

## II. Référentiel accélérés

Dr. Yves Revaz

2025



## Plan du cours

- I - Cinématique
- II - Référentiel accélérés
- III - Lois de Newton
- IV - Balistique – effet d'une force constante et uniforme
- V - Forces ; application des lois de Newton
- VI - Travail, Energie, principes de conservation
- VII - Chocs, systèmes de masse variable
- VIII - Oscillateur harmonique
- IX - Moment cinétique ; Gravitation
- X - Solide indéformable
- XI - Application du solide indéformable

## **Table des matières**

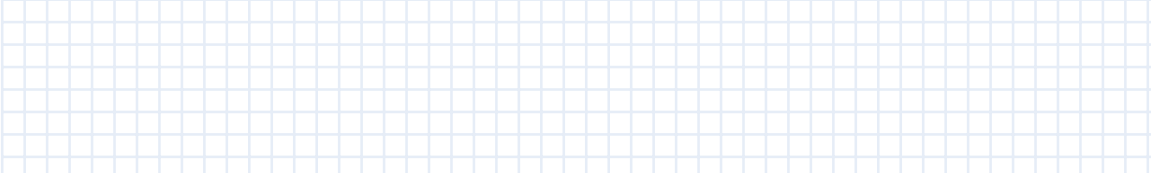
1. Introduction
2. Position vitesse et accélération
3. Analyse et cas particuliers

## 1. Introduction et notation

Soit un référentiel  $\mathcal{R}$  fixe, muni du repère cartésien  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3)$

Soit un référentiel  $\mathcal{R}'$  muni du repère cartésien  $(A, \vec{y}_1, \vec{y}_2, \vec{y}_3)$  en mouvement dans  $\mathcal{R}$ .

On notera  $\vec{e}_{x_i}$  respectivement  $\vec{e}_{y_i}$  les vecteurs unitaires de ces deux repères.



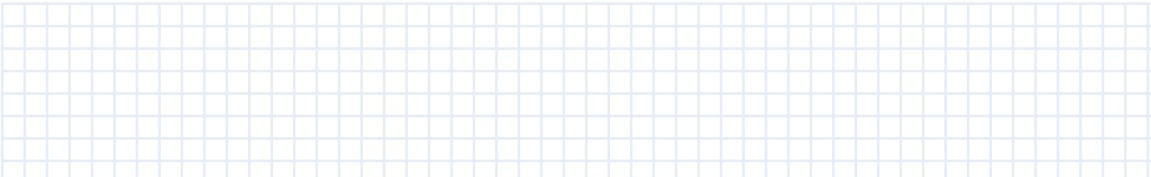
Dans  $\mathcal{R}$  :  $\vec{OP} = \sum_i x_i \vec{e}_{x_i}$      $\vec{v}_{\mathcal{R}}(P) = \sum_i \dot{x}_i \vec{e}_{x_i}$      $\vec{a}_{\mathcal{R}}(P) = \sum_i \ddot{x}_i \vec{e}_{x_i}$

## 1. Introduction et notation

Soit un référentiel  $\mathcal{R}$  fixe, muni du repère cartésien  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3)$

Soit un référentiel  $\mathcal{R}'$  muni du repère cartésien  $(A, \vec{y}_1, \vec{y}_2, \vec{y}_3)$  en mouvement dans  $\mathcal{R}$ .

On notera  $\vec{e}_{x_i}$  respectivement  $\vec{e}_{y_i}$  les vecteurs unitaires de ces deux repères.



$$\begin{array}{lll}
 \text{Dans } \mathcal{R} : & \vec{OP} = \sum_i x_i \vec{e}_{x_i} & \vec{v}_{\mathcal{R}}(P) = \sum_i \dot{x}_i \vec{e}_{x_i} & \vec{a}_{\mathcal{R}}(P) = \sum_i \ddot{x}_i \vec{e}_{x_i} \\
 \text{Dans } \mathcal{R}' : & \vec{AP} = \sum_i y_i \vec{e}_{y_i} & \vec{v}_{\mathcal{R}'}(P) = \sum_i \dot{y}_i \vec{e}_{y_i} & \vec{a}_{\mathcal{R}'}(P) = \sum_i \ddot{y}_i \vec{e}_{y_i}
 \end{array}$$

On peut séparer le mouvement de  $\mathcal{R}'$  dans  $\mathcal{R}$  en deux composantes : **une rotation et une translation**.

