Cours 6

15.10.25

La semaine passée, on a vu...

→ les forces de réaction, condition de décrochement

→ les forces de frottements secs (statique & dynamique) et visqueux

→ intro aux équations différentielles du premier ordre

$$\dot{x} = -\lambda x + g \quad \leadsto \quad x(t) = A + B e^{-\lambda t}$$

When you're stuck on a kinematics problem and don't know what to do

Cette semaine, on verra...

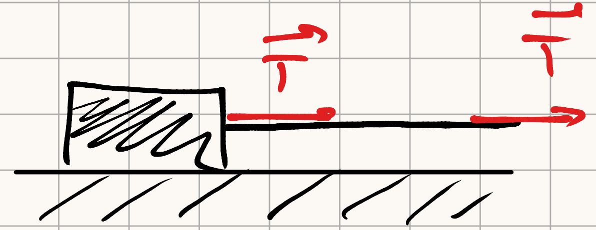
→ les forces de tension

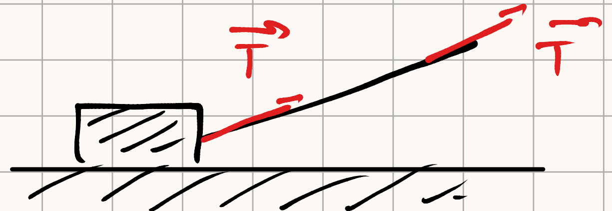
→ les forces de rappel

→ et leurs applications à la dynamique

Forces de tension

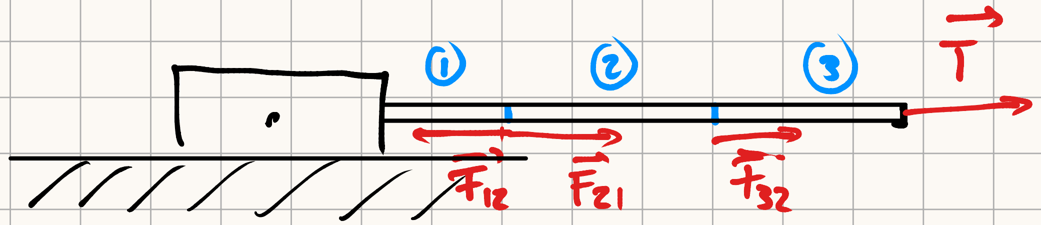
On considère une corde (i) sans masse (ii) inextensible et (iii) tendue.





Si on tire un bout de la corde avec une certaine force $\vec{T}$, celle-ci est transmise à l'autre bout, en changeant éventuellement sa direction. Il s'agit de la force de tension.

Remarque: cette propriété est vraie même si la corde est accélérée

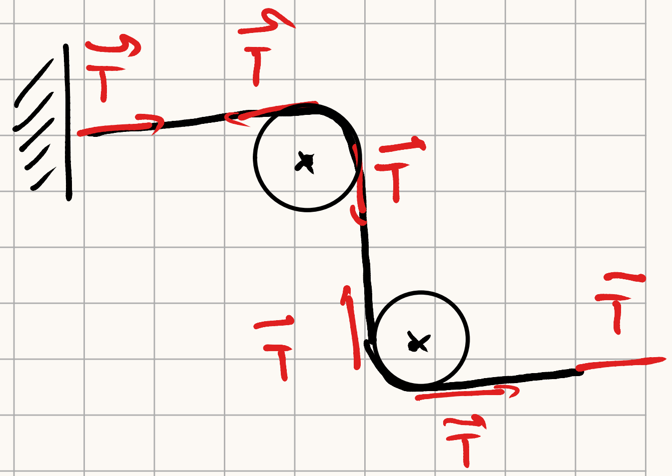


sur ② : $\sum \vec{F} = \vec{F}_{32} + \vec{F}_{12} = \vec{F}_{32} - \vec{F}_{21} = \overset{=0}{m_c} \cdot \overset{\neq 0}{a_c} = 0$

