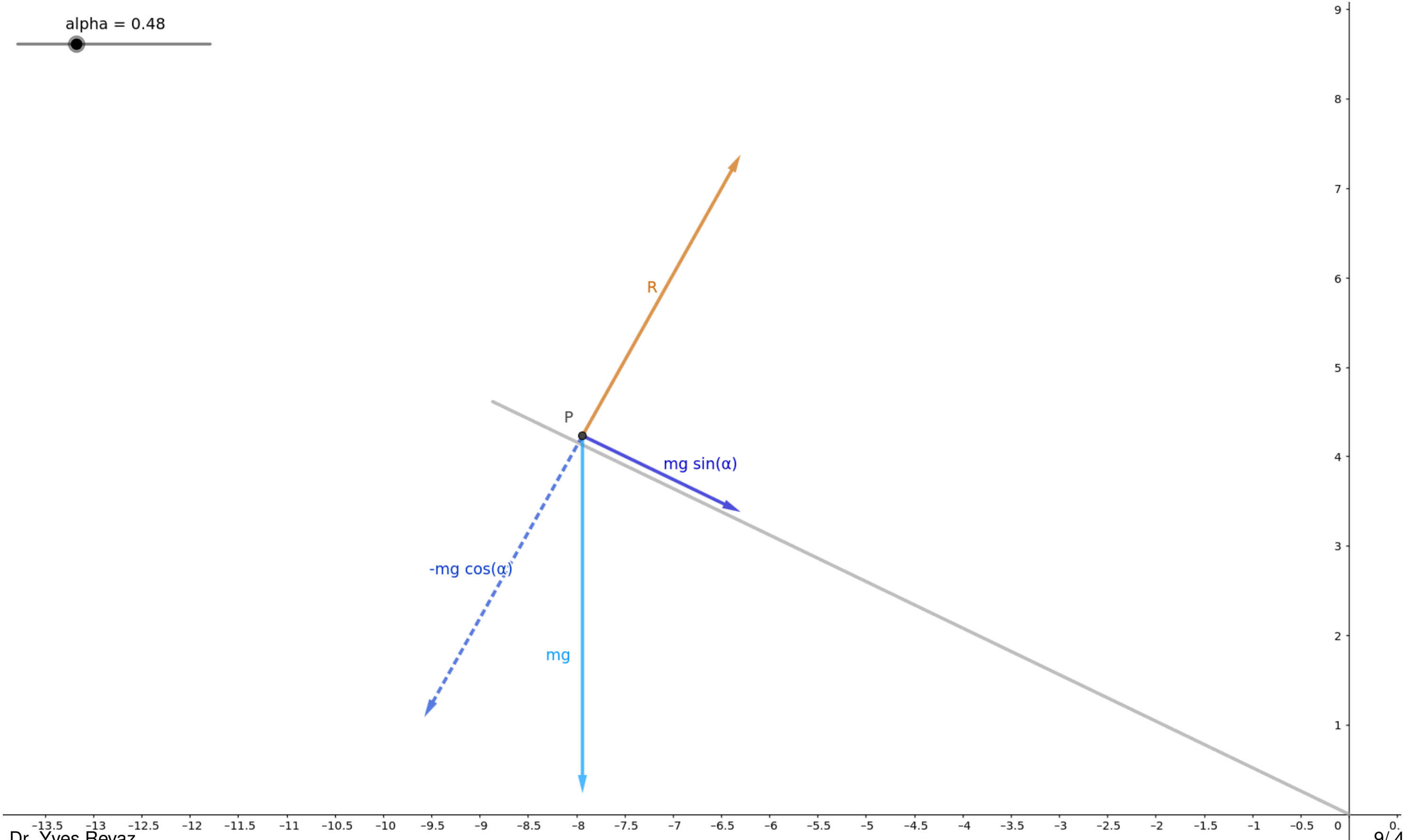


Table des matières

V - 2 Forces de frottement secs

Les frottements sont aussi une manifestation **d’interactions électromagnétiques** complexes.

C’est une simplification par un **modèle phénoménologique**.

V - 2 Forces de frottement secs

Les frottements sont aussi une manifestation **d'interactions électromagnétiques** complexes.

C'est une simplification par un **modèle phénoménologique**.

Un frottement s'oppose au mouvement.

V - 2 Forces de frottement secs

Les frottements sont aussi une manifestation **d'interactions électromagnétiques** complexes.

C'est une simplification par un **modèle phénoménologique**.

Un frottement s'oppose au mouvement.

On distinguera deux types de frottements

- **Frottements secs** (d'un solide sur un autre)
- **Frottements fluides ou visqueux**, ils ont lieu dans un fluide (liquide, gaz...)

Frottement secs : expériences

La force de frottement ne dépend que de la réaction du support et du type de surfaces en contact, mais **ni de l'aire de contact apparent, ni de la vitesse**.

Frottement secs : expériences

La force de frottement ne dépend que de la réaction du support et du type de surfaces en contact, mais **ni de l'aire de contact apparent, ni de la vitesse**.
Les frottements secs se comportent différemment selon que l'objet est immobile ou en mouvement.
La force de frottement **est plus faible** dès que le corps bouge.

Deux formes de frottements secs

Deux formes de frottements secs

1) Quand le corps est immobile : **frottements statiques**

$\sum \vec{F} = \vec{0}$, donc la force de frottement $\vec{F}_F$ **compense exactement** la force qui tente de mettre l'objet en mouvement, jusqu'à une *valeur limite*.

Deux formes de frottements secs

1) Quand le corps est immobile : **frottements statiques**

$\sum \vec{F} = \vec{0}$, donc la force de frottement $\vec{F}_F$ **compense exactement** la force qui tente de mettre l'objet en mouvement, jusqu'à une *valeur limite*.

Tant que $F_F \leq \mu_s R$, **le corps ne bouge pas**. μ_s coefficient de frottement statique.

Deux formes de frottements secs

1) Quand le corps est immobile : **frottements statiques**

$\sum \vec{F} = \vec{0}$, donc la force de frottement $\vec{F}_F$ **compense exactement** la force qui tente de mettre l'objet en mouvement, jusqu'à une *valeur limite*.

Tant que $F_F \leq \mu_s R$, **le corps ne bouge pas**. μ_s coefficient de frottement statique.

2) Quand le corps est en mouvement : **frottements dynamiques**

$F_F = \mu_c R$, μ_c coefficient de frottement cinétique ou dynamique.

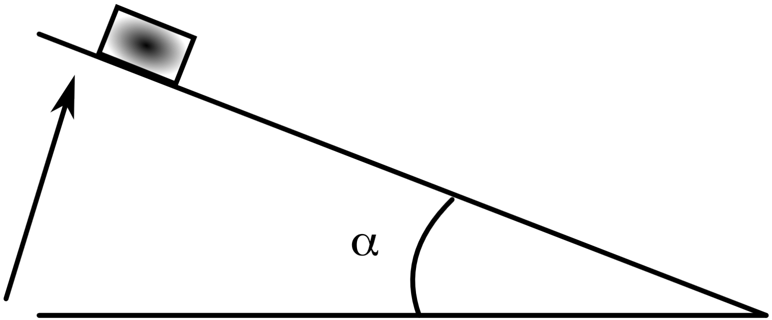
En général $\mu_s > \mu_c$.

