Cours 8 05. 11. 25

La semaine passée, on a vu...

→ le travail d'une force $W_{AB}^{\vec{F}} = -\int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{r}$

→ l'énergie cinétique $W_{AB}^{F} = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$

→ l'énergie potentielle pour une force conservative $W_{AB}^{F_{cons}} = \phi(A) - \phi(B) \Rightarrow E_{pot} = \phi(x)$

→ la conservation de l'énergie mécanique $E_{méc} = E_{cin} + E_{pot} = c^{te}$

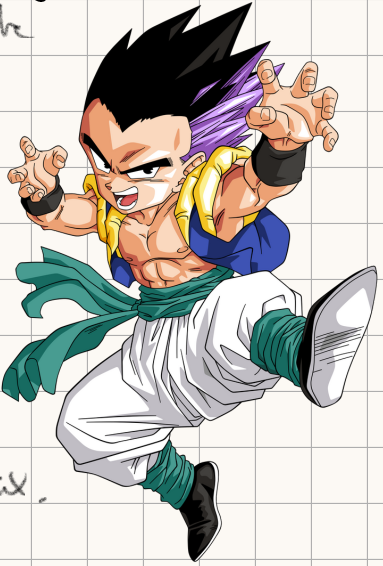
→ la notion d'équilibre du point de vue de l'énergie

équilibre $\Leftrightarrow \frac{dE_{pot}}{dx}$

* éq. stable si min

* éq. instable si max.

$\Downarrow$



Cette semaine, on verra...

→ les chocs (élastique VS mou)

→ le référentiel CDM

→ les systèmes de masse variable

4. Chocs, référentiel CDM et conservation de $\vec{p}$.

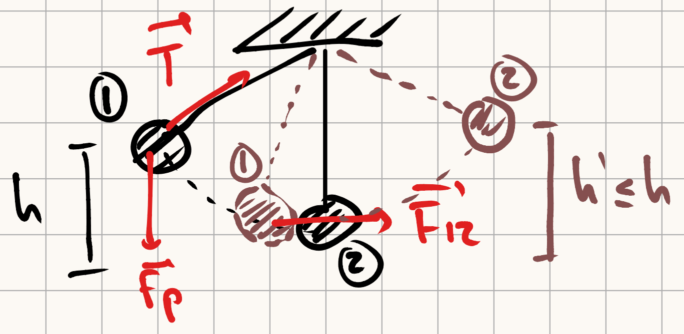
A l'aide des lois de Newton et de considérations énergétiques, on a tous les outils pour résoudre les problèmes à 1 corps.

Lorsque deux PM se rapprochent l'un de l'autre et interagissent, leur mouvement est modifié. Leur énergie et qté de mvt. aussi.

On parle de choc (ou de collision)

Exemples :

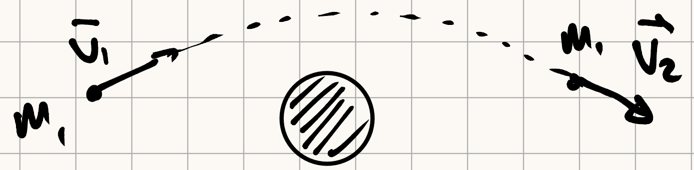
① Choc entre deux pendules



Lors de la collision, la masse ① exerce une force $\vec{F}_{12}$ sur ②.

La norme de cette force et sa durée d'application sont généralement dures à modéliser.

② Déviation d'une comète



③ Explosion

④ Accrochage

Si on considère le sous-système formé des deux corps, la force d'interaction disparaît dans l'analyse car il s'agit d'une force interne fonctionnant par paire $\vec{F}_{1\to2} + \vec{F}_{2\to1} = \vec{0}$.

De plus, le choc se produit sur un temps si court $dt_{choc} \sim 0$ qu'on peut négliger les forces externes pendant le choc.

$$\frac{d\vec{p}_{tot}}{dt} = \vec{F}^{ext} + \vec{F}^{int} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \vec{p}_{tot} = \vec{cste}$$

La quantité de mouvement totale du système est toujours conservée lors d'un choc.

⚠ il s'agit d'une quantité vectorielle $\Rightarrow$ N équations, où N = dimension.

On distingue deux types de chocs :

① Elastiques : l'énergie mécanique du système est conservée

AVANT : $E_{mec,i} = E_{pot,i} + E_{cin,i}$

APRES : $E_{mec,f} = E_{pot,f} + E_{cin,f}$

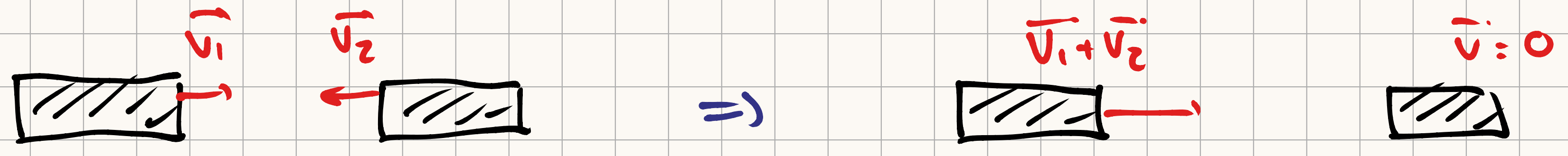
$\Big\}$ Or $E_{pot,i} = E_{pot,f}$

On a que l'énergie cinétique du système est conservée.