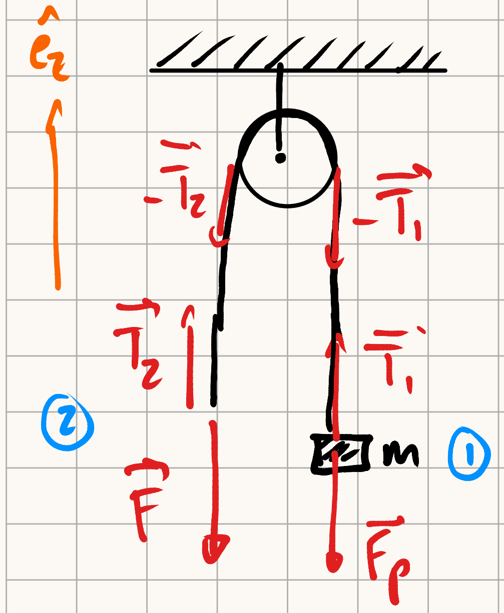
$\Rightarrow$ $\boxed{\vec{F}_{32} = \vec{F}_{21} = \vec{T}}$

Poulies

Une poulie idéale (sans masse, sans frottements) permet de changer la direction de la force sans changer sa norme.



Exemple: poulie fixe



* Sw ① : $\sum \vec{F}_1 = m\vec{g} + \vec{T}_1 = -mg + T_1 = m_1 \cdot a_1$

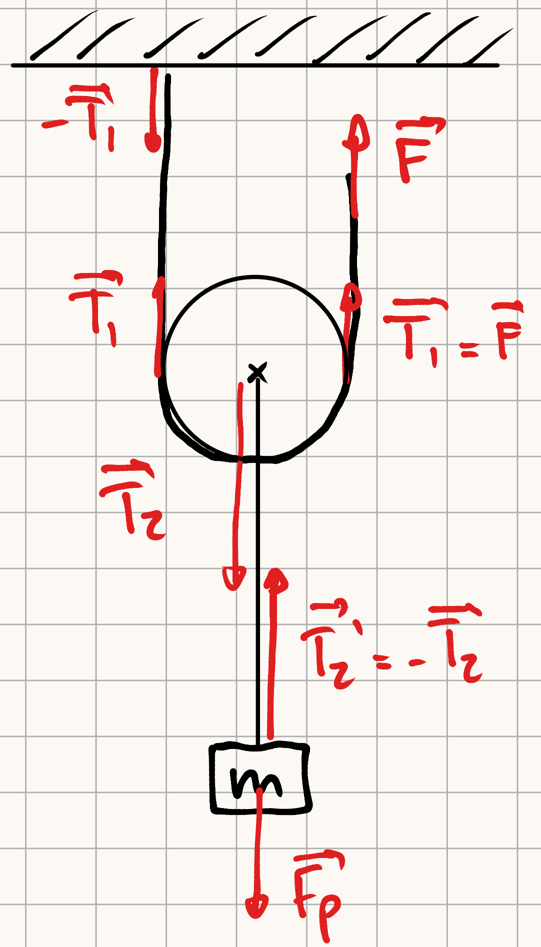
* Sw ② : $\sum \vec{F}_2 = \vec{F} + \vec{T}_2 = -F + T_2 = \overset{=0}{\cancel{m}} \cdot a_2 = 0 \Rightarrow F = T_2$

Or, $|T_1| = |T_2|$ le long du fil $\Rightarrow -mg + T_2 = m_1 \cdot a_1$

$\Rightarrow -mg + F = m_1 \cdot a_1$. On distingue 3 cas:

- $F < mg \Rightarrow a_1 < 0$ chute
- $F = mg \Rightarrow a_1 = 0$ immobile
- $F > mg \Rightarrow a_1 > 0$ monte

Exemple: poulie mobile



On considère une poulie qui peut se déplacer verticalement, attachée à une masse m.

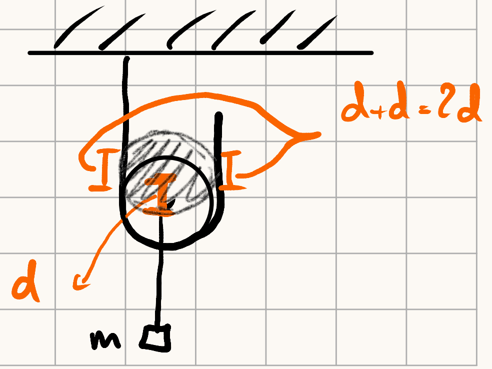
Poulie: $\sum \vec{F_p} = \vec{T_1} + \vec{T_1} + \vec{T_2} = 2\vec{T_1} + \vec{T_2} = \overset{=0}{m_p} \cdot \overset{\neq 0}{a_p} = 0$