Exemple :

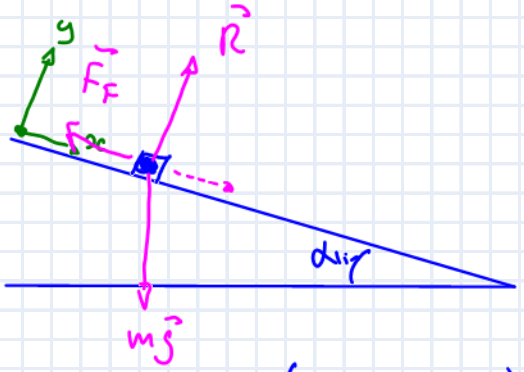
Un bloc de masse *m* est posé en haut d'un plan incliné dont on peut varier l'inclinaison. On considère qu'il y a des frottements et que $\mu_s > \mu_c$. Initialement, le plan est horizontal, on l'incline doucement de plus en plus.

1) A quel angle est-ce que le bloc commence à glisser ?

2) Dès que le bloc "décroche" (commence à glisser), on cesse d'augmenter l'angle. Quelle est alors l'accélération du bloc ?



V - 2 Forces de frottement secs



$$\sum \vec{F}^{ext} = m\vec{a} \neq 0$$

$$\begin{pmatrix} mg\sin\alpha \\ -mg\cos\alpha \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ R \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -F_F \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m a_x \\ \cancel{m a_y} = 0 \end{pmatrix}$$

$$R = mg\cos\alpha \qquad F_F = \mu_c R$$

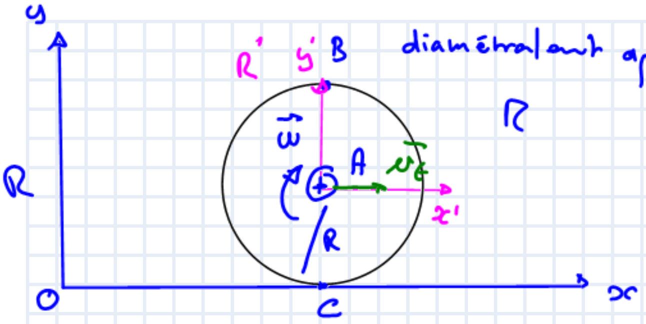
$$\cancel{m} g \sin\alpha - \mu_c \cancel{m} g \cos\alpha_{lim} = \cancel{m} a_x \qquad \mu_c < \mu_s$$

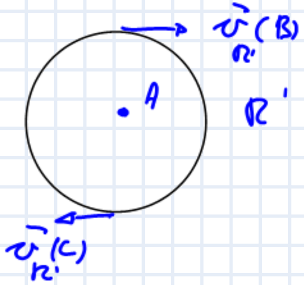
$$a_x = \dots = g\sin\alpha_{lim}\left(1 - \frac{\mu_c}{\mu_s}\right)$$

Table des matières

V - 3 Roulement d'une roue sans glissement

$v = \omega R$





$R(O,x,y)$ fixe

$\vec{v}_R(C) = \vec{0}$

$\vec{v}_R(C) = \vec{v}_{R'}(C) + \vec{v}_R(A) = 0$

$\vec{v}_{R'}(C) = -\overbrace{\vec{v}_R(A)}^{\vec{v}_t}$

$\boxed{|v_{R'}(C)| = v_t}$

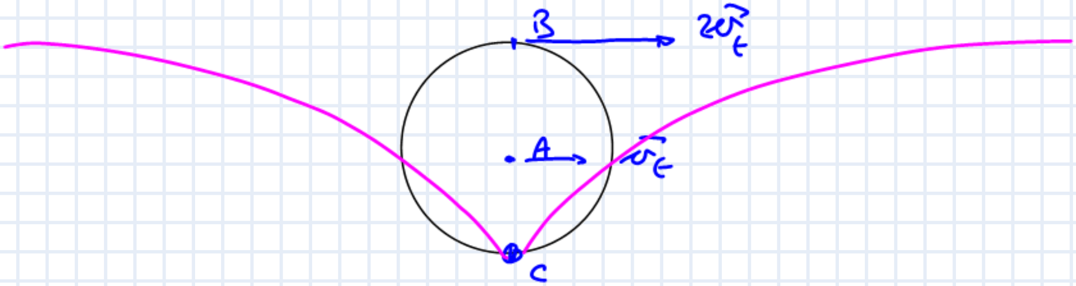
$\boxed{v_t = R \cdot \omega}$

$\vec{v}_{R'}(B) = +\vec{v}_t$

$\boxed{\vec{v}_R(A) = \vec{v}_t}$

$\vec{v}_R(B) = \underbrace{\vec{v}_{R'}(B)}_{\vec{v}_t} + \underbrace{\vec{v}_R(A)}_{\vec{v}_t}$

$\boxed{\vec{v}_R(B) = 2\,\vec{v}_t}$



$$\begin{cases} \vec{v}_R(B) = 2\,\vec{v}_t \\ \vec{v}_R(A) = v_t \\ \vec{v}_R(C) = 0 \end{cases}$$

Table des matières

V - 4 Frottements fluides

L'expérience nous montre que la force de frottement dépend de la **vitesse et de la géométrie de l'objet**.

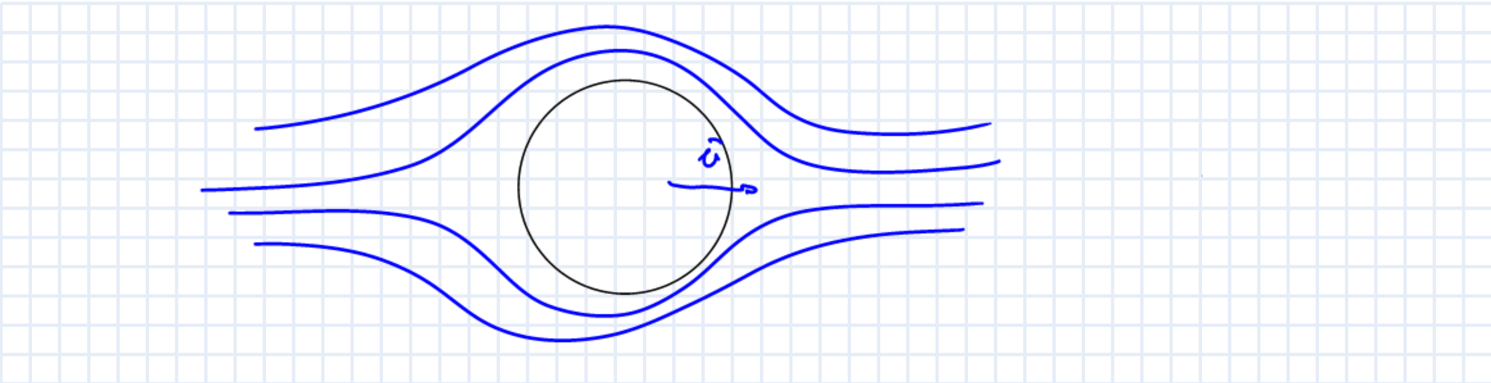
- petite vitesse : régime d'écoulement laminaire
- grande vitesse : régime d'écoulement turbulent

Petite vitesse : régime d'écoulement laminaire

À petites vitesses la dépendance est linéaire : $\vec{\tau}$

$$\vec{F}_F = -b_l\vec{v} = -b_l v\frac{\vec{v}}{v} = -b_l v \cdot \vec{\tau} \qquad v = |\vec{v}|$$

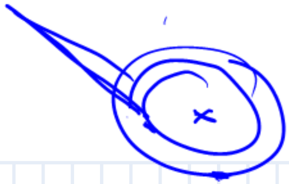
$b_l = K\eta$ avec η **coefficient de viscosité** du fluide et K, un facteur **dépendant de la forme de l'objet**.

