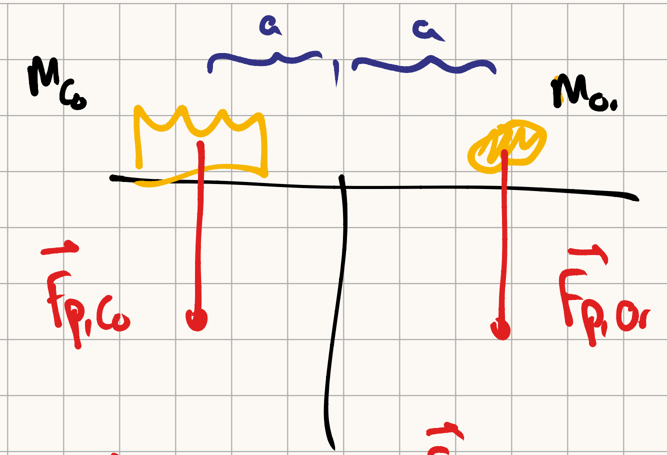
Application : légende d'Archimède

① Pesée dans l'air

Equilibre ⇒ $m_{Co} = m_{Or}$

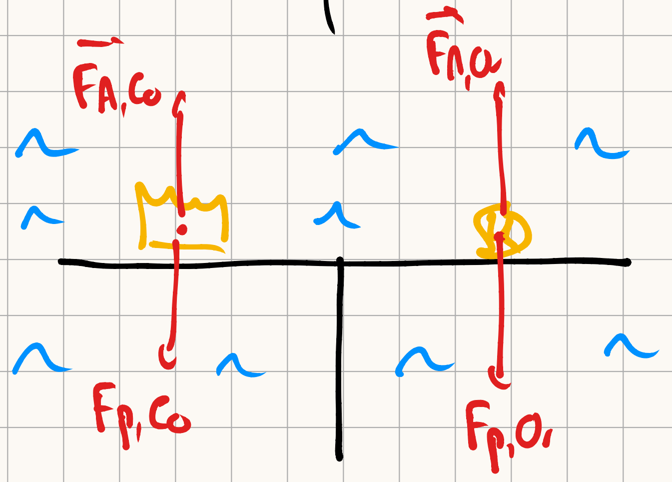


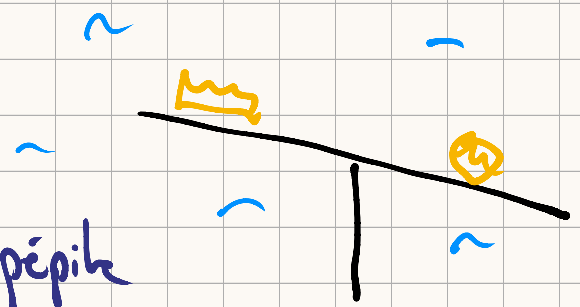
② Pesée dans l'eau :

Equilibre ? ⇒ $\overbrace{m_{Co} \cdot \cancel{g} - \rho_e \cdot V_{Co} \cdot \cancel{g} \overset{?}{=} m_{Or}}^{m_{Co}=m_{Or}} \cdot \cancel{g} - \rho_e \cdot V_{Or} \cdot \cancel{g}$