$\Rightarrow \vec{T_2} = -2\vec{T_1}$

Masse: $\sum \vec{F_m} = \vec{T_2'} + \vec{F_p} = -\vec{T_2} + \vec{F_p} = 2 \cdot \vec{T_1} + m\vec{g} = m \cdot \vec{a}$

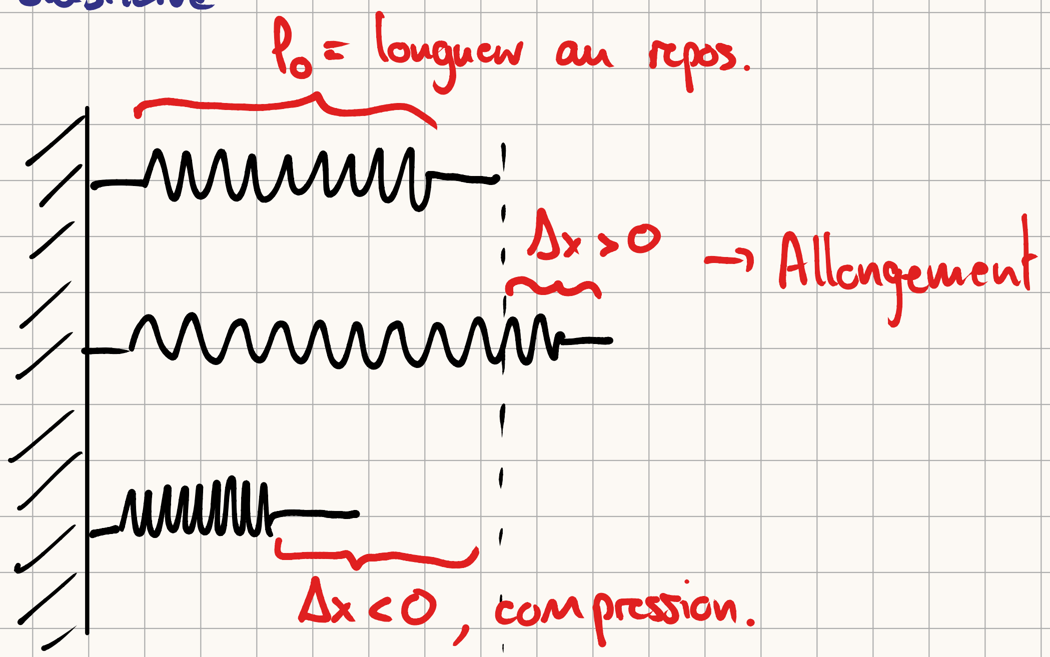
A l'équilibre, $\vec{a} = \vec{0} \Rightarrow 2\vec{T_1} = -m\vec{g} \overset{\text{projection}}{\Rightarrow} T_1 = \frac{mg}{2}$.

Remarque: Hors équilibre, si la poulie monte de d, alors la corde est raccourcie de 2d. Ainsi, $\vec{a}_{fil} = 2 \cdot \vec{a}_{poulie}$.



Force de rappel

Un ressort est un objet qui s'oppose à toute déformation. C'est la notion d'élasticité



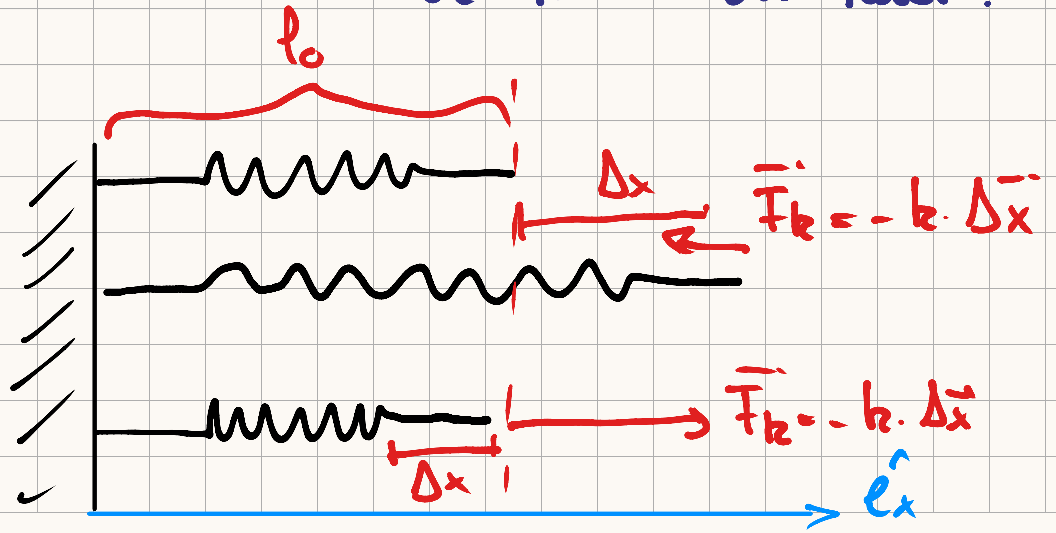
Sa longueur vaut : $\ell = \ell_0 + \Delta x = \ell_0 + (x - x_0)$