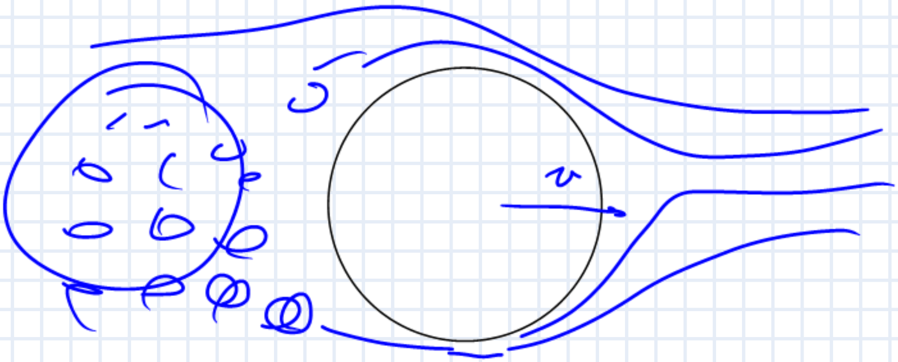


Grande vitesse : régime d'écoulement turbulent

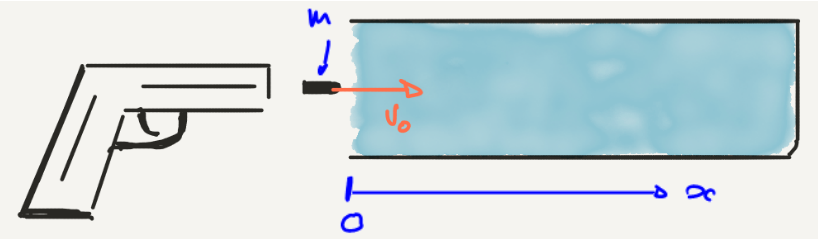
À grande vitesse, la dépendance est quadratique :

$$\vec{F}_F = -b_t v^2 \frac{\vec{v}}{v}$$





pas de gravité



$\mathcal{R}$ inertiel

$\vec{v}(t=0) = \vec{v}_0 = v_0 \vec{e}_x$

Un projectile arrive avec $\vec{v}_0$ dans un fluide de viscosité η. On appelle K le coefficient lié à la forme de la balle.

But : calculer $v(t)$

$\sum \vec{F}^{ext} = m\vec{a}$

$b_\ell = \eta \cdot K$

$\vec{F}_f = -b_\ell \vec{v}$

$m\vec{a} = -b_\ell \vec{v}$

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

$m \frac{d\vec{v}}{dt} = -b_\ell \vec{v}$

$\dot{v} = \frac{dv}{dt}$

$m \dot{v} \vec{e}_x = -b_\ell v \vec{e}_x$

$v(t)$

$\frac{dv}{dt} = \boxed{\dot{v} = -\frac{b_\ell}{m} v = -\frac{K\eta}{m} v}$

$$\frac{d}{dt}v(t) = -\underbrace{\frac{k\eta}{m}}_{\lambda}\cdot v(t)$$

$$f(x) = e^{x} \qquad f'(x) = e^{x} = f(x)$$

$$f(x) = A\,e^{-\lambda x} \qquad f'(x) = -A\lambda\, e^{-\lambda x} = -\lambda f(x)$$

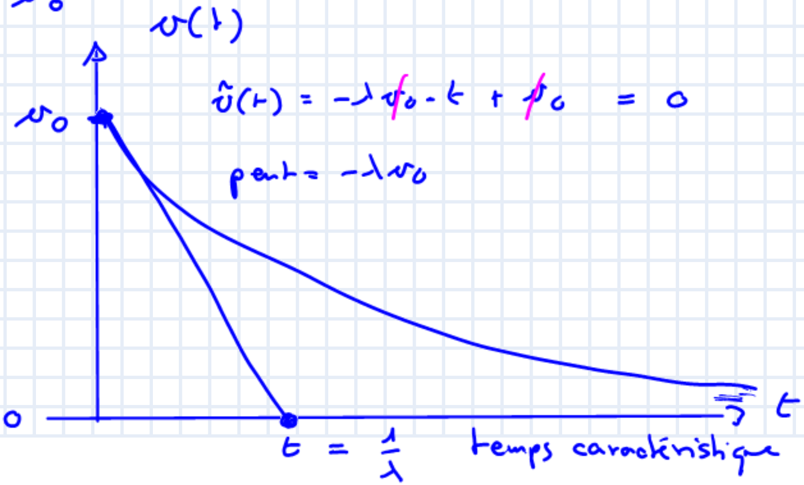
$$v(t) = A\,e^{-\lambda t} \qquad \lambda = \frac{k\eta}{m}$$