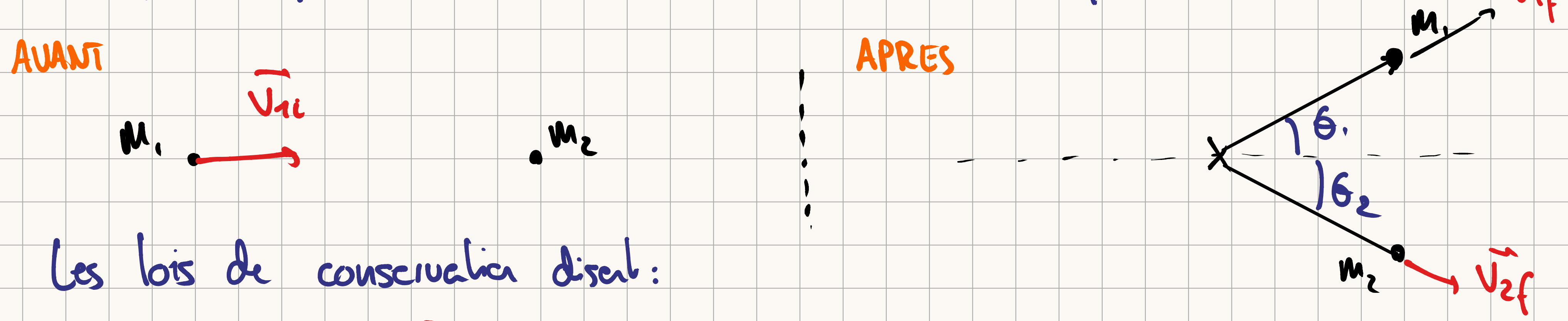
② Mous : les objets restent parfaitement collés pendant le choc.
De l'énergie est utilisée pour s'assurer que les objets restent collés.
L'énergie mécanique n'est pas conservée. Il y a dissipation traditionnellement sous forme de chaleur

③ Inélastiques : ils se situent qqpart entre deux, mais $\Delta E_{mec} \neq 0$.

Chocs élastiques



On peut toujours se placer dans le référentiel dans lequel $\vec{v}_{2i} = \vec{0}$.



Les lois de conservation disent :

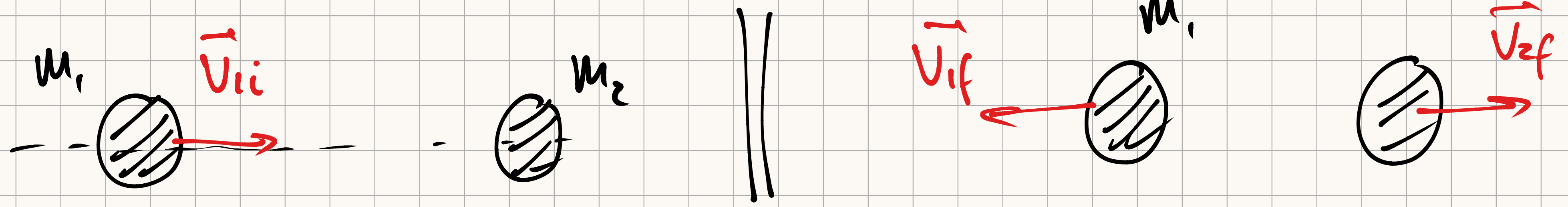
p_{tot} : $m_1 \cdot \vec{v}_{1i} = m_1 \cdot \vec{v}_{1f} + m_2 \cdot \vec{v}_{2f}$

E_{cin} : $\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2$

Si le mouvement est dans le plan, on a 3 équations pour 4 inconnues.
Pour résoudre ce problème, il nous faut des infos. supplémentaires.

$\vec{V}_{1f} = V_{1f} \cdot \hat{e}_x$
$\hookrightarrow > 0 \Rightarrow$ dans la direction e_x
$< 0 \Rightarrow$ direction contraire

Exemple : mouvement rectiligne ($\Theta_1 = \Theta_2 = 0$)



On a : $\begin{cases} m_1 V_{1i} = m_1 V_{1f} + m_2 V_{2f} \\ \frac{1}{2} m_1 V_{1i}^2 = \frac{1}{2} m_1 V_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 V_{2f}^2 \end{cases}$ $\cdot \frac{1}{m_1}$ & $-(V_{1f})^{(2)}$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} V_{1i} - V_{1f} = \frac{m_2}{m_1} V_{2f} \\ V_{1i}^2 - V_{1f}^2 = \frac{m_2}{m_1} V_{2f}^2 \end{cases}$

$\Rightarrow$ solution 1 : $V_{1i} = V_{1f} \Rightarrow V_{2f} = 0$

Les vitesses ne changent pas, il n'y a pas de choc.