Observation : → quand on déforme, il tend à retrouver sa longueur initiale

→ $F_k \propto \Delta x$

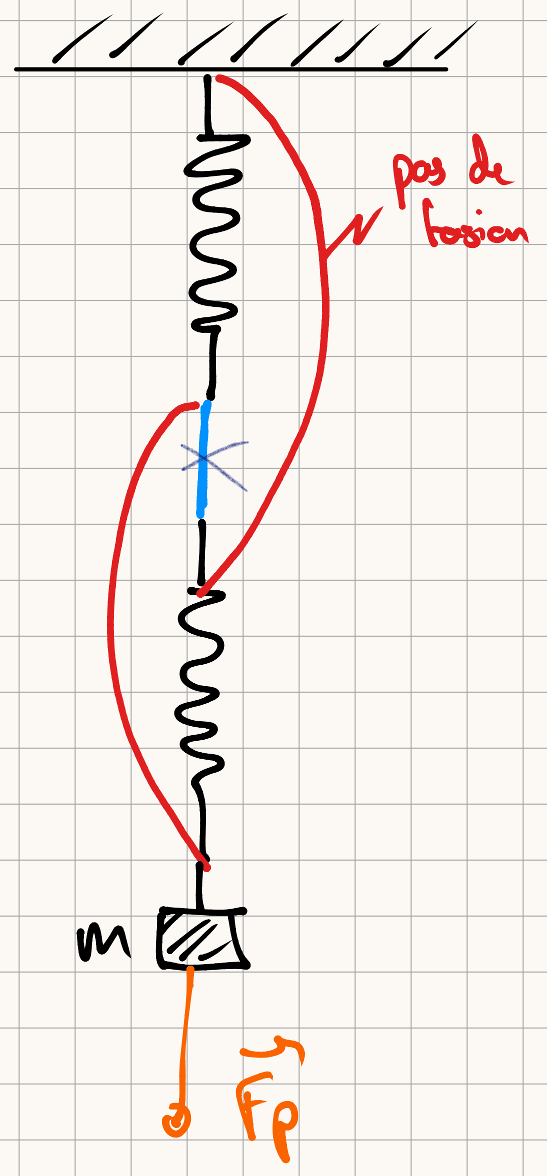
Modélisation : $\vec{F_k} \propto \vec{\Delta x} = -k \cdot \vec{\Delta x} = -k(\vec{x} - \vec{x_0})$

Il s'agit de la loi de Hooke, où k est la constante de raideur du ressort.

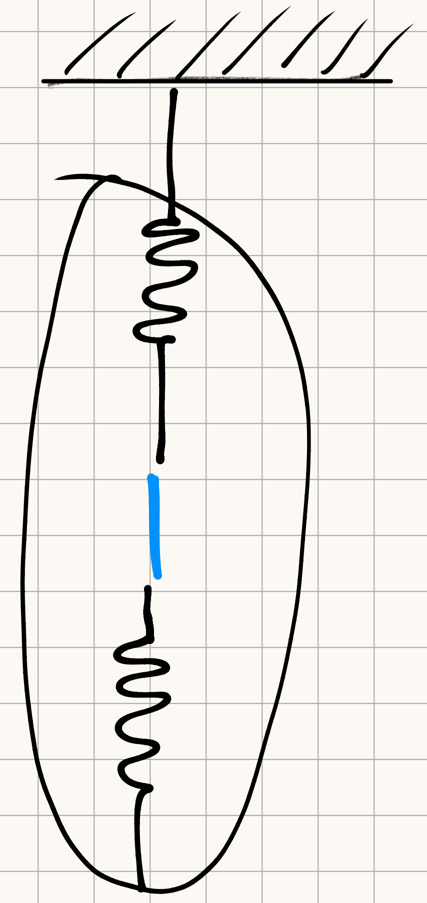


- Si $\Delta x > 0 \Rightarrow \vec{F} < 0$: compression
- Si $\Delta x < 0 \Rightarrow \vec{F} > 0$: allongement.