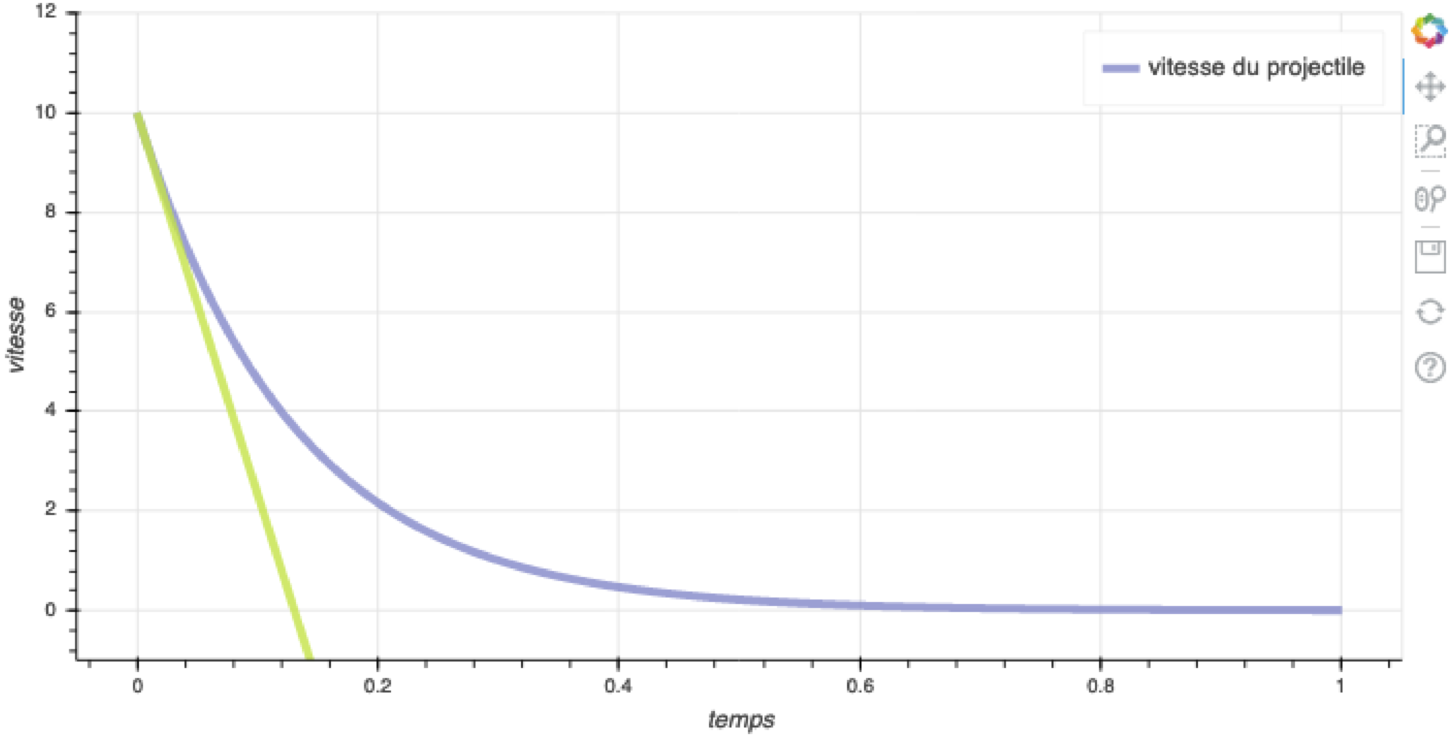
$$v(t=0) = v_0$$

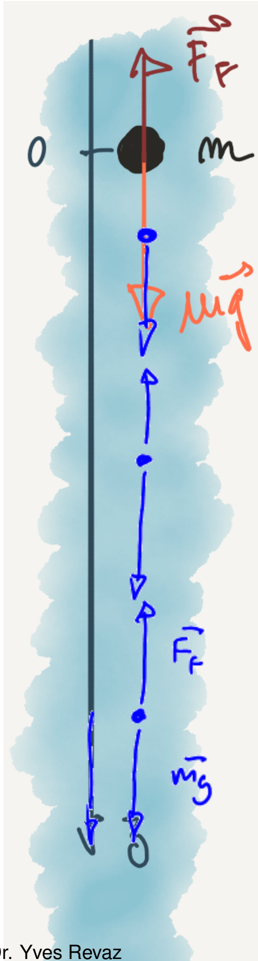
$$= A \quad \Rightarrow \quad A = v_0$$

$$\boxed{v(t) = v_0\, e^{-\lambda t}}$$

$$\frac{d}{dt}v(t) = -\lambda\, v_0\, \underbrace{e^{-\lambda t}}_{0}$$




vitesse du projectile
vitesse
temps
12
10
8
6
4
2
0
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1



$R\ (O, z)$ $\qquad t = 0 \quad \vec{v}(t=0) = \vec{0}$

$z(t=0) = 0$

$\sum \vec{F}^{ext} = m\vec{a}$ $\qquad$ but $\vec{v}(t)$

$m\vec{g} = mg\,\vec{e}_z$ $\qquad \vec{v} = v\,\vec{e}_z$

$\vec{F}_f = -b_\ell\, v\,\vec{e}_z$

$m\,\dot{v}\,\vec{e}_z = mg\,\vec{e}_z - b_\ell\, v\,\vec{e}_z$

$$\boxed{m\,\dot{v} = mg - b_\ell\, v}$$

$v(t)$

lorsque $v(t) = \text{cte}$ $\quad v(t) = v_{lim}$ $\quad \sum \vec{F}^{ext} = 0$

$mg - b_\ell\, v_{lim} = 0$ $\qquad \lambda = \dfrac{b_\ell}{m}$

$$\boxed{v_{lim} = \frac{mg}{b_\ell} = \frac{mg}{b_\ell} = \frac{g}{\lambda}}$$

$$\boxed{m\dot{v} = -b_e v + mg}$$

$$\dot{v} = -\frac{b_e}{m} v + g$$

$$\boxed{\dot{v} = -\lambda v + g}$$

$$v(t) = A + B e^{-\lambda t}$$

① $$\lim_{t \to \infty} \left(A + B \underbrace{e^{-\lambda t}}_{0} \right) = v_{lim} = \frac{g}{\lambda} \qquad A = \frac{g}{\lambda}$$

② $t = 0 \qquad v(t=0) = 0$

$$v(t) = \frac{g}{\lambda} + B e^{-\lambda t}$$

$$v(0) = \frac{g}{\lambda} + B = 0 \qquad B = -\frac{g}{\lambda}$$

$$\boxed{v(t) = \frac{g}{\lambda} - \frac{g}{\lambda} e^{-\lambda t}} = \frac{g}{\lambda}\left(1 - e^{-\lambda t}\right)$$

Vérification de la solution

$$v(t) = \frac{g}{\lambda} - \frac{g}{\lambda} e^{-\lambda t}$$

$$\boxed{\dot{v} = -\lambda v + g}$$

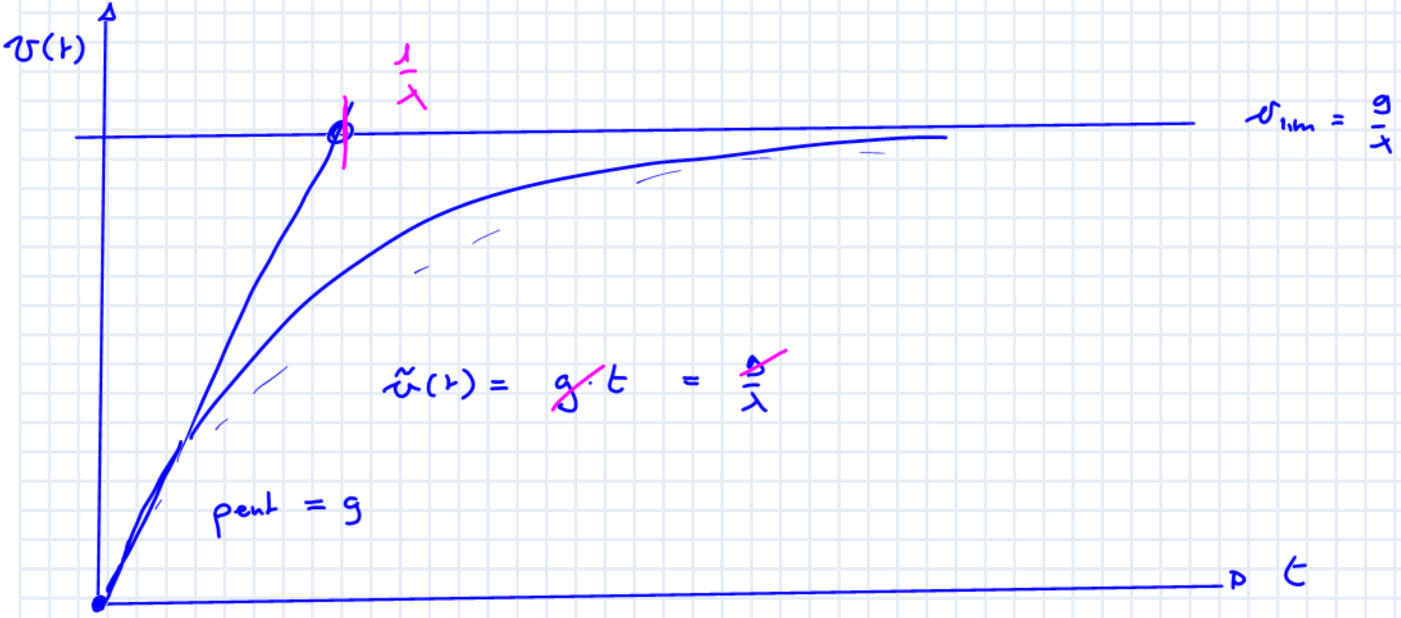
$$\dot{v} = -\frac{g}{\lambda}(-\lambda)\, e^{-\lambda t} = \underline{+g\, e^{-\lambda t}} \quad \checkmark$$

$$-\lambda v + g = -\lambda\left(\frac{g}{\lambda} - \frac{g}{\lambda} e^{-\lambda t}\right) + g$$

