II. Référentiel accélérés

Dr. Yves Revaz

2025

Plan du cours

I - Cinématique
II - Référentiel accélérés
III - Lois de Newton
IV - Balistique – effet d’une force constante et uniforme
V - Forces ; application des lois de Newton
VI - Travail, Energie, principes de conservation
VII - Chocs, systèmes de masse variable
VIII - Oscillateur harmonique
IX - Moment cinétique ; Gravitation
X - Solide indéformable
XI - Application du solide indéformable

Table des matières

1. Introduction et notation

Soit un référentiel $\mathcal{R}$ fixe, muni du repère cartésien $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3)$

Soit un référentiel $\mathcal{R}'$ muni du repère cartésien $(A, \vec{y}_1, \vec{y}_2, \vec{y}_3)$ en mouvement dans $\mathcal{R}$.

On notera $\vec{e}_{x_i}$ respectivement $\vec{e}_{y_i}$ les vecteurs unitaires de ces deux repères.

Dans $\mathcal{R}$: $\overrightarrow{OP} = \sum_i x_i \vec{e}_{x_i}$ $\quad \vec{v}_{\mathcal{R}}(P) = \sum_i \dot{x}_i \vec{e}_{x_i}$ $\quad \vec{a}_{\mathcal{R}}(P) = \sum_i \ddot{x}_i \vec{e}_{x_i}$

1. Introduction et notation

Soit un référentiel $\mathcal{R}$ fixe, muni du repère cartésien $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3)$

Soit un référentiel $\mathcal{R}'$ muni du repère cartésien $(A, \vec{y}_1, \vec{y}_2, \vec{y}_3)$ en mouvement dans $\mathcal{R}$.

On notera $\vec{e}_{x_i}$ respectivement $\vec{e}_{y_i}$ les vecteurs unitaires de ces deux repères.

Dans $\mathcal{R}$:	$\overrightarrow{OP} = \sum_i x_i \vec{e}_{x_i}$	$\vec{v}_{\mathcal{R}}(P) = \sum_i \dot{x}_i \vec{e}_{x_i}$	$\vec{a}_{\mathcal{R}}(P) = \sum_i \ddot{x}_i \vec{e}_{x_i}$
Dans $\mathcal{R}'$:	$\overrightarrow{AP} = \sum_i y_i \vec{e}_{y_i}$	$\vec{v}_{\mathcal{R}'}(P) = \sum_i \dot{y}_i \vec{e}_{y_i}$	$\vec{a}_{\mathcal{R}'}(P) = \sum_i \ddot{y}_i \vec{e}_{y_i}$

On peut séparer le mouvement de $\mathcal{R}'$ dans $\mathcal{R}$ en deux composantes : **une rotation et une translation**.

La translation donne le mouvement de A dans $\mathcal{R}$ et la rotation la rotation des axes (y_j) par rapport aux axes (x_i). On appelle $\vec{\omega}$ le vecteur rotation.

Les vecteurs $\vec{e}_{y_i}$ changent dans $\mathcal{R}$. On obtient leur dérivée par :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\vec{e}_{y_j} = \vec{\omega} \wedge \vec{e}_{y_j}$$

Table des matières

2. Position, vitesse et accélération

Résumé :

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AP}$$

$$\vec{v}_{\mathcal{R}}(P) = \vec{v}_{\mathcal{R}}(A) + \vec{v}_{\mathcal{R}'}(P) + \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{AP}$$

$$\vec{a}_{\mathcal{R}}(P) = \vec{a}_{\mathcal{R}'}(P) + \vec{a}_{\mathcal{R}}(A) + \dot{\vec{\omega}} \wedge \overrightarrow{AP} + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{AP}) + 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}_{\mathcal{R}'}(P)$$

Table des matières

3. Analyse et cas particuliers

Cas particulier 1 : $\mathcal{R}'$ a un mouvement de translation uniforme dans $\mathcal{R}$

