

Exercices

Exercice 1 Dérivations

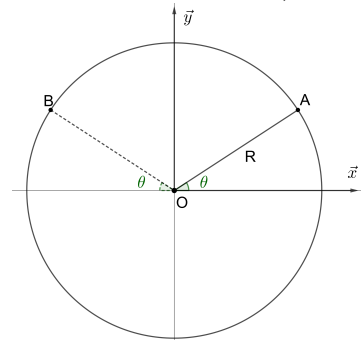
Calculer les dérivées par rapport au temps (t) des fonctions suivantes :

1. $\cos(t)$
2. $\sin(t)$
3. $\tan(t) = \frac{\sin(t)}{\cos(t)}$
4. $\ln(t)$
5. $\sqrt{t} = t^{\frac{1}{2}}$
6. t^α ($\alpha \neq 0$)
7. $\sin(t) \cos(t)$
8. $t \cos(t)$
9. $t \cos(t) \sin(t)$
10. $\sin(t^2)$

Exercice 2 Direction les vecteurs !

On considère les vecteurs \vec{OA} et \vec{OB} suivants (A et B sur un cercle de rayon R) :

- a) Exprimer les composantes de \vec{OA} et \vec{OB} en fonction de R et θ .
- b) Représenter $\vec{u} = \vec{OA} + \vec{OB}$ et $\vec{v} = \vec{OA} - \vec{OB}$.
- c) Exprimer les composantes de \vec{u} et \vec{v}
- d) Refaire le dessin avec $\theta = \frac{3\pi}{4}$ et $\theta = -\frac{\pi}{3}$



Exercice 3 Dérivations, on part à la dérive

Soit $\theta(t) = \omega t$ une fonction du temps.

Calculer les dérivées par rapport au temps des fonctions :

1. $\cos(\theta)$
2. $\sin(\theta)$
3. $\tan(\theta)$
4. $e^{i\theta}$
5. $\sin(\theta) \cos(\theta)$

Exercice 4 Les vecteurs, c'est la base

Soient les vecteurs $\vec{u} \begin{vmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{vmatrix}$ et $\vec{v} \begin{vmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \end{vmatrix}$ en coordonnées cartésiennes.

- a) Représenter \vec{u} et \vec{v} pour $\theta = \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}; \frac{4\pi}{3}; \pi; -\frac{3\pi}{4}$ et $-\frac{\pi}{4}$
- b) Calculer $\|\vec{u}\|$ et $\|\vec{v}\|$
- c) Montrer que $\vec{u} \perp \vec{v}$

Exercice 5 *Analyse dimensionnelle*

1. A l'aide de l'analyse dimensionnelle, vérifier l'exactitude de la formule suivante :
 Chemin x parcouru durant le temps t par un point matériel d'accélération a , de vitesse initiale v_0 et de position initiale x_0 :

$$x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

2. Quelle est la bonne formule pour la portée D d'un projectile lancé à la vitesse v_0 sous un angle α par rapport à l'horizontale, avec g accélération de la pesanteur :

(a) $D = \frac{g}{v_0} \sin 2\alpha$	(c) $D = \frac{g^2}{v_0} \sin 2\alpha$
(b) $D = \frac{v_0}{g} \sin 2\alpha$	(d) $D = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha$

Exercice 6 *Dérivations, le retour*

Soit θ une fonction du temps $\theta(t)$ quelconque. On notera $\dot{\theta}(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}$ la dérivée de θ par rapport au temps.

Calculer la dérivée par rapport au temps de $f(t)$ pour :

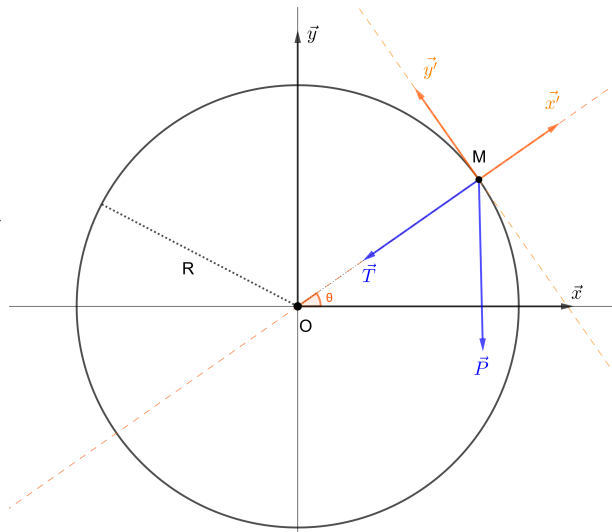
(Attention, on n'a pas explicité $\theta(t)$, il est ici implicite que θ est une fonction du temps t)

- | | |
|-------------------|---------------------------------------|
| 1. $\cos(\theta)$ | 5. $e^{i\theta}$ |
| 2. $\sin(\theta)$ | 6. $\sin(\theta) \cos(\theta)$ |
| 3. $\tan(\theta)$ | 7. θ^α |
| 4. $\ln(\theta)$ | 8. $\theta \cos(\theta) \sin(\theta)$ |

Exercice 7 *Savoir se projeter*

Soit M sur un cercle de rayon R . Soient les vecteurs \vec{T} pointant vers O et \vec{P} parallèle à Oy avec $\|\vec{T}\|=T$ et $\|\vec{P}\|=P$.

- Donner les composantes des vecteurs \vec{OM} , \vec{P} et \vec{T} en fonction de R , T , P et θ dans le repère (O, x, y) .
- Donner les composantes de \vec{P} et \vec{T} dans le repère (M, x', y')



Exercice 8 *Repère, distance et vitesse*

On veut étudier le mouvement d'un point P se déplaçant sur une table.

- a) Combien de paramètres sont nécessaires pour repérer la position d'un point sur la table ?
- b) Comment peut-on décrire le mouvement du point P ?
- c) Soient deux points A et B situés sur la trajectoire du point P . Exprimez la distance entre A et B : celle-ci est-elle la distance parcourue par P ?
- d) Quelle est la vitesse de P entre A et B ? Comment l'appelle-t-on ? Existe-t-il une relation entre cette vitesse et les vitesses de P en A et en B ?