$$= \cancel{-g} + g\, e^{-\lambda t} \cancel{+g} = g\, e^{-\lambda t}$$

$$v(t) = \frac{g}{\lambda} - \frac{g}{\lambda} e^{-\lambda t}$$

$$\dot{v} = -\lambda v + g \qquad \dot{v}(t=0) = g$$



$$v(t) = \frac{g}{\lambda}(1 - e^{-\lambda t})$$

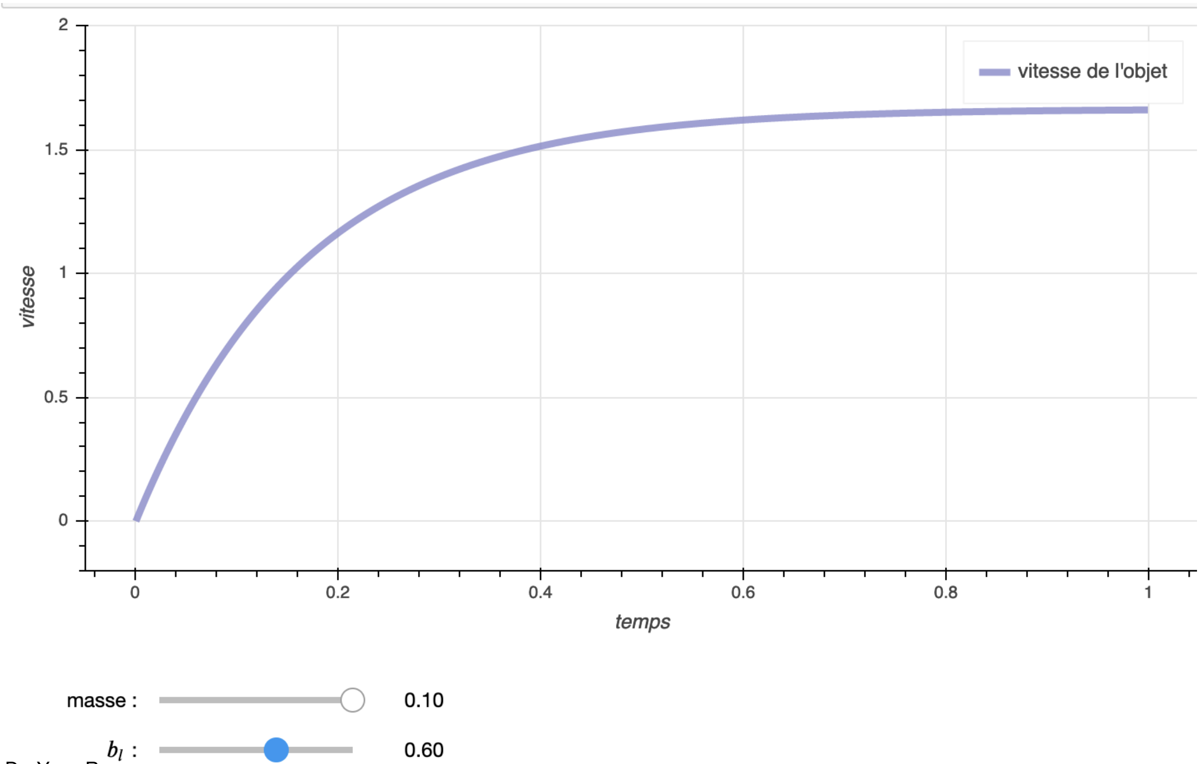
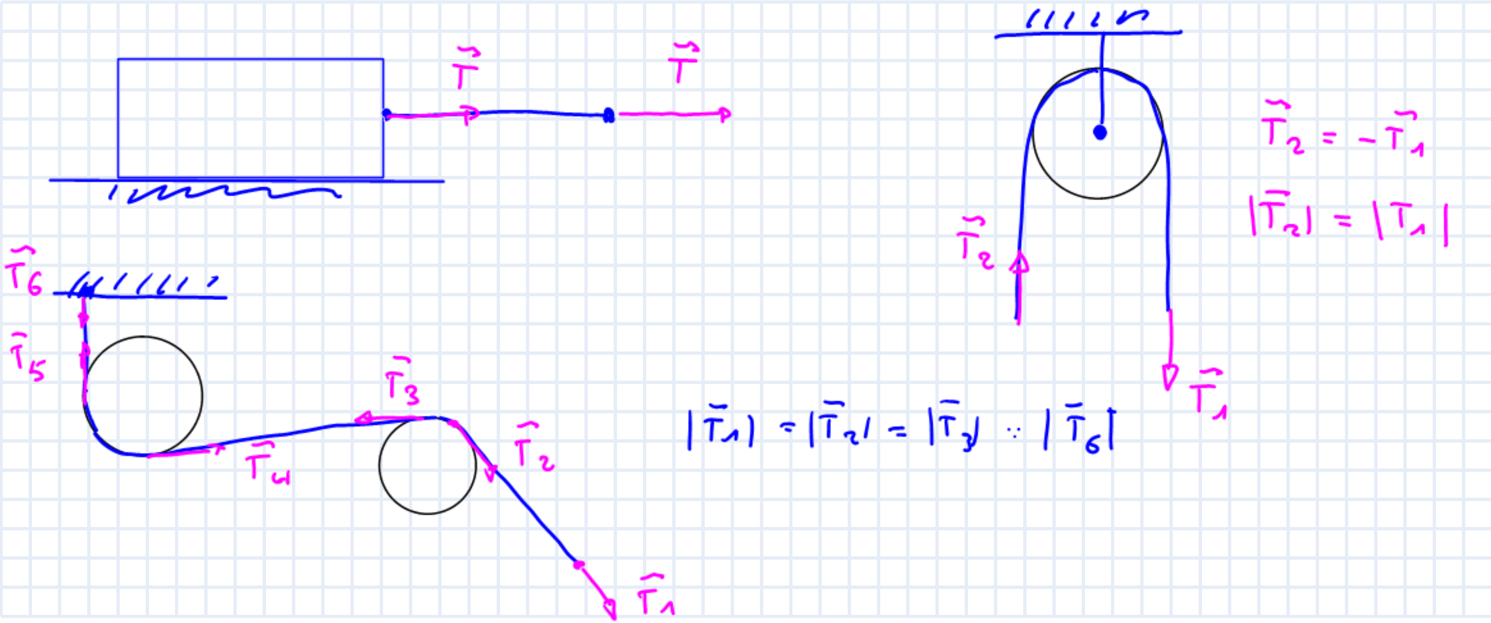


Table des matières

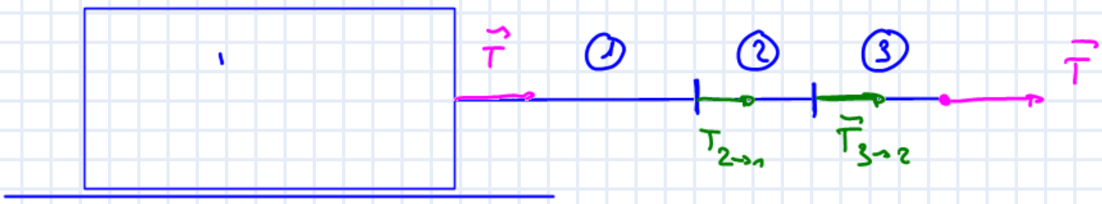
V - 5 Tension dans une corde

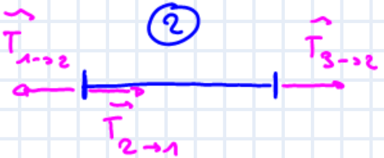
Une corde **sans masse, inextensible et tendue** transmet simplement les forces, en changeant éventuellement leur direction.