Application : expérience

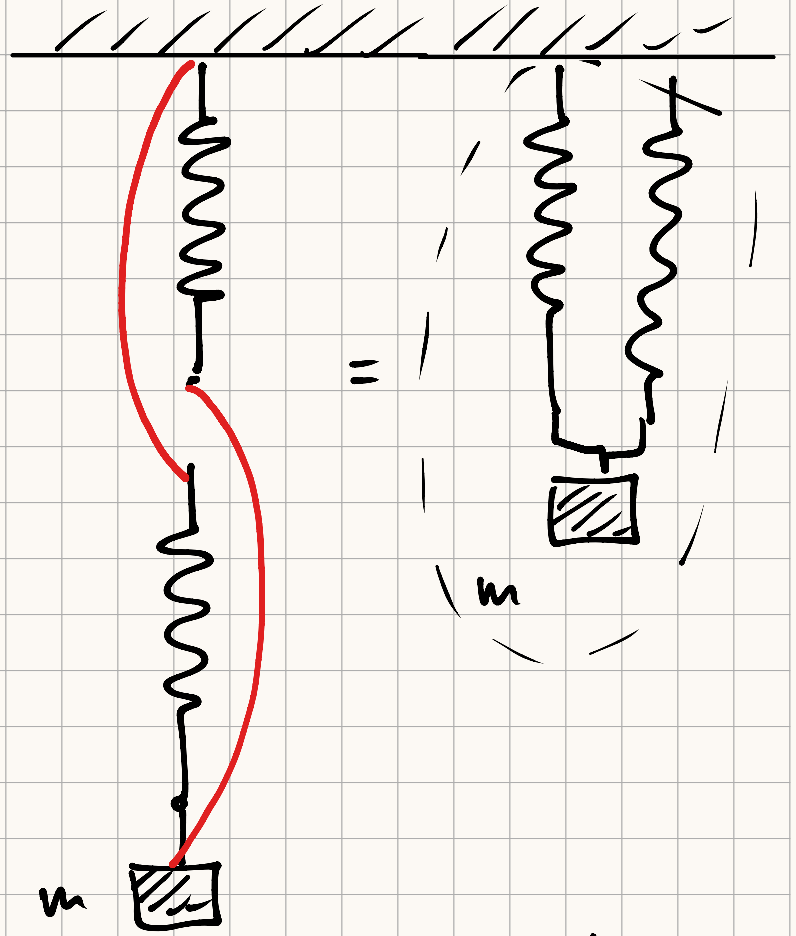


① Série



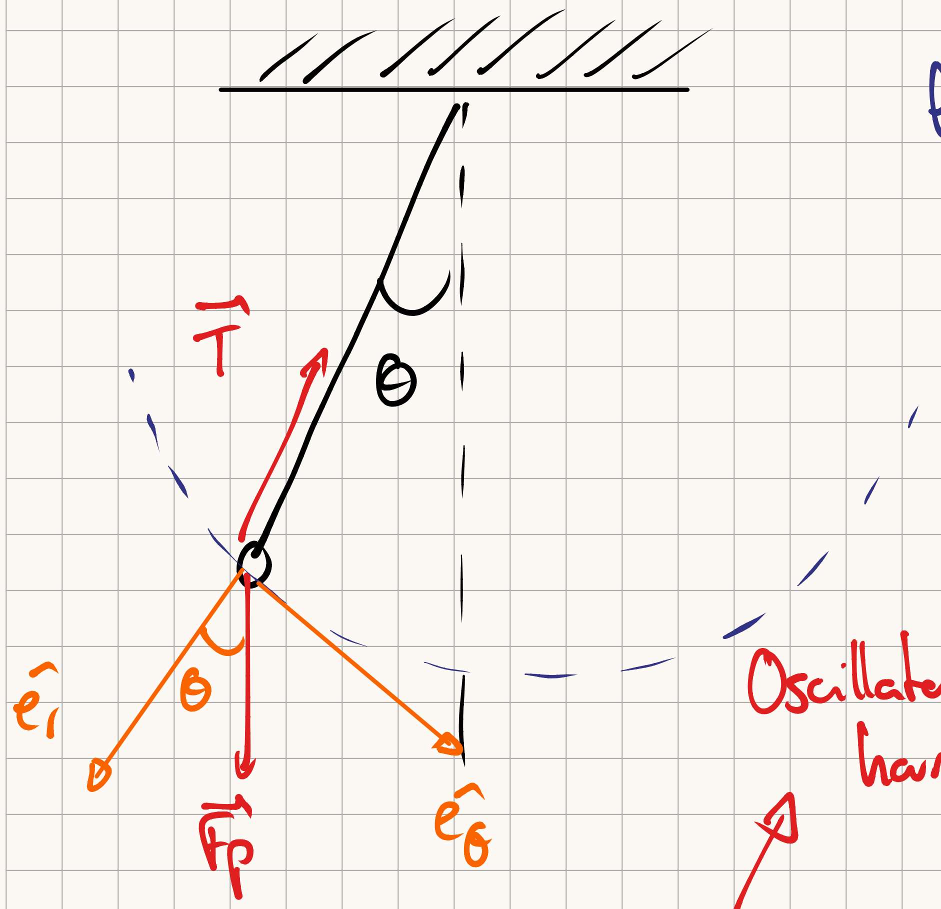
" 1 seul ressort équivalent "

