Cours 4

01.10.25

La semaine passée, on a vu...

- → les coordonnées sphériques
- → les référentiels en déplacements, référentiels non-inertiels
- → comment relier $\vec{v}$ et $\vec{a}$ mesurés dans $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$
- → des contributions à l'accélération liées au référentiel en déplacement

⚠ Séances du soir :

Mardi : BS 260, $17h^{30} \rightarrow 19h^{00}$

Jeudi : MA A3 31, $18h^{15} \rightarrow 19h^{45}$

Cette semaine, on verra...

- → les 2 premières lois de Newton
- → application à la balistique sous frottements
- → lois de Newton dans un référentiel en déplacement.

2. Dynamique

Introduction

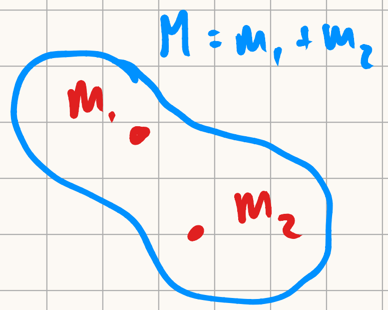
La dynamique est la branche de la mécanique classique qui étudie le mvt. des corps en fonction des causes.

A partir de ces causes, on dérive les équations du mouvement du système qui régissent son évolution temporelle. On se base pour cela sur les 3 lois de Newton.

On obtient l'équation horaire $(\bar{x}(t), \varphi(t), h(t))$, en intégrant les équations du mouvement.

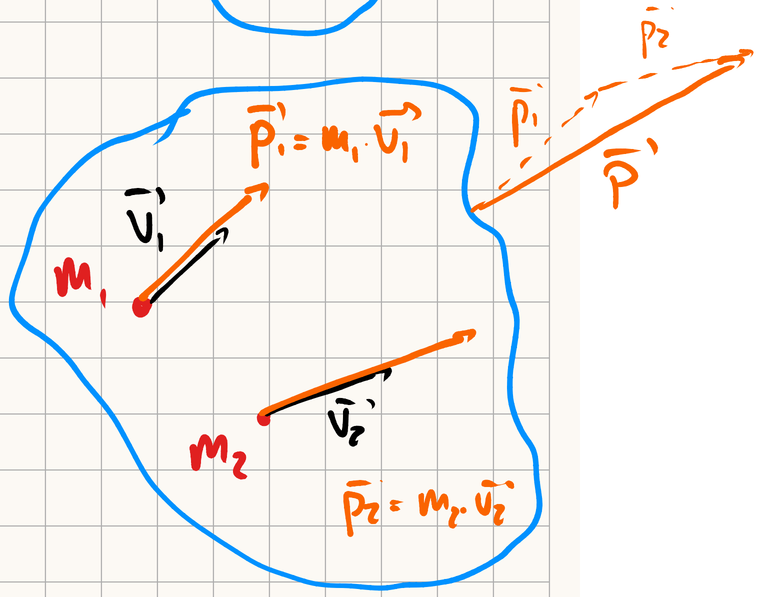
Quelques grandeurs

* La masse est une grandeur extensive scalaire caractérisant la quantité de matière d'un objet. C'est une grandeur conservée. Son unité est le [kg]



* La quantité de mouvement $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$ est une grandeur vectorielle caractérisant l'état du mouvement. Il s'agit d'une grandeur conservée dans un référentiel d'inertie.

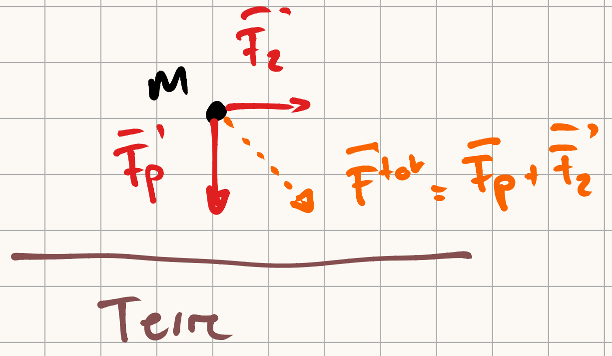
  Unité: [kg · m/s]



$$\vec{P} = \sum \vec{p}_i = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 .$$

Remarque : Une grandeur extensive croît en fonction du nombre de composants. (ex : masse, volume, $\vec{p}$). Une grandeur intensive en est indépendante (ex : température, vitesse, position, etc...)

* Une force est une action exercée par un corps sur un autre.
Mathématiquement, on la représente par un vecteur partant de son point d'application et pointant vers la direction d'application de la force.
Unité : $[kg \cdot m \cdot s^{-2}] = [N]$



La force est une quantité extensive.

Première loi de Newton

"Tout corps persévère dans l'état de repos ou de mouvement uniforme en ligne droite à moins qu'une force quelconque n'agisse sur lui et ne le contraigne à changer d'état."

Mathématiquement : si $\vec{F} = \vec{0}$, alors $\vec{p} = \text{cste}$

ou galiléen

Remarque : la 1^{e} loi de Newton n'est valable que dans un référentiel d'inertie...

Définition : ... qui est tel que tout PM par rapport à un de ces référentiels qui est soumis à des forces extérieures dont la somme est nulle est soit au repos soit en mouvement rectiligne uniforme (i.e. cste).
C'est le principe d'inertie de Galilée.