Transmission de la tension...

masse de la corde = 0





R inertiel

$$\sum \vec F^{ext} = \cancel{m}\,\vec a$$

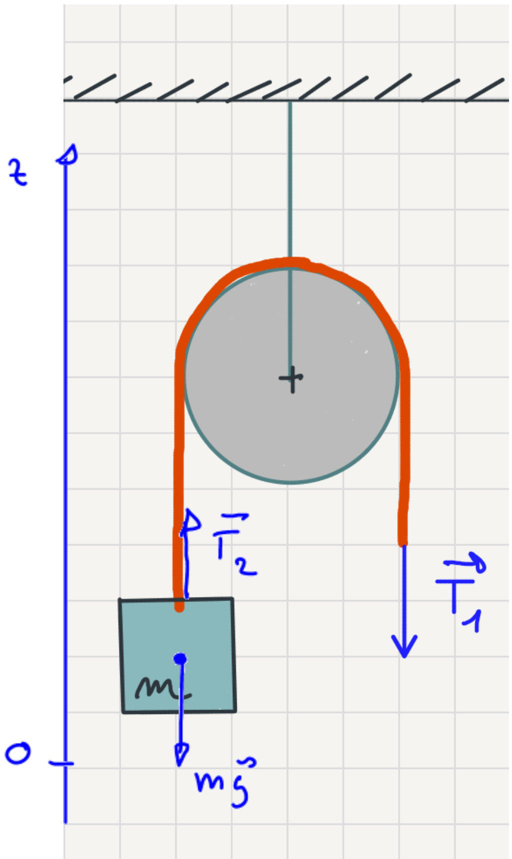
$$\vec T_{3\to2} + \vec T_{1\to2} = 0$$

$$\vec T_{2\to1} = -\vec T_{1\to2}$$

$$\vec T_{1\to2} = -\vec T_{3\to2} = -\vec T_{2\to1}$$

$$\boxed{\vec T_{2\to1} = \vec T_{3\to2}}$$

poulie sans masse



R inertiel $(0, z)$

$$\sum \vec{F}^{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{T}_2 + m\vec{g} = m\vec{a}$$

$$T_2 \cancel{\vec{e}_z} - mg\cancel{\vec{e}_z} = ma\cancel{\vec{e}_z}$$

a > 0
a < 0
a = 0

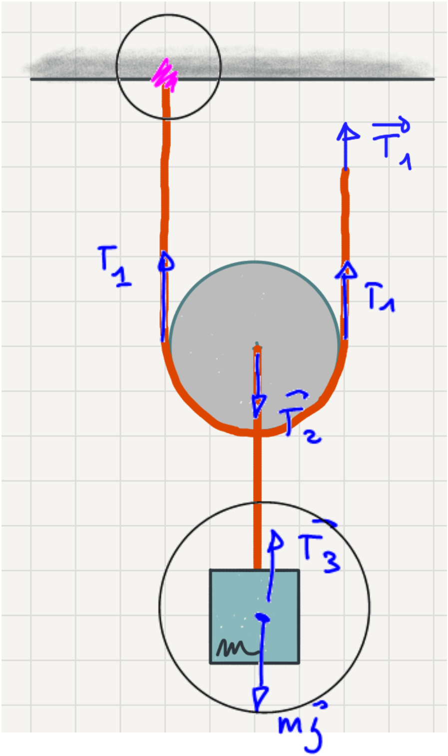
$$T_2 - mg = ma$$

$$|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2|$$

$$\boxed{a = \frac{T_2 - mg}{m}}$$

$$\boxed{a = \frac{T_1 - mg}{m}}$$

$T_1 > mg$	$a > 0$
$T_1 < mg$	$a < 0$
$T_1 = mg$	$a = 0$



$\mathcal{R}$ inertiel

① cas statique

Poulie $\quad \sum \vec F^{ext} = \vec 0$

$$\vec T_1 + \vec T_1 + \vec T_2 = 0 \qquad \vec T_2 = -2\vec T_1$$

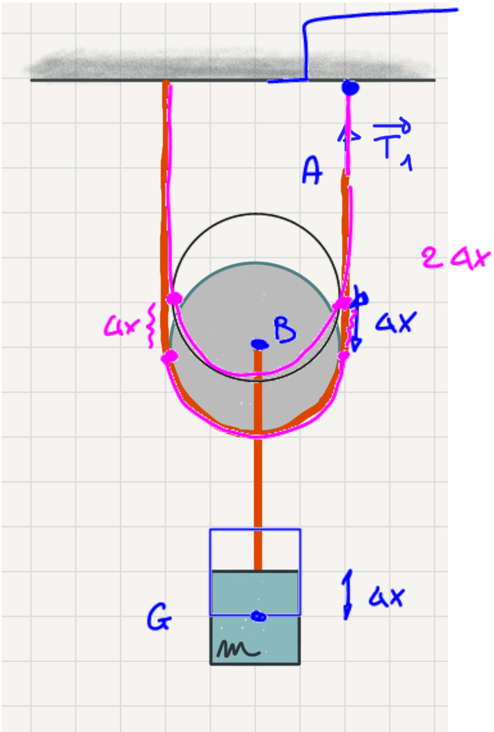
Masse $\quad m\vec g + \vec T_3 = 0$

$$m\vec g - \vec T_2 = 0$$

$$m\vec g + 2\vec T_1 = 0$$

$$\boxed{T_1 = \frac{mg}{2}}$$

Accélérations



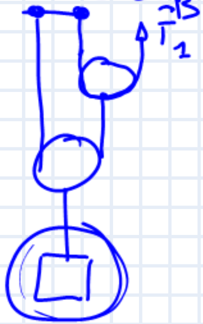
Δt

$$\Delta x_A = 2\Delta x_B = 2\Delta x_G$$

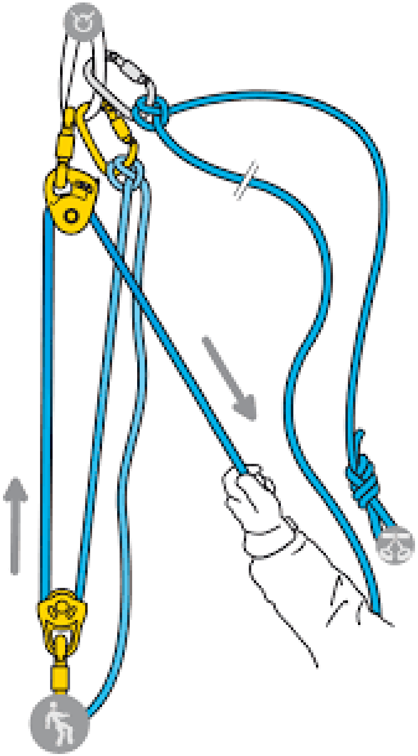
$$v_A = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x_A}{\Delta t}$$

$$v_A = 2 v_B = 2 v_G$$

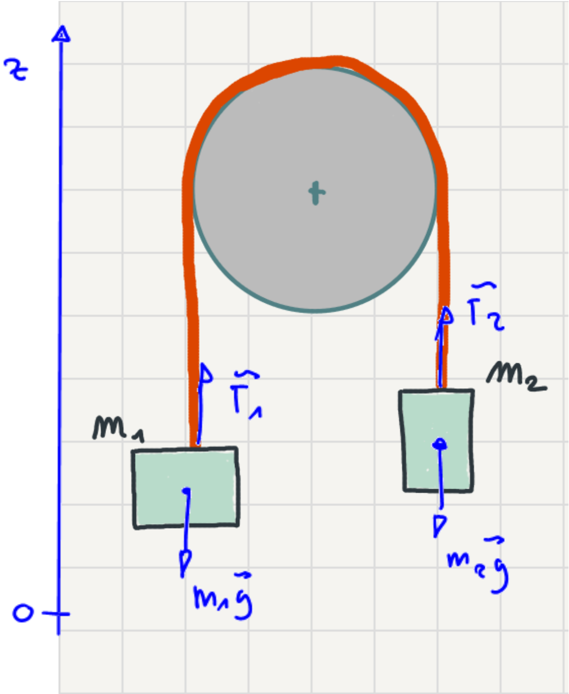
$$a_A = 2 a_B = 2 a_G$$



V - 5 Tension dans une corde



Exemple machine d'Atwood :