⇒ $-\rho_e \cdot V_{Co} \overset{?}{=} -\rho_e \cdot V_{Or}$

⇒ $V_{Co} \overset{?}{=} V_{Or}$



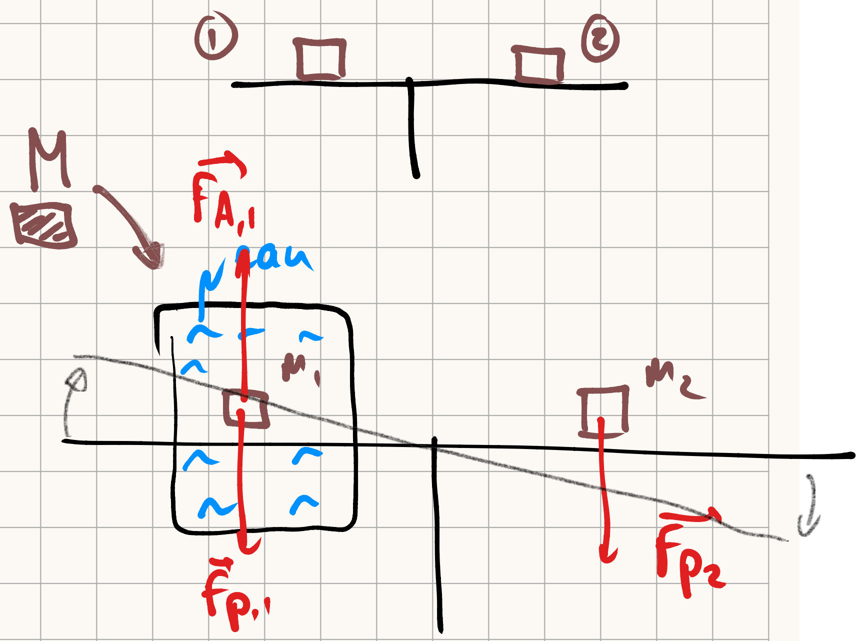


Archimède a remarqué que la balance penchait vers la pépite

⇒ $V_{Co} > V_{Or}$ ⇒ $\rho_{Or} > \rho_{Co}$. Le bijoutier a volé de l'or.

Application : balance hydrostatique

L'idée est de déterminer la masse volumique d'un objet de manière ultra précise.



① Air : Equilibre $\Rightarrow m_1 = m_2$

② On place un côté dans l'eau :

Pour atteindre un équilibre, on rajoute une masse M du côté le plus "léger".

A l'équilibre :

$$\cancel{m_1 \cdot g} - \rho_e \cdot V \cdot \cancel{g} + M \cdot \cancel{g} = \cancel{m_2 \cdot g}$$

$$\Rightarrow \rho_e \cdot V = M \Rightarrow V_0 = \frac{M}{\rho_e}$$

On s'intéresse à $\rho_{obj} = \dfrac{m_1}{V_0} \longrightarrow = \dfrac{m_1}{M} \cdot \rho_e \Rightarrow \boxed{\rho_{obj} = \dfrac{m_1}{M} \cdot \rho_e}$

Complément : poulie mobile

Une poulie mobile est libre de se déplacer verticalement.

En A : $\sum \vec{F} = \underbrace{m}_{=0} \cdot \underbrace{\vec{a}_A}_{\neq 0} = \vec{F} + \vec{T_1'} = 0 \Rightarrow \vec{F} = -\vec{T_1'}$

3LN & masse nulle : $\vec{T_1} = -\vec{T_1'}$

A "gauche" : $|\vec{T_2}| = |\vec{T_1}| = |\vec{T_2'}|$: corde masse nulle

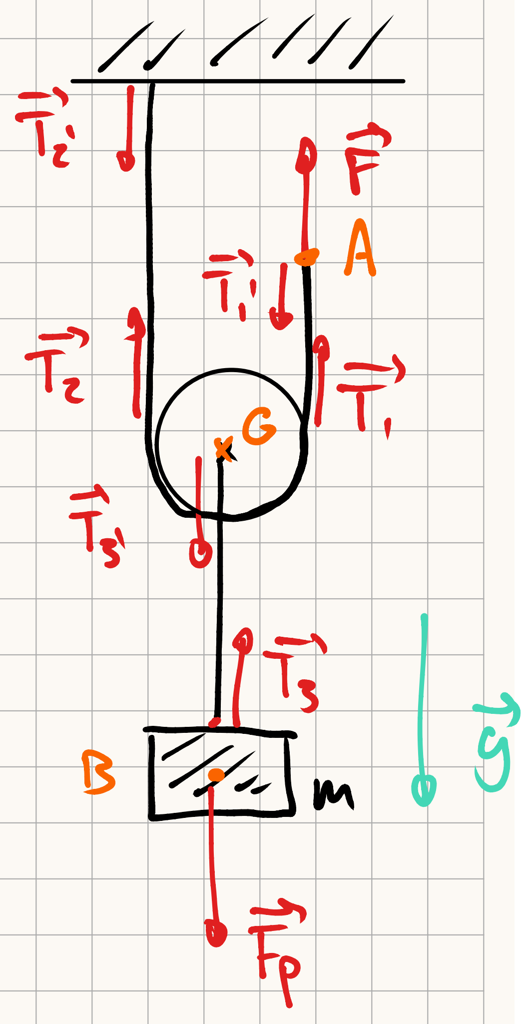
Masse B : A l'équilibre : $mg - T_3 = 0 \Rightarrow T_3 = mg$