2e loi de Newton

« Les changements de mouvement d'un corps sont proportionnels à la force motrice qu'il subit, et se font dans la ligne droite dans laquelle cette force est appliquée à l'objet »

Mathématiquement :

$$F_{mot} = \vec{F}^{ext} \cdot \Delta t \overset{\text{prop.}}{=} k \cdot \Delta \vec{p} \qquad k = 1$$

$$\vec{F}^{ext} \cdot dt = d\vec{p}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{F}^{ext} = \frac{d\vec{p}}{dt}}$$

Dans le cas particulier d'un système de masse constante :

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(m \cdot \vec{v}\right) = \overset{0}{\cancel{\dot{m}}}\,\vec{v} + m \cdot \dot{\vec{v}} = m \cdot \dot{\vec{v}} = m\vec{a} \qquad \Rightarrow \boxed{\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}}$$

Méthodologie

1) Faire un schéma

2) Identifier le système

3) Choisir un référentiel (d'inertie si possible)

4) Choisir le repère approprié

5) Identifier les forces en jeu & projections dans le repère

6) Prendre en compte les contraintes & conditions initiales du système

7) Intégrer les équations du mouvement (2^{e} loi de Newton)

Application : mvt. rectiligne uniforme (MRU)

J'ai un objet sur lequel aucune force ne s'applique : $\sum \vec{F} = \vec{0}$

2e loi Newton : $m \cdot \vec{a} = \vec{0} \Rightarrow \dot{\vec{v}} = 0 \Rightarrow \vec{v}(t) = \int \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot dt + \vec{c}_1 = \vec{c}_1$

À $t_0 = 0$, $\vec{v}(t_0) = \vec{v}_0$. Ainsi : $\vec{v}(t_0) = \vec{c}_1 = \vec{v}_0$. Donc $\boxed{\vec{v}(t) = \vec{v}_0}$

On trouve la position en intégrant la vitesse :

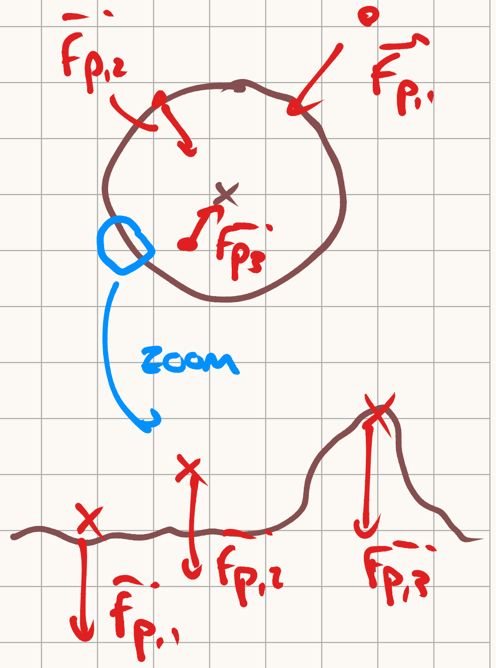
$$\vec{x}(t) = \int \vec{v}(t)\, dt + c_2 = \int \vec{v}_0 \cdot dt + c_2 = \vec{v}_0 \cdot t + c_2$$

À $t_0 = 0$, $\vec{x}(t_0) = \vec{x}_0$. Ainsi : $\vec{x}(t_0) = \vec{v}_0 \cdot 0 + \vec{c}_2 = \vec{c}_2$. Donc $\boxed{\vec{x}(t) = \vec{v}_0 \cdot t + \vec{x}_0}$

Exercice, la même chose pour $\vec{F} = \vec{cste} = \vec{f}$. Cela décrit un mouvement rectiligne uniformément accéléré (MRUA).

Balistique

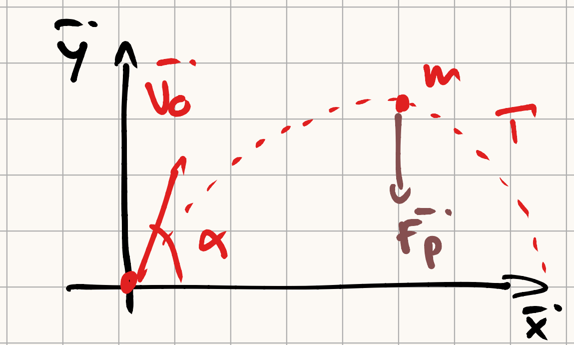
A notre échelle, la Terre est plate et le champ gravifique $\vec{g}$ est orienté vers le bas.



La force de pesanteur $\vec{F_p}$ exercée sur une masse m est le poids : $\vec{F_p} = m.\vec{g}$, où $|\vec{g}| = 9.81\ m/s^2$.

On peut prédire le mouvement d'un corps en utilisant la 2e loi de Newton.

Application : lancer d'une balle



(1) ✓

(2) ✓

(3) ✓

(4) ✓

(5) La seule force est le poids : $\vec{F_p} = m\vec{g} = 0 \cdot \hat{e}_x + \overset{m}{(-g)}\,\hat{e}_y = \overset{m}{-g} \cdot \hat{e}_y$

(6) A $t=0$, $\vec{x}(t_0) = \vec{x_0}$, $\vec{v}(t_0) = \vec{v_0}$.

(7) 2LN : $\begin{cases} \hat{e}_x : & 0 = m \cdot \ddot{x} \\ \hat{e}_y : & -\cancel{m} \cdot g = \cancel{m} \cdot \ddot{y} \end{cases} \overset{\int}{\Rightarrow} \begin{cases} \dot{x}(t) = v_{0,x} \\ \dot{y}(t) = v_{0,y} - g \cdot t \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} x(t) = v_{0,x} \cdot t + x_0 \\ y(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + v_{0,y} \cdot t + y_0 \end{cases}}$

Equations de la balistique, valable pour toute chute sans frottement.

Pn