La translation donne le mouvement de  $A$  dans  $\mathcal{R}$  et la rotation la rotation des axes  $(y_j)$  par rapport aux axes  $(x_i)$ . On appelle  $\vec{\omega}$  le vecteur rotation.

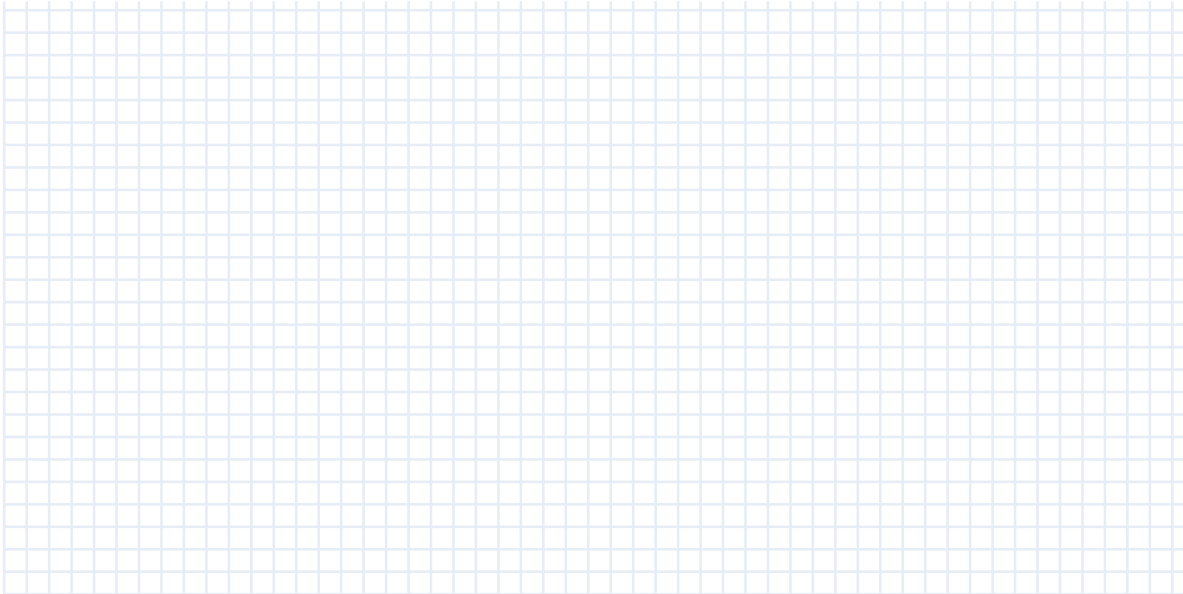
Les vecteurs  $\vec{e}_{y_i}$  changent dans  $\mathcal{R}$ . On obtient leur dérivée par :

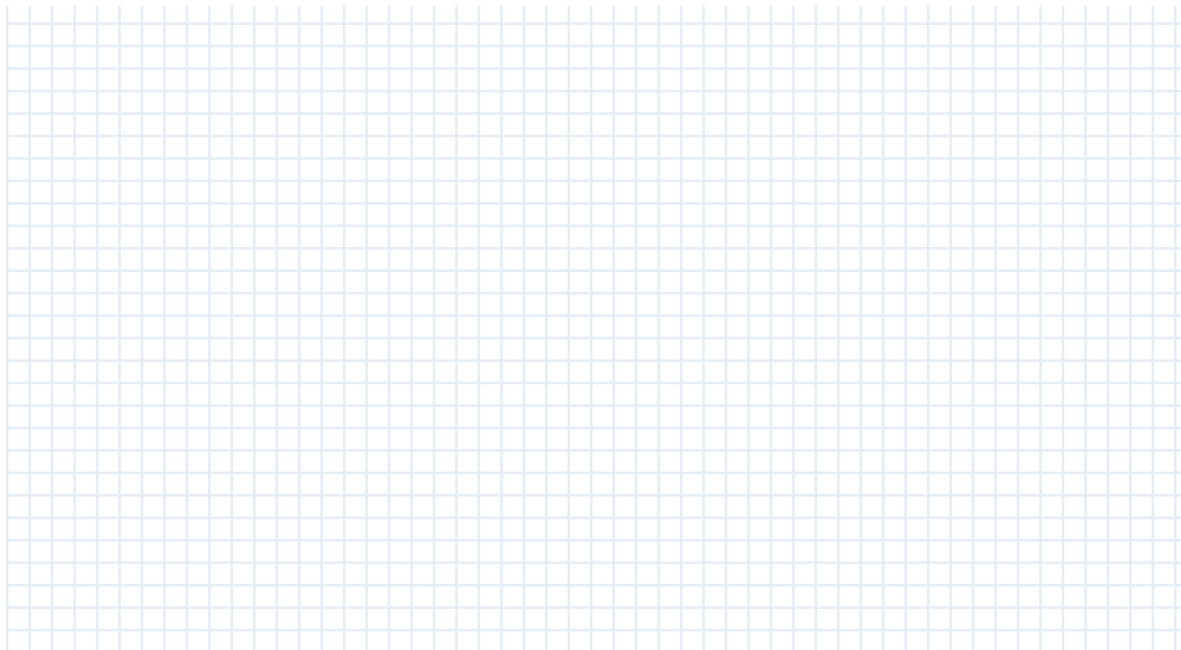
$$\frac{d}{dt} \vec{e}_{y_j} = \vec{\omega} \wedge \vec{e}_{y_j}$$

