

Les seuls objets autorisés sont:

- le formulaire officiel du cours
- une feuille A4 manuscrite recto simple
- stylos, etc.

Les réponses finales à chaque question ainsi que la justification de la réponse doivent être reportées sur le cahier réponse dans les cases prévues à cet effet.

Seul le cahier de réponse est ramassé et corrigé. Pas de feuilles volantes.

L'examen comporte 6 questions à choix multiple et 3 exercices, numérotés de 1 à 3. Il n'existe qu'une seule réponse possible pour les QCM.

Le nombre de points maximum pour cet examen est de 50 points, 12 pour le QCM et 38 pour les exercices. Pour le QCM, on comptera 2 points si une réponse est correcte et 0 point autrement.

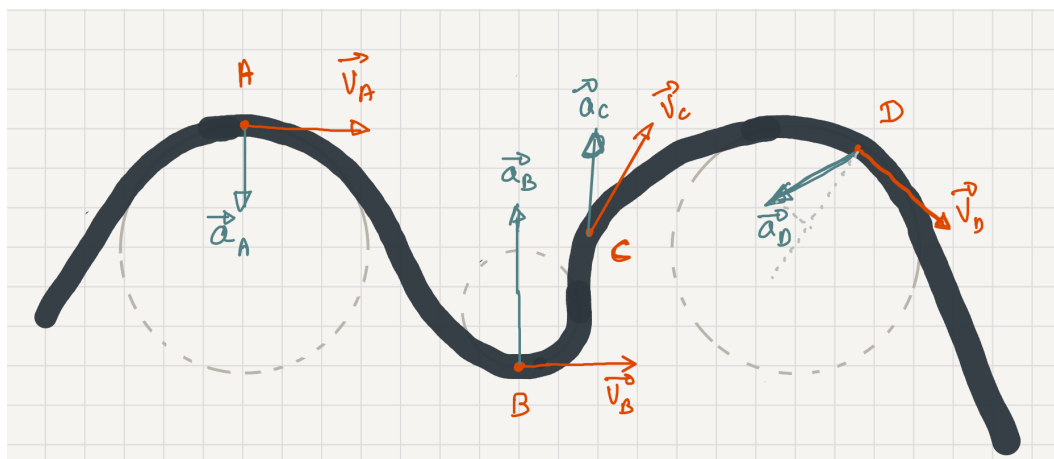
Ne pas retourner avant le début de l'épreuve

QCM (12 points, chaque question compte 2 points)

Question 1

On représente une route parfaitement horizontale, vue de dessus. Une voiture se déplace sur cette route, on représente à main levée et à l'échelle ses vecteurs vitesse et accélération en A. Un étudiant représente ensuite les vecteurs vitesse et accélération qu'il pense observer aux points B, C et D. Quelle est l'affirmation correcte:

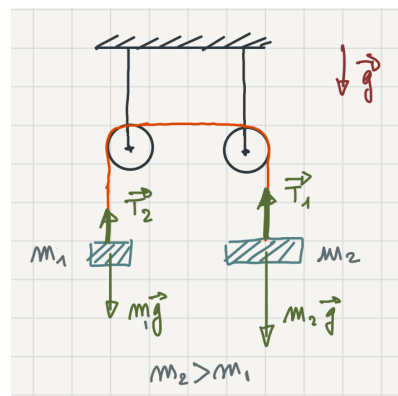
- R1. Les représentations en B, C et D sont possibles
- R2. Les représentations en B et D sont possibles, celle en C est impossible
- R3. Les représentations en C et D sont possibles, celle en B est impossible
- R4. Les représentations en B et C sont possibles, celle en D est impossible
- R5. Seule celle en B est possible
- R6. Seule celle en C est possible
- R7. Seule celle en D est possible
- R8. Aucune n'est possible



Question 2

On réalise un montage avec des poulies sans masses, une corde inextensible et sans masses et deux masses m_1 et m_2 et on le lâche sans vitesse initiale. Les vecteurs sont symbolisés mais pas forcément à l'échelle. On s'intéresse aux **normes** des vecteurs. Quelle est l'affirmation juste?