R inertiel (O, z)

m_1: $m_1 \vec g + \vec T_1 = m_1 \vec a_1$

$$-m_1 g \vec e_z + T_1 \vec e_z = m_1 a_1 \vec e_z$$

$$\boxed{-m_1 g + T_1 = m_1 a_1}$$

m_2: $m_2 \vec g + \vec T_2 = m_2 \vec a_2$

$$\boxed{-m_2 g + T_2 = m_2 a_2}$$

2 Eqn. 4 inc.

4

$$\vec T_1 = \vec T_2 \qquad \boxed{T_1 = T_2}$$

$$\boxed{a_1 = -a_2}$$

$$(1)-(2)$$

$$\begin{cases} (1) & m_1 a_1 = T_1 - m_1 g \\ (2) & m_2 a_2 = T_2 - m_2 g \\ & a_1 = -a_2 \\ & T_1 = T_2 \end{cases}$$

$$m_1 a_1 - m_2 \overset{-a_1}{a_2} = \underbrace{T_1 - T_2}_{=0} - m_1 g + m_2 g$$

$$a_1 (m_1 + m_2) = g (m_2 - m_1)$$

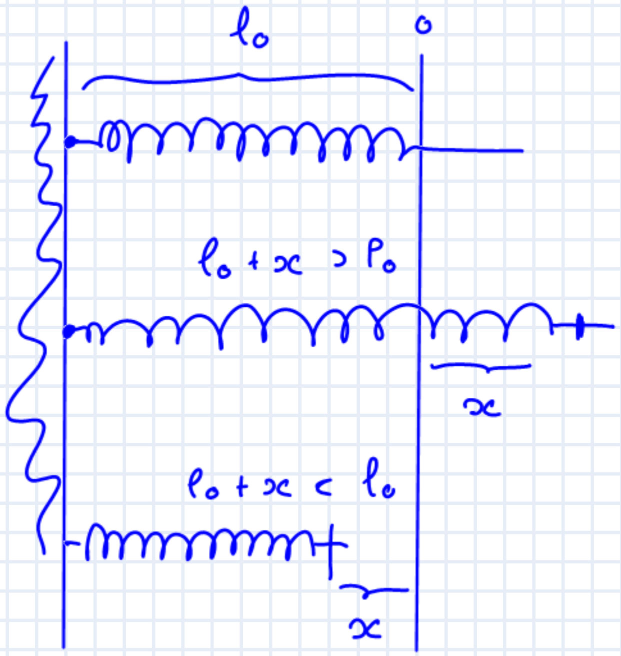
$$\boxed{a_1 = g \frac{(m_2 - m_1)}{m_1 + m_2}}$$

$$\boxed{a_2 = g \frac{(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2}}$$

$$a_1 = g_{eff} \qquad g_{eff} << g$$

Table des matières

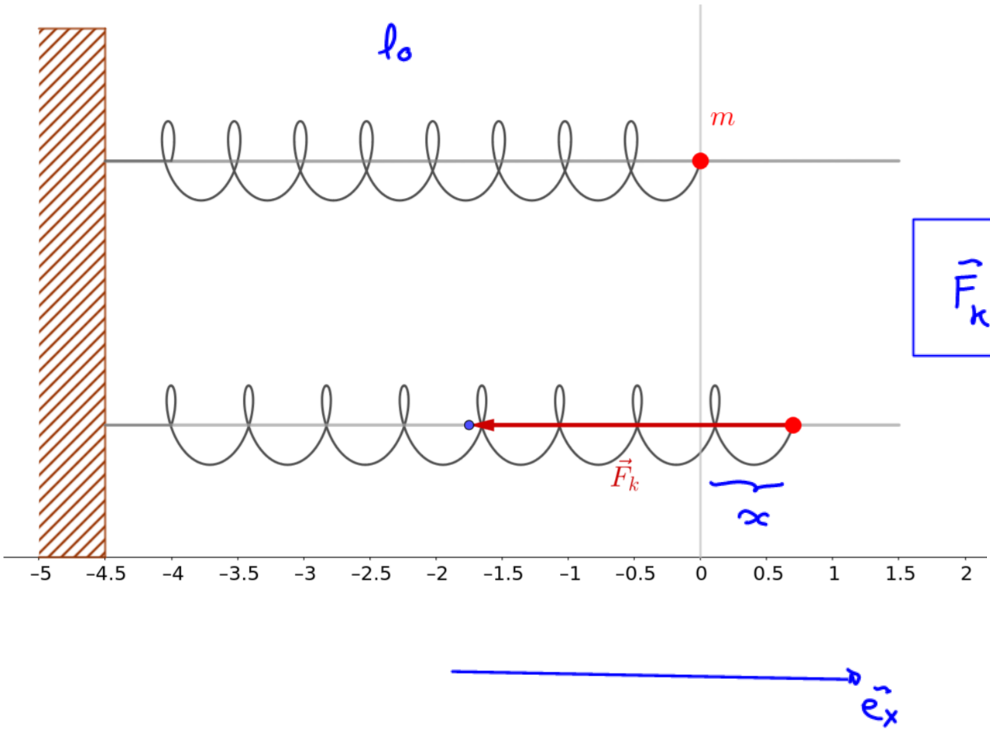
V - 6. Force de rappel d’un ressort



$x > 0$

$x < 0$

Dans le cas idéal (petites déformations réversibles), la force exercée par un ressort est **proportionnelle à sa variation de longueur**. **Loi de Hook.**

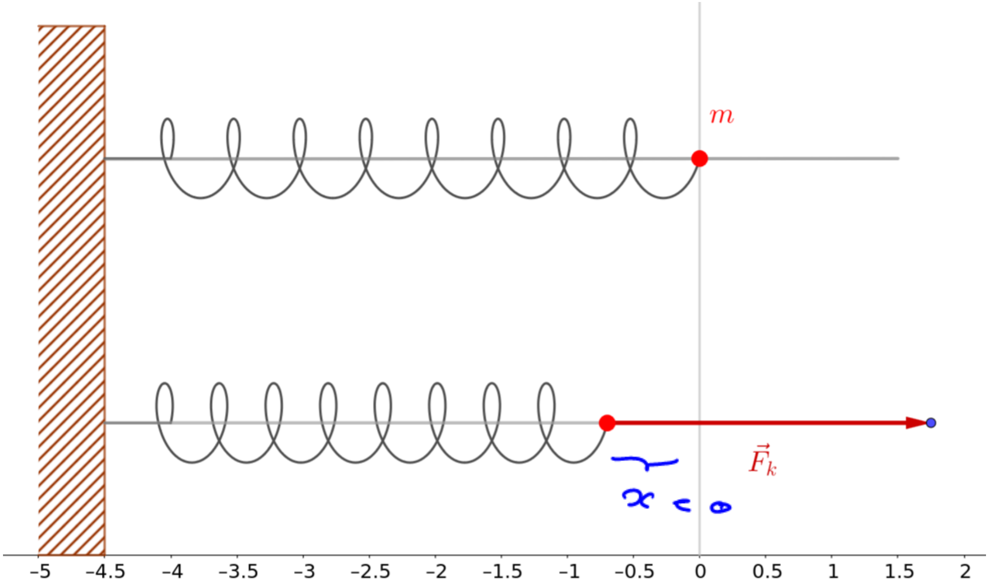


$$\boxed{\vec{F}_k = -k\, x\, \vec{e}_x}$$

k : constante de raideur

$\frac{N}{m}$

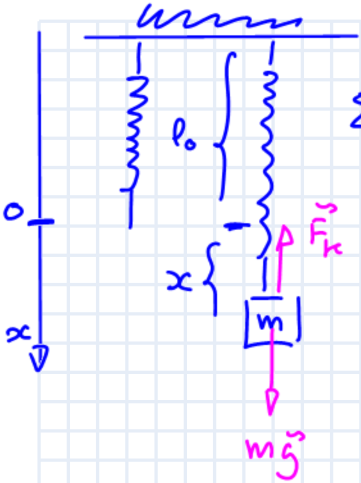
Dans le cas idéal (petites déformations réversibles), la force exercée par un ressort est **proportionnelle à sa variation de longueur**. **Loi de Hook.**



$$\boxed{\vec{F}_k = -k\, x\, \vec{e}_x}$$

$\mathcal{R}$ inertiel (O, x)