3. Analyse et cas particuliers

Cas particulier 1 : $\mathcal{R}'$ a un mouvement de translation uniforme dans $\mathcal{R}$

$$\vec{v}_{\mathcal{R}}(P) = \vec{v}_{\mathcal{R}}(A) + \vec{v}_{\mathcal{R}'}(P) + \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{AP}$$

$$\vec{a}_{\mathcal{R}}(P) = \vec{a}_{\mathcal{R}'}(P) + \vec{a}_{\mathcal{R}}(A) + \dot{\vec{\omega}} \wedge \overrightarrow{AP} + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{AP}) + 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}_{\mathcal{R}'}(P)$$

Cas particulier 1 : $\mathcal{R}'$ a un mouvement de translation uniforme dans $\mathcal{R}$

$$\vec{v}_{\mathcal{R}}(P) = \vec{v}_{\mathcal{R}}(A) + \vec{v}_{\mathcal{R}'}(P)$$

$$\vec{a}_{\mathcal{R}}(P) = \vec{a}_{\mathcal{R}'}(P)$$

Cas particulier 2 :

$\mathcal{R}'$ a un mouvement de rotation uniforme dans $\mathcal{R}$ avec $A = O$ et P fixe dans $\mathcal{R}'$

Cas particulier 2 :

$\mathcal{R}'$ a un mouvement de rotation uniforme dans $\mathcal{R}$ avec $A = O$ et P fixe dans $\mathcal{R}'$

$$\vec{v}_{\mathcal{R}}(P) = \vec{v}_{\mathcal{R}}(A) + \vec{v}_{\mathcal{R}'}(P) + \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{AP}$$

$$\vec{a}_{\mathcal{R}}(P) = \vec{a}_{\mathcal{R}'}(P) + \vec{a}_{\mathcal{R}}(A) + \dot{\vec{\omega}} \wedge \overrightarrow{AP} + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{AP}) + 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}_{\mathcal{R}'}(P)$$

Cas particulier 2 :

$\mathcal{R}'$ a un mouvement de rotation uniforme dans $\mathcal{R}$ avec $A = O$ et P fixe dans $\mathcal{R}'$

P a donc un mouvement circulaire uniforme dans $\mathcal{R}$.

$$\vec{v}_{\mathcal{R}}(P) = \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{OP}$$

$$\vec{a}_{\mathcal{R}}(P) = \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{OP})$$

Cas particulier 3 : $\mathcal{R}'$ a un mouvement de rotation uniforme dans $\mathcal{R}$ avec $A = O$

Cas particulier 3 : $\mathcal{R}'$ a un mouvement de rotation uniforme dans $\mathcal{R}$ avec $A = O$

$$\vec{v}_{\mathcal{R}}(P) = \vec{v}_{\mathcal{R}}(A) + \vec{v}_{\mathcal{R}'}(P) + \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{AP}$$

$$\vec{a}_{\mathcal{R}}(P) = \vec{a}_{\mathcal{R}'}(P) + \vec{a}_{\mathcal{R}}(A) + \dot{\vec{\omega}} \wedge \overrightarrow{AP} + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{AP}) + 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}_{\mathcal{R}'}(P)$$

Cas particulier 3 : $\mathcal{R}'$ a un mouvement de rotation uniforme dans $\mathcal{R}$ avec $A = O$

$$\vec{v}_{\mathcal{R}}(P) = \vec{v}_{\mathcal{R}'}(P) + \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{OP}$$

$$\vec{a}_{\mathcal{R}}(P) = \vec{a}_{\mathcal{R}'}(P) + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{OP}) + 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}_{\mathcal{R}'}(P)$$

Nomenclature dans le cas général

$$\vec{a}_{\mathcal{R}}(P) = \vec{a}_{\mathcal{R}'}(P) + \vec{a}_{\mathcal{R}}(A) + \dot{\vec{\omega}} \wedge \overrightarrow{AP} + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{AP}) + 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}_{\mathcal{R}'}(P)$$