En G : $\sum \vec{F} = \underbrace{m_p}_{=0} \cdot \vec{a_p} = 0 \Rightarrow \vec{T_1} + \vec{T_2} + \vec{T_3'} = 0$

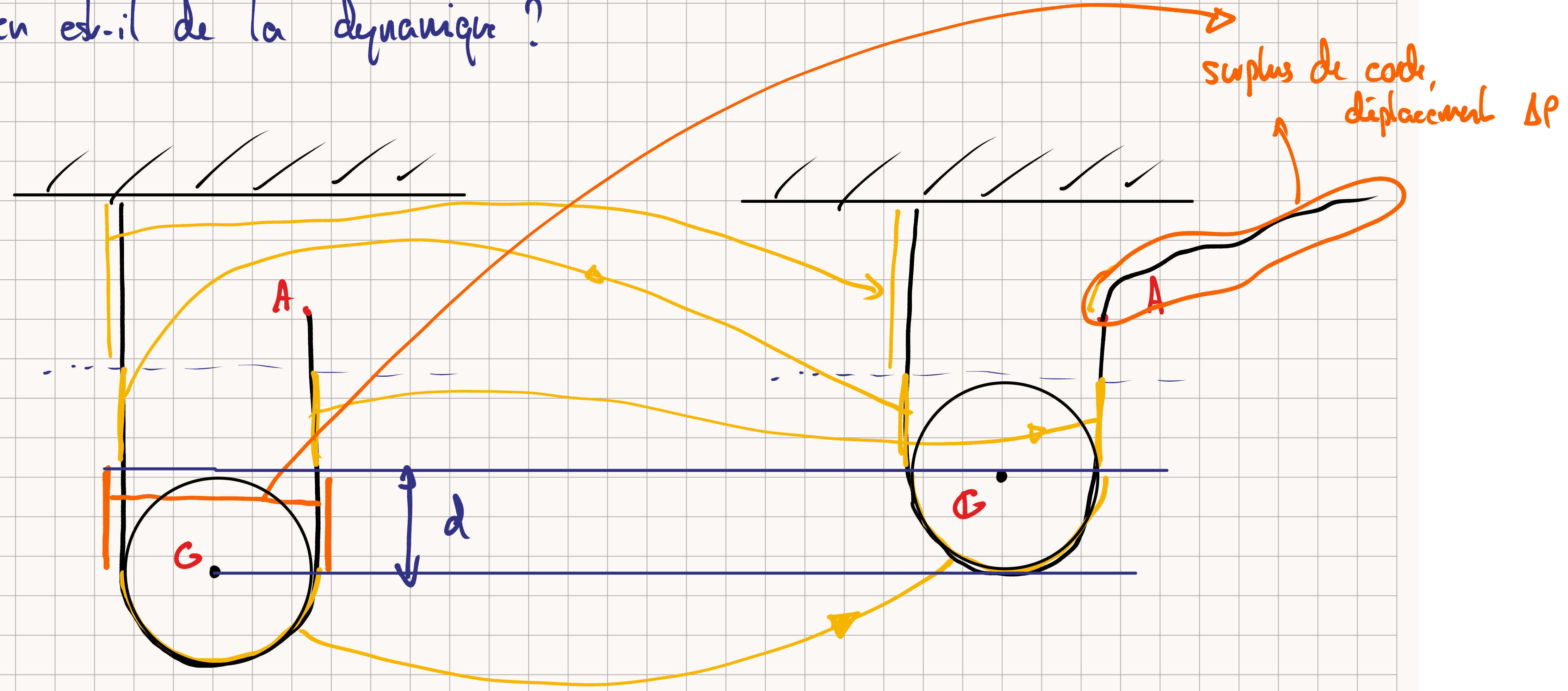
$\Rightarrow 2\vec{T_1} + \vec{T_3'} = 0$

$\Rightarrow 2\vec{T_1} - \vec{T_3} = 0$

$\Rightarrow 2\vec{T_1} + m\vec{g} = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{T_1} = \frac{-m\vec{g}}{2}}$



Qu'en est-il de la dynamique ?