- R1. $m_1g = T_1 = T_2 = m_2g$
- R2. $m_1g = T_1$ et $m_2g = T_2$, mais $m_1g \neq m_2g$
- R3. $T_1 = T_2$
- R4. Toutes les normes sont différentes
- R5. $m_1g = m_2g$ et $T_1 = T_2$, mais $T_1 \neq m_1g$
- R6. La masse m_1 accélère vers le bas.



Question 3

On considère un point matériel se déplaçant à une vitesse \vec{v} dans le référentiel d'inertie \mathcal{R} . On observe maintenant cet objet depuis un autre référentiel d'inertie \mathcal{R}' en mouvement dans \mathcal{R} . Que peut-on dire sur le mouvement de l'objet?

- R1. La norme de sa vitesse est la même dans les deux référentiels mais sa direction varie.
- R2. L'accélération mesurée dans les deux référentiels est la même.
- R3. L'énergie cinétique du point matériel est la même dans les deux cas.
- R4. Sa quantité de mouvement est la même dans \mathcal{R} et \mathcal{R}' seulement si la vitesse de \mathcal{R}' dans \mathcal{R} est colinéaire à \vec{v} .
- R5. On ne peut pas répondre tant qu'on ne connaît pas le mouvement de \mathcal{R}' dans \mathcal{R} .
- R6. Dans \mathcal{R}' l'objet subira une force de Coriolis.

Question 4

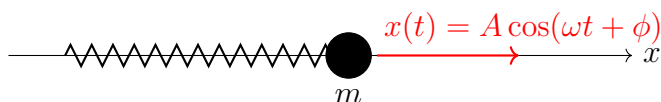
Un point matériel se déplace à une vitesse \vec{v} le long d'une trajectoire, et est soumis à une unique force $\vec{F} = A \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$, où A est une constante et $\vec{B} = \vec{B}(t)$ une fonction vectorielle du temps. Que peut-on dire sur l'énergie mécanique du système lors de son mouvement?

- R1. L'énergie mécanique diminue strictement.
- R2. L'énergie mécanique augmente strictement.
- R3. L'énergie mécanique est constante.
- R4. L'énergie mécanique n'est plus la somme de l'énergie potentielle et de l'énergie cinétique.
- R5. La variation d'énergie mécanique dépend de la forme de $\vec{B}(t)$
- R6. On ne peut pas conclure.

Question 5

Un point matériel de masse m est attaché au bout d'un ressort de raideur k et suit un mouvement harmonique sans amortissement le long de l'axe x . Son mouvement est décrit par l'équation $x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$. Quelle affirmation est correcte?

- R1. L'énergie cinétique et l'énergie potentielle du système sont égales entre elles lorsque $\phi = 0$
- R2. L'énergie mécanique totale dépend de A et de ϕ
- R3. La phase ϕ détermine le rapport entre les énergie cinétique et potentielle à $t = 0$ $\left(\frac{E_{\text{cin}}(t=0)}{E_{\text{pot}}(t=0)} \right)$, mais pas l'énergie mécanique totale $E_{\text{mec}}(t = 0)$.
- R4. L'énergie potentielle du système est maximale quand la vitesse est maximale.
- R5. L'énergie cinétique est maximale à $t = 0$
- R6. L'énergie potentielle est maximale à $t = 0$