Cas d’un ressort accroché verticalement avec une masse suspendue



$$\sum \vec{F}^{ext} = m\vec{a} = \vec{0}$$

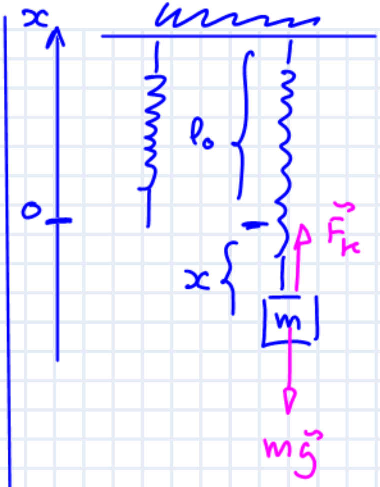
$$m\vec{g} + \vec{F}_k = 0$$

$$\ell = \ell_0 + x$$

$$mg\cancel{\vec{e}_x} - kx\cancel{\vec{e}_x} = 0$$

$$mg - kx = 0$$

$$\boxed{x = \frac{mg}{k}} > 0$$



$$\ell = \ell_0 + x < \ell_0$$
$$= \ell_0 + |x| > \ell_0$$

$$-mg\cancel{\vec{e}_x} - kx\cancel{\vec{e}_x} = 0$$

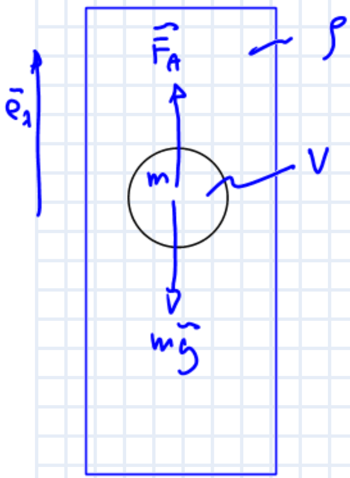
$$-mg - kx = 0$$

$$\boxed{x = -\frac{mg}{k}} < 0$$

Table des matières

V - 7 Poussée d’Archimède

Un corps immergé dans un fluide reçoit une poussée vers le haut **égale au poids du volume de fluide déplacé**.



$$m_f = \rho_f \cdot V$$

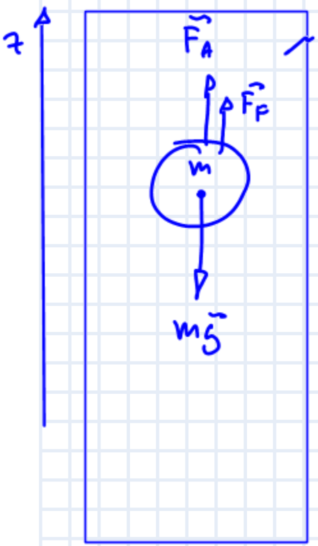
$$m_f \cdot g = P_f$$

$$\vec{F}_A = m_f \cdot g \, \vec{e}_z = \rho_f \cdot V \cdot \vec{e}_z$$

Un objet de masse m et volume V tombe dans un fluide visqueux de masse volumique ρ. On est dans le cas d'un régime laminaire. Quelle est sa vitesse limite ?

$$\sum \vec{F}^{ext} = m\vec{a}$$

$$\dot{z} = \frac{dz}{dt} \qquad \ddot{z} = \frac{d}{dt}\dot{z}$$



$$m\vec{g} + \vec{F}_A + \vec{F}_f = m\vec{a}$$

$$-mg\,\vec{e}_z + \rho_f V g\,\vec{e}_z - b_\ell\,\dot{z}\,\vec{e}_z = m\,\ddot{z}\,\vec{e}_z$$

cas : vitesse limite $\ddot{z} = 0$ $\quad v_{lim} = \dot{z}_{lim}$

$$-mg + \rho_f V g - b_\ell \underline{v_{lim}} = 0$$

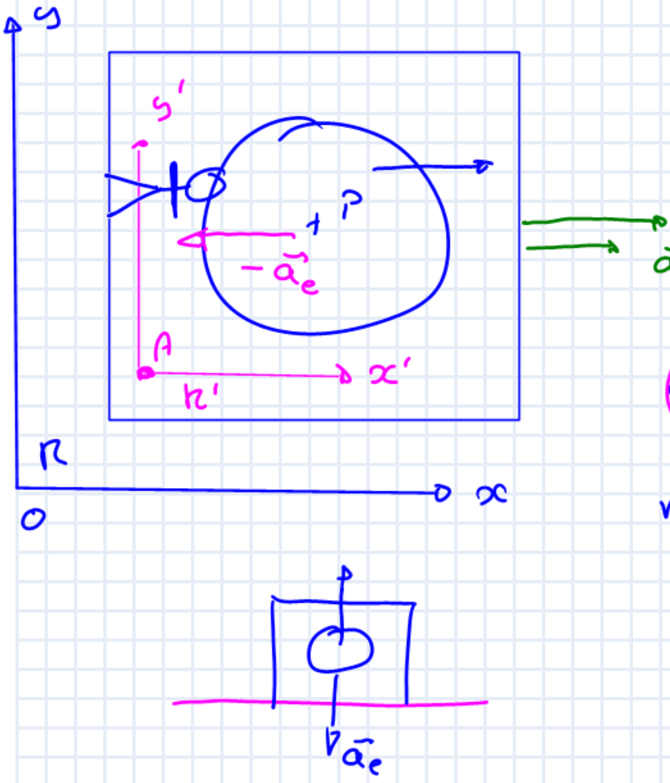
$$-mg + \rho_f \cdot V g = b_\ell v_{lim}$$

$$\boxed{v_{lim} = \frac{\rho_f \cdot Vg - mg}{b_\ell} = \frac{g}{b_\ell}\left(\overbrace{\rho_f \cdot V}^{m_f} - \underbrace{m}_{\rho_s \cdot V}\right)}$$

$$= \frac{g}{b_\ell} V(\rho_f - \rho_s)$$

- $m_f > m$ $\quad v_{lim} > 0$
- $m_f < m$ $\quad v_{lim} < 0$

Ballon d'hélium dans un référentiel accéléré



$\vec{F}_e$

$$\vec{a}_e = \vec{a}_R(A)$$

$$\cancel{\vec{a}_R(P)} = \vec{a}_{R'}(P) + \vec{a}_R(A) + \cancel{\cdots}$$

$$m\vec{a}_R(P) = 0$$

$$\vec{a}_{R'}(P) = -\vec{a}_R(A) = -\vec{a}_e$$