Comment relier $\vec{a}_G$ à $\vec{a}_A$?

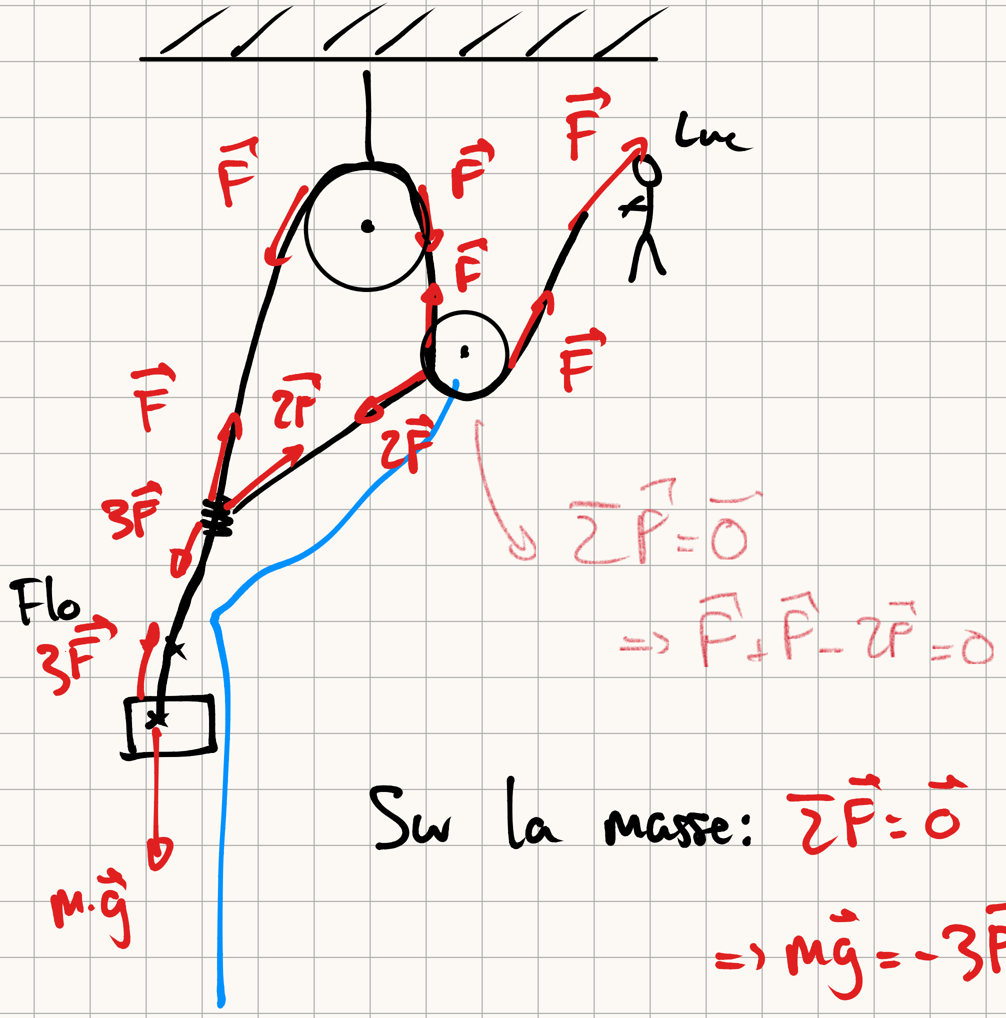
Que vaut ΔP ? $\Delta P = 2 \cdot d$

$\Rightarrow x_A = 2 x_G$

$\Rightarrow V_A = 2 \cdot V_G \quad \Rightarrow a_A = 2 a_G$