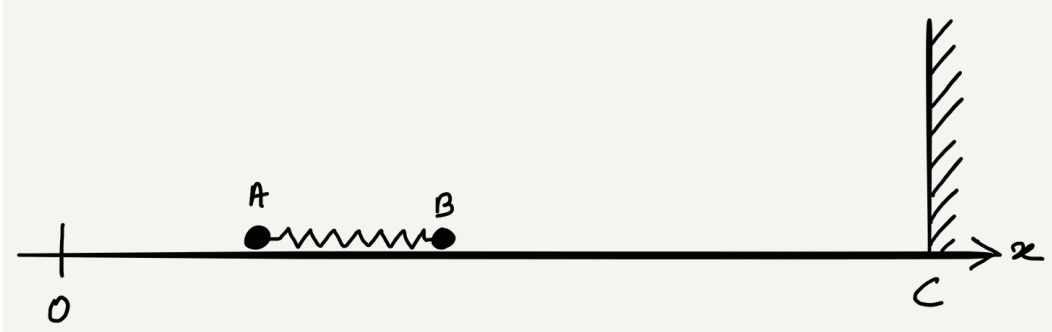
Question 6

Un point matériel se déplace dans l'espace avec des coordonnées sphériques (r, θ, ϕ) . La position du point est donnée par $\vec{r} = r \vec{e}_r$. On sait que l'objet reste à une distance constante de l'origine du système de coordonnées, et à une hauteur constante du plan de rotation décrit par $\dot{\phi}$. Laquelle des affirmations suivantes est vraie concernant l'accélération du point ?

- R1. L'accélération est nulle.
- R2. L'accélération est une accélération centrifuge.
- R3. L'accélération est uniquement radiale et dirigée vers le centre de la sphère.
- R4. L'accélération est tangentielle à la sphère et perpendiculaire au rayon.
- R5. L'accélération possède une composante radiale et une composante tangentielle quelconques.
- R6. L'accélération possède une composante radiale et une composante tangentielle et elle reste dans un plan horizontal.

Exercice 2 (14 points)

Soient deux billes A et B assimilées à des points matériels de même masse m . Elles sont reliées par un ressort sans masse de constante de raideur k et de longueur à vide l_0 . Les deux points A et B peuvent uniquement se déplacer selon l'axe horizontal Ox . Un mur vertical C est situé sur le chemin du point B . Il n'y a pas de frottement et la gravité ne joue pas de rôle.



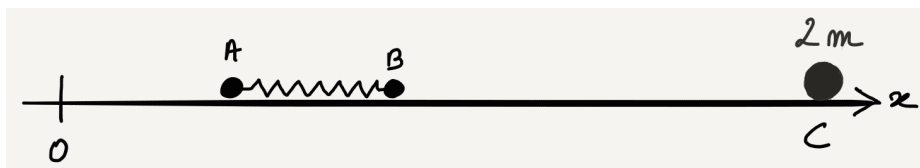
Les conditions initiales sont choisies ainsi: $x_A(0) = x_0$, $x_B(0) = x_0 + l_0$, $\vec{v}_A(0) = v\vec{e}_x$ et $\vec{v}_B(0) = v\vec{e}_x$ avec x_0 et v deux constantes positives. Les données sont k , l_0 , v , x_0 et m .

- Quelles sont les vitesses des points A , B et de G , centre de masse du système (A, B) entre $t = 0$ et $t = t_1$ moment de la collision entre B et le mur ?
- Lorsque B arrive dans le mur, il a un choc parfaitement élastique avec celui-ci. Déterminer la vitesse des points matériels A et B juste après le choc sachant que la durée du choc est infiniment courte.
- Juste après ce choc, quelle est la vitesse du centre de masse du système (A, B) ?
- Quelle est, en fonction des données, la valeur maximale de v pour que les deux masses ne rentrent pas en collision l'une avec l'autre ?

☞ On suppose dans la suite $v < v_{\max}$. Au temps $t_2 > t_1$, on observe alors un second choc élastique entre B et le mur.

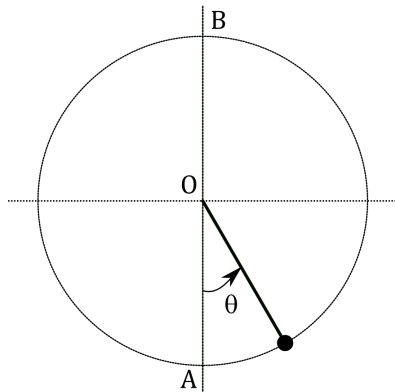
- Déterminer les vitesses des particules A et B juste après ce second choc, ainsi que celle du centre de masse du système.
- Représenter schématiquement sur un graphe la position des particules $x_A(t)$, $x_B(t)$ ainsi que la position de G entre le départ et le moment où G repasse par sa position initiale. Explicitez et justifiez les formes des courbes!
- Pour le système complet (A, B) , le premier choc avec le mur est-il élastique ? Justifier.