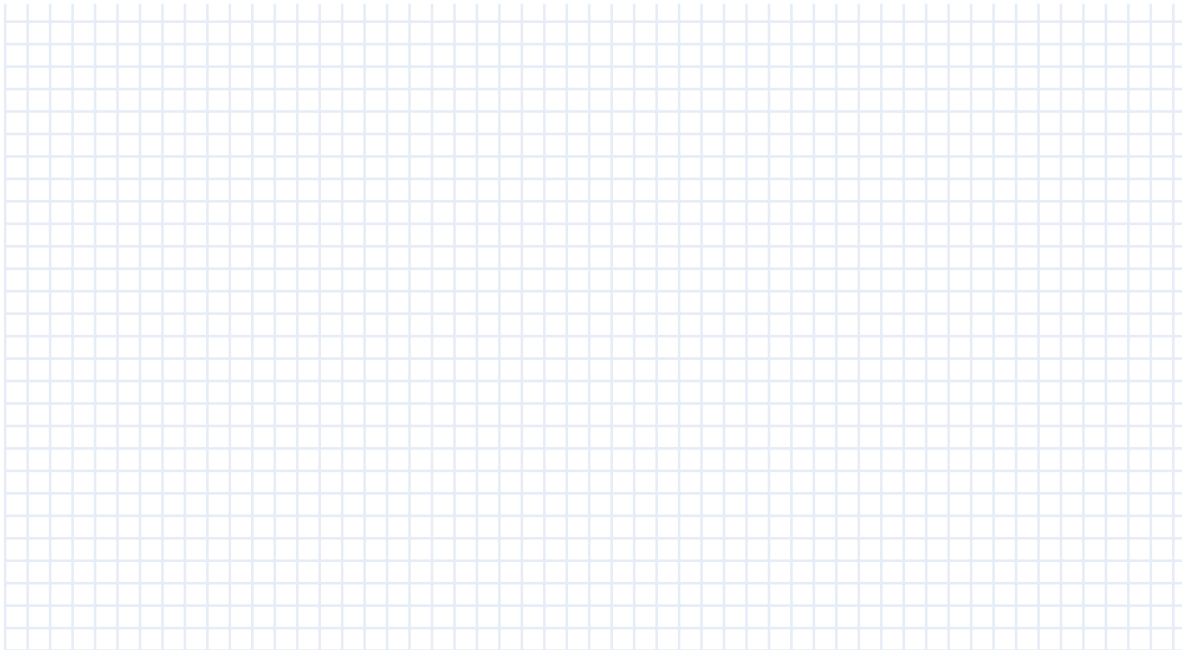
## Table des matières

1. Introduction
2. Position vitesse et accélération
3. Analyse et cas particuliers

## 2. Position, vitesse et accélération







**Résumé :**

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AP}$$

$$\vec{v}_{\mathcal{R}}(P) = \vec{v}_{\mathcal{R}}(A) + \vec{v}_{\mathcal{R}'}(P) + \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{AP}$$

$$\vec{a}_{\mathcal{R}}(P) = \vec{a}_{\mathcal{R}'}(P) + \vec{a}_{\mathcal{R}}(A) + \dot{\vec{\omega}} \wedge \overrightarrow{AP} + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{AP}) + 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}_{\mathcal{R}'}(P)$$