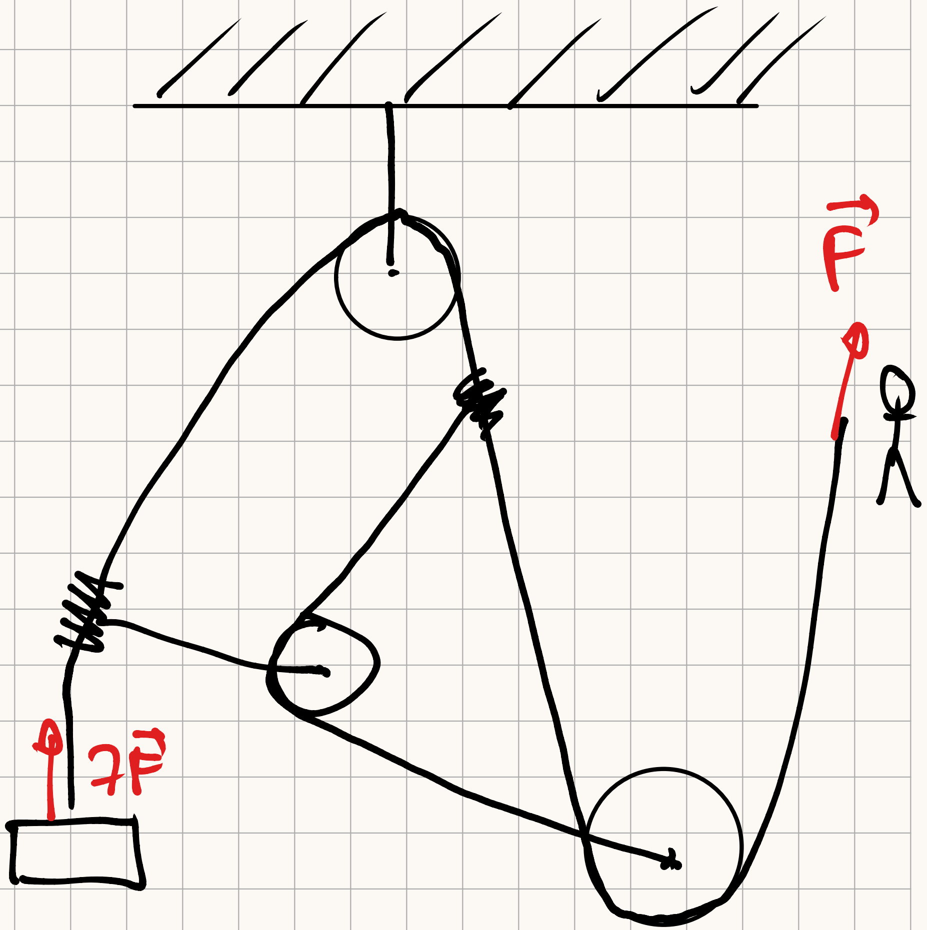
Pour monter une masse m d'une hauteur d, la force est divisée par 2.
En contrepartie, la distance sur laquelle on applique la force est multipliée par 2.