$\Rightarrow$ solution 2 :

$$V_{1i}^2 - V_{1f}^2 = (V_{1i} - V_{1f})(V_{1i} + V_{1f}) = \frac{m_2}{m_1} V_{2f} (V_{1i} + V_{1f})$$

$$= \frac{m_2}{m_1} V_{2f}^2$$

$$\Rightarrow V_{1i} + V_{1f} = \frac{\cancel{m_2}}{\cancel{m_1}} V_{2f}^{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{m_1}}{\cancel{m_2} \cancel{V_{2f}}} = V_{2f} \quad \Rightarrow \boxed{V_{1i} + V_{1f} = V_{2f}}$$

On repart de ça...

$$* \quad V_{1i} - V_{1f} = V_{1i} - (V_{2f} - V_{1i}) = 2V_{1i} - V_{2f}$$

$$= \frac{m_2}{m_1} V_{2f}$$

$$\Rightarrow 2V_{1i} = V_{2f} + \frac{m_2}{m_1} V_{2f}$$

$$\Rightarrow V_{2f}\left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{2 \cdot V_{1i} = \frac{V_{2f}}{m_1}(m_1 + m_2)}$$

$$* \ \boxed{V_{1f}} = V_{1i} - \frac{m_2}{m_1} V_{2f} = V_{1i} - \frac{m_2}{m_1} \frac{2V_{1i}\cdot m_1}{m_1+m_2} = V_{1i}\left(1 - \frac{m_2}{\cancel{m_1}} \frac{2\cancel{m_1}}{m_1+m_2}\right)$$

$$= V_{1i}\left(\frac{m_1+m_2-2m_2}{m_1+m_2}\right) = \boxed{V_{1i} \cdot \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}}$$

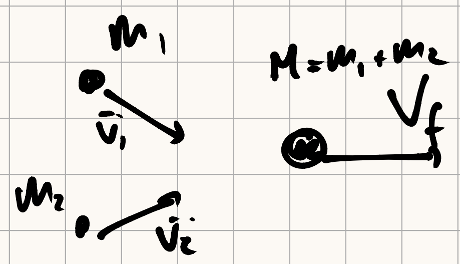
Ainsi : $\boxed{V_{2f} = \frac{2m_1}{m_1+m_2} V_{1i}}$ $\boxed{V_{1f} = \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2} V_{1i}}$

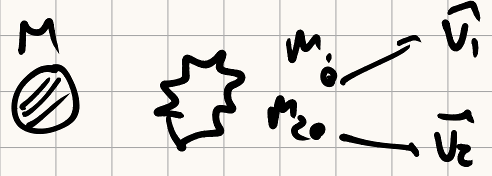
On distingue 3 cas limites:

1. $m_1 = m_2 \Rightarrow V_{2f} = V_{1i}$ et $V_{1f} = 0$. Echange de vitesse
2. $m_1 \ll m_2 \Rightarrow V_{2f} = 0$ et $V_{1f} = -V_{1i}$ Rebond total
3. $m_1 \gg m_2 \Rightarrow V_{2f} = 2 \cdot V_{1i}$ et $V_{1f} = V_{1i}$

Chocs mou

L'énergie cinétique du système n'est pas conservée. Une partie de cette énergie est transformée pour permettre aux objets de se coller ou de se séparer.





La quantité de mouvement est conservée.

$$\begin{cases} \vec{p}_i = m_1 \vec{v}_1 \\ \vec{p}_f = (m_1 + m_2) \cdot \vec{v}_f \end{cases} \Rightarrow m_1 \vec{v}_1 = (m_1 + m_2) \cdot \vec{v}_f \Rightarrow \boxed{\vec{v}_f = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot \vec{v}_1}$$

Que vaut l'énergie perdue ?

$$E_{cin,f} - E_{cin,i} = \frac{1}{2}(m_1+m_2)V_f^2 - \frac{1}{2}m_1 V_1^2$$

$$= \frac{1}{2}\cancel{(m_1+m_2)}\frac{m_1^2}{(m_1+m_2)^{\cancel{2}}}V_1^2 - \frac{1}{2}m_1 V_1^2$$

$$= \frac{1}{2}V_1^2\left(\frac{m_1^2}{m_1+m_2} - m_1\right)$$

$$= \frac{1}{2}V_1^2\left(\frac{m_1^2 - m_1^2 - m_1 m_2}{m_1+m_2}\right)$$

$$= -\frac{1}{2}\frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}V_1^2$$

$$= Q < 0$$

Note : $Q<0$, cette valeur ne dépend pas du référentiel.