☞ Maintenant, le même système entre en collision avec une boule de pâte à modeler (C) de masse $2m$. Le choc entre B et C est parfaitement inélastique.



- Déterminer les vitesses de A , B et du centre de masse G' du système complet (A, B, C) juste avant et juste après le choc.

Exercice 3 (17 points)



Un enfant s'amuse à faire quelques expériences avec une fronde. On modélisera la fronde comme une pierre de masse M_0 attachée à une ficelle sans masse et inextensible de longueur l .

☞ Il fait d'abord tourner la fronde dans un plan vertical.

- Quelle est la vitesse minimale à communiquer à la pierre au bas de la trajectoire (A) pour qu'elle puisse faire un tour complet ?
- On suppose que la pierre se détache de la ficelle exactement au sommet (B) et alors que la vitesse initiale en A était v_{\min} . Tracer sur un dessin de la situation l'allure de la trajectoire de la pierre à partir du moment où elle s'est détachée.

☞ Maintenant l'enfant communique à la pierre une vitesse initiale $v_0 < v_{\min}$ mais suffisante pour que l'angle θ fait entre la corde et la verticale dépasse $\pi/2$

- Donner le lien entre v_0 et l'angle θ_d auquel la pierre décroche
- Tracer sur le dessin la trajectoire de la pierre après décrochage pour un angle θ_d entre $\pi/2$ et π
- Quelle est la vitesse $v_0 = v_1$ à communiquer à la pierre en A pour qu'elle retombe dans la main de l'enfant (en O)

☞ Maintenant, il fait tourner la fronde (avec la pierre de masse M_0) dans un plan horizontal à la vitesse angulaire ω constante.

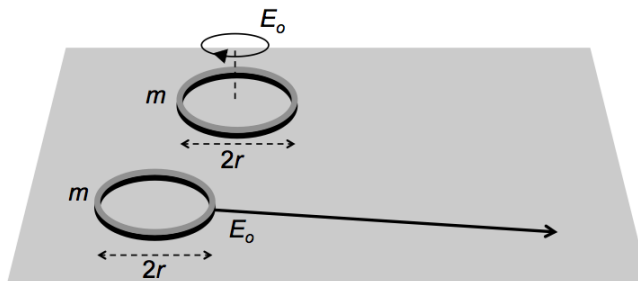
- L'enfant s'est aperçu que s'il accroche une pierre de masse $\geq 10M_0$, et qu'il tient la ficelle immobile et verticale, il atteint la limite de résistance de la ficelle qui casse. Quelle est la vitesse angulaire maximum à laquelle il peut faire tourner sa pierre d'une masse M_0 , dans un plan horizontal, avant que la ficelle ne casse ?

☞ Dans la suite, on prend en compte la résistance de l'air sous forme d'une force de frottements fluide $\vec{F}_F = -b\vec{v}$. Le mouvement est toujours horizontal.

- L'enfant met la pierre en rotation à ω puis à t_0 , la laisse évoluer. Schématiser la trajectoire à partir de t_0 .
- L'enfant maintient maintenant la rotation à la vitesse angulaire ω . Quelle puissance doit-il fournir pour cela?

Exercice 4 (7 points)

Des enfants s'amuse à lancer des anneaux sur une patinoire. Deux anneaux identiques glissent sur la glace avec un coefficient de frottement cinétique μ_c . Chaque anneau a un rayon r (on néglige la différence entre le rayon interne et le rayon externe), et une masse m . A $t = 0$, on donne à chaque anneau la même énergie cinétique E_0 .



- Le premier anneau a uniquement un mouvement de translation horizontale (sans rotation). Calculer le temps t_1 au bout duquel cet anneau s'immobilisera sous l'effet du frottement en fonction de μ_c , E_0 et m .
- Le deuxième anneau a uniquement un mouvement de rotation autour de son axe de symétrie vertical (sans translation du centre de masse).
Calculer le temps t_2 au bout duquel cet anneau s'immobilisera sous l'effet du frottement en fonction de μ_c , E_0 et m .
- Que vaut le rapport t_2/t_1 ?