Questions

1	2	3	4

Surname, First name

1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9
0	0	0	0	0	0	0

Mécanique
Physique générale STI I & STI II
17 January 2020 08:15 - 11:15

Dans tous les problèmes, sauf indication contraire, les résultats sont à exprimer en fonction des données fournies et des constantes physiques connues.

Chaque réponse doit être justifiée dans le cadre prévu à cet effet.

Le sujet de l'examen comprend 4 exercices.

Le cahier ne doit pas être dégraffé, les pages ne doivent pas être séparées. Seul le cahier est ramassé et corrigé.

Seul document autorisé: une page A4 recto/verso. Pas de calculatrice; pas de téléphone.

This page is left blank intentionally

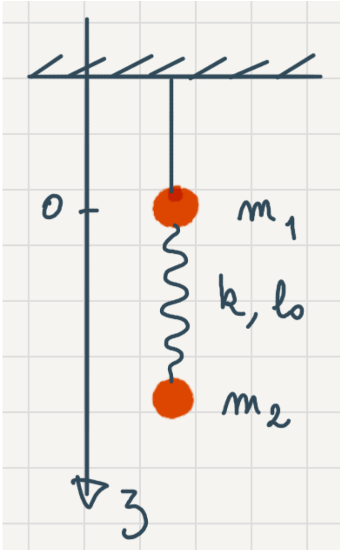
Chute d'un ressort avec deux masses (1,3 points).

On dispose de deux masses m_1 et m_2 reliées entre elles par un ressort sans masse, de raideur k et de longueur au repos l_0.

m_1 est fixée au plafond par une ficelle inextensible et sans masse.

On note z_1 et z_2 les positions de m_1 et m_2 sur le repère indiqué sur la figure ci-contre. L'origine est telle que $z_1 = 0$ quand l'ensemble est immobile.

On appelle G le centre de masse de m_1 et m_2. Il est repéré par la position z_G.



Pour commencer, les masses sont immobiles.

1a Faire le bilan des forces sur m_1 et sur m_2 et les indiquer sur le dessin.

1b Trouver l'expression de $z_{2,0}$, position d'équilibre de la masse m_2.

$z_{2,0} =$

1c Calculer la position $z_{G,0}$ du centre de masse G des deux masses.

$z_{G,0}$ =

On tire m_2 vers le bas d'une distance d_2 et on la lâche sans vitesse initiale.

1d Quelle est la condition sur d_2 pour que dans toute la suite du mouvement de m_2 la ficelle reste tendue (m_1 fixe) ?

Condition sur d_2 :

1e On suppose la condition de 1d remplie. Etablir l'équation différentielle du mouvement de m_2.

Equation:

1f Trouver sa solution $z_2(t)$.

$z_2(t) =$

Maintenant, on repart de la situation initiale avec les deux masses immobiles. On suppose de plus que $m_1 = m_2 = m$. À $t = 0$, on coupe la ficelle.

1g A partir du moment où on a coupé la ficelle, décrire qualitativement (sans calcul) le mouvement de chacune des deux masses:

– dans le référentiel du centre de masse

– dans le référentiel du laboratoire

1h Déterminer la position du centre de masse G des deux masses en fonction du temps dans le référentiel du laboratoire.

$z_G(t) =$

1i Le référentiel du centre de masse est-il galiléen ? Justifier.

□Oui □Non

On appelle z'_1 et z'_2 les coordonnées de m_1 et m_2 dans le référentiel du centre de masse.

1j Etablir l'équation différentielle du mouvement de la masse m_2 dans le référentiel du centre de masse

Équation différentielle :

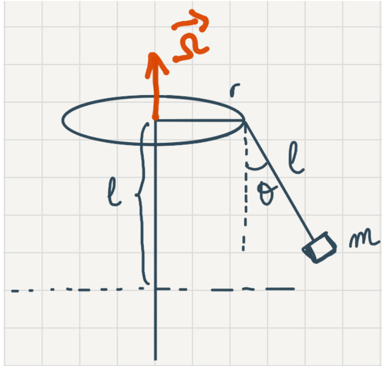
1k Donner la solution de cette équation différentielle pour obtenir la position de m_2 en fonction du temps dans le référentiel du centre de masse.

$z_2'(t) =$

Manège chaises volantes (1,0 point).

On considère l'attraction de fête foraine suivante : une nacelle (masse m avec son occupant) est fixée par une barre de longueur l et de masse négligeable à un anneau qui peut être mis en rotation dans un plan horizontal à la vitesse angulaire Ω. Après la mise en rotation, la nacelle se stabilise, la barre faisant un angle θ avec la verticale.

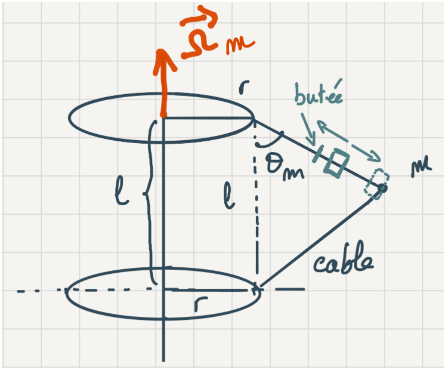
Le rayon de l'anneau est r et il est à une hauteur l au-dessus du sol.



2a Trouver la relation entre Ω et l'angle θ fait par la barre avec la verticale.

$\Omega =$

Afin de limiter l'angle θ lorsque Ω augmente, l'extrémité de la tige est retenue par un cable de longueur l, de masse négligeable qui coulisse dans un autre anneau, de rayon r, fixé au sol.
De plus, la nacelle peut se déplacer le long de la barre, entre l'extrémité inférieure et son milieu, grâce à un moteur qui contrôle la vitesse de déplacement.



2b Quelle est la vitesse angulaire Ω_m minimale, telle que le cable soit tendu quelle que soit la position de la nacelle entre $l/2$ et l?

Ω_m =

On suppose dans ce qui suit que le manège tourne à la vitesse angulaire $\vec{\Omega}_m$ avec $\vec{\Omega}_m$ pointant vers le haut.

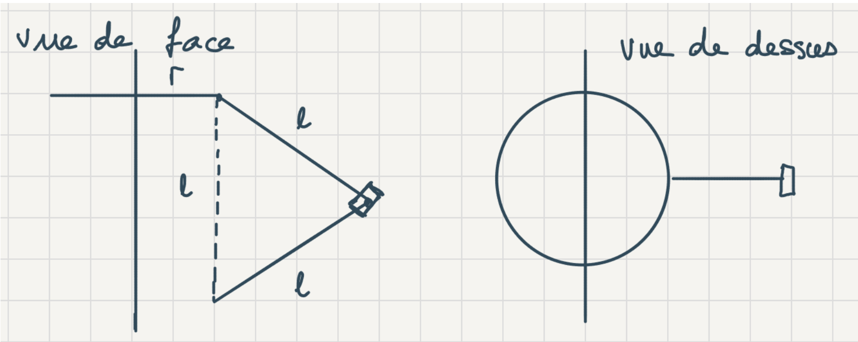
2c La nacelle part du bas de l'extrémité de la barre et remonte à la vitesse v constante vers le milieu de la barre. Calculez les normes des forces fictives, entraînement et Coriolis, dans le référentiel de la barre. Représentez-les sur le dessin.

F_{Coriolis} =

$F_{\text{entrainement}}$ =

La