## Table des matières

1. Introduction
2. Position vitesse et accélération
3. Analyse et cas particuliers

### 3. Analyse et cas particuliers

**Cas particulier 1** :  $\mathcal{R}'$  a un mouvement de translation uniforme dans  $\mathcal{R}$

### 3. Analyse et cas particuliers

**Cas particulier 1 :**  $\mathcal{R}'$  a un mouvement de translation uniforme dans  $\mathcal{R}$

$$\vec{v}_{\mathcal{R}}(P) = \vec{v}_{\mathcal{R}}(A) + \vec{v}_{\mathcal{R}'}(P) + \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{AP}$$

$$\vec{a}_{\mathcal{R}}(P) = \vec{a}_{\mathcal{R}'}(P) + \vec{a}_{\mathcal{R}}(A) + \dot{\vec{\omega}} \wedge \overrightarrow{AP} + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{AP}) + 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}_{\mathcal{R}'}(P)$$

**Cas particulier 1 :**  $\mathcal{R}'$  a un mouvement de translation uniforme dans  $\mathcal{R}$

$$\vec{v}_{\mathcal{R}}(P) = \vec{v}_{\mathcal{R}}(A) + \vec{v}_{\mathcal{R}'}(P)$$

$$\vec{a}_{\mathcal{R}}(P) = \vec{a}_{\mathcal{R}'}(P)$$

**Cas particulier 2 :**

$\mathcal{R}'$  a un mouvement de rotation uniforme dans  $\mathcal{R}$  avec  $A = O$  et P fixe dans  $\mathcal{R}'$

**Cas particulier 2 :**

$\mathcal{R}'$  a un mouvement de rotation uniforme dans  $\mathcal{R}$  avec  $A = O$  et  $P$  fixe dans  $\mathcal{R}'$

$$\vec{v}_{\mathcal{R}}(P) = \vec{v}_{\mathcal{R}}(A) + \vec{v}_{\mathcal{R}'}(P) + \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{AP}$$

$$\vec{a}_{\mathcal{R}}(P) = \vec{a}_{\mathcal{R}'}(P) + \vec{a}_{\mathcal{R}}(A) + \dot{\vec{\omega}} \wedge \overrightarrow{AP} + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{AP}) + 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}_{\mathcal{R}'}(P)$$

**Cas particulier 2 :**

$\mathcal{R}'$  a un mouvement de rotation uniforme dans  $\mathcal{R}$  avec  $A = O$  et  $P$  fixe dans  $\mathcal{R}'$

$P$  a donc un mouvement circulaire uniforme dans  $\mathcal{R}$ .

$$\vec{v}_{\mathcal{R}}(P) = \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{OP}$$

$$\vec{a}_{\mathcal{R}}(P) = \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{OP})$$

**Cas particulier 3 :**  $\mathcal{R}'$  a un mouvement de rotation uniforme dans  $\mathcal{R}$  avec  $A = O$

**Cas particulier 3 :**  $\mathcal{R}'$  a un mouvement de rotation uniforme dans  $\mathcal{R}$  avec  $A = O$

$$\vec{v}_{\mathcal{R}}(P) = \vec{v}_{\mathcal{R}}(A) + \vec{v}_{\mathcal{R}'}(P) + \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{AP}$$

$$\vec{a}_{\mathcal{R}}(P) = \vec{a}_{\mathcal{R}'}(P) + \vec{a}_{\mathcal{R}}(A) + \dot{\vec{\omega}} \wedge \overrightarrow{AP} + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{AP}) + 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}_{\mathcal{R}'}(P)$$

**Cas particulier 3 :**  $\mathcal{R}'$  a un mouvement de rotation uniforme dans  $\mathcal{R}$  avec  $A = O$

$$\vec{v}_{\mathcal{R}}(P) = \vec{v}_{\mathcal{R}'}(P) + \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{OP}$$

$$\vec{a}_{\mathcal{R}}(P) = \vec{a}_{\mathcal{R}'}(P) + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{OP}) + 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}_{\mathcal{R}'}(P)$$

## Nomenclature dans le cas général

$$\vec{a}_{\mathcal{R}}(P) = \vec{a}_{\mathcal{R}'}(P) + \vec{a}_{\mathcal{R}}(A) + \dot{\vec{\omega}} \wedge \overrightarrow{AP} + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{AP}) + 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}_{\mathcal{R}'}(P)$$