Application: mouflage



Sur la masse : $\sum \vec{F} = \vec{0}$

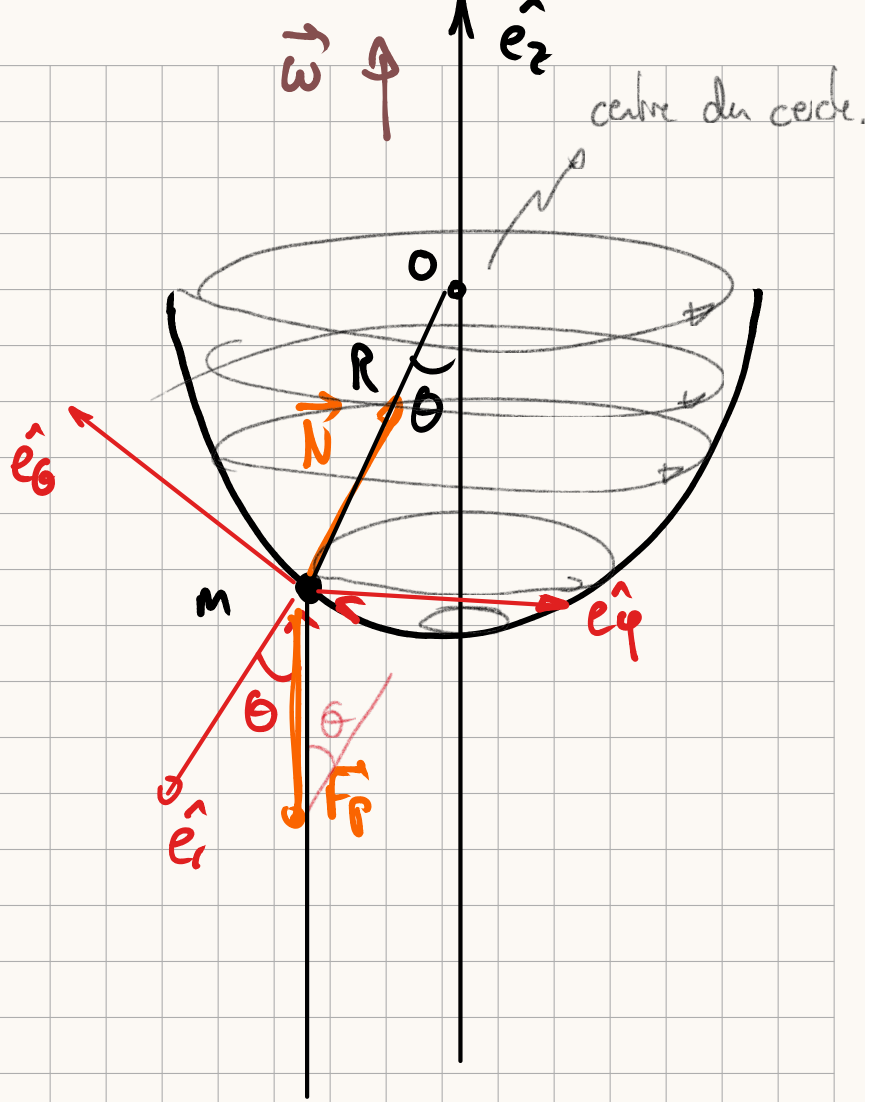
$\Rightarrow m\vec{g} = -3\vec{F}$



Ce montage nous permet d'avoir un gain de force de 7 !!!

Expérience : bille dans rail hémisphérique

Quand on place une bille dans notre glissière qui tourne à $\vec{\omega}$ constant, elle atteint une position d'équilibre indépendante de la masse.



- système : bille
- réf : labo (inertiel)
- repère : repère sphérique $(O, \hat{e_r}, \hat{e_\theta}, \hat{e_\varphi})$
- forces : Poids $\vec{F_p}$, Réaction du support $\vec{N}$

$$\Rightarrow \vec{F_p} = mg \cdot \left(\cos\theta\, \hat{e_r} + \sin\theta\, (-\hat{e_\theta})\right)$$

$$\vec{N} = N(-\hat{e_r})$$

$$\Rightarrow \sum \vec{F} = \left(-N + mg\cos\theta\right)\hat{e_r} + mg \cdot (-\sin\theta)\, \hat{e_\theta}$$

* accélération : $\vec{a_s} = a_r \hat{e_r} + a_\theta \cdot \hat{e_\theta} + a_\varphi \hat{e_\varphi}$

* contraintes : $\begin{cases} r = cste = R \Rightarrow \dot{r} = \ddot{r} = 0 \\ \dot{\varphi} = cste = \omega \Rightarrow \ddot{\varphi} = 0 \\ \theta = cste = \theta_e \Rightarrow \dot{\theta} = \ddot{\theta} = 0 \end{cases}$ $\Rightarrow \vec{a_s} = -R\omega^2 \sin^2\theta \, \hat{e_r} - R\omega^2 \cos\theta \sin\theta \, \hat{e_\theta}$

* 2e Loi Newton : $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

$$\Rightarrow \begin{cases} -N + mg\cos\theta = -mR\omega^2 \sin^2\theta \\ -mg\sin\theta = -mR\omega^2 \cos\theta \sin\theta \end{cases}$$

Trouve θ tel que ces relations sont valides

+ Résoudre : $\cancel{-}\cancel{m}g \cancel{\sin\theta} = \cancel{-}\cancel{m}R\omega^2 \cancel{\sin\theta}\cos\theta$

$$\Rightarrow \quad g = R\omega^2 \cos\theta \quad \Rightarrow \quad \boxed{\cos\theta_e = \frac{g}{R\omega^2}}$$

① La masse m n'apparaît pas

② On a simplifié par $\sin\theta_e$ $\Rightarrow$ on a "oublié" la solution $\theta_e = 0$

③ La solution $\cos\theta_e = \frac{g}{R\omega^2}$ n'est valable que si :

$$0 \leq \frac{g}{R\omega^2} \leq 1$$

$\Rightarrow$ Cette solution existe que si $\omega^2 \geqslant \frac{g}{R}$.