② Parallèle



" 1 seul ressort équivalent "

Exemple #2 :



$\ell =$ cste

$$\Sigma \vec{F} = \vec{T} + m\vec{g}$$

$$= -T \cdot \hat{e_r} + \left[mg\cos\theta \, \hat{e_r} + mg\sin\theta \, \hat{e_\theta} \right]$$

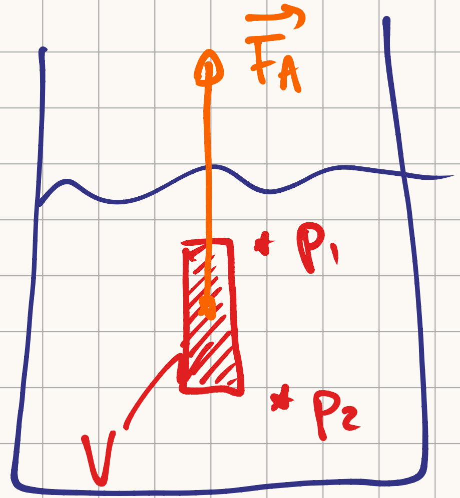
$$= m \cdot \vec{a}_{polaire}$$

Oscillateur harmonique

$$\Rightarrow \begin{cases} -T + mg\cos\theta = -mR\dot{\theta}^2 \\ \cancel{m}g\sin\theta = -\cancel{m} \cdot R\ddot{\theta} \end{cases}$$

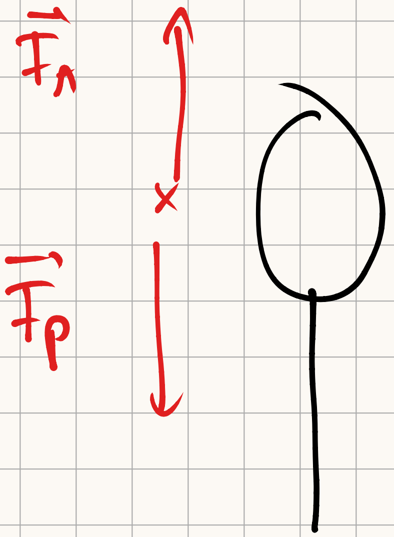
$$\left\lceil \sin\theta = -\frac{R}{g} \cdot \ddot{\theta} \right\rfloor$$

Poussée d'Archimède



$\Delta p = p_2 - p_1 > 0$

$\Rightarrow$ Force qui va dans la direction inverse du gradient de pression.



$$\left.\begin{aligned} F_A &= V \cdot \rho_{air} \cdot g \\ F_p &= V \cdot \rho_{balle} \cdot g \end{aligned}\right\}$$

O_1, commun

$\rho_{air} \gg \rho_{balle}$

$F_A > F_p$.

"Tout corps plongé dans un fluide subit une force exercée vers le haut qui est égale au poids du volume de fluide déplacé."

$$\vec{F_A} = -\underbrace{V_{fl} \cdot \rho_{fl}}_{m_{fl}} \cdot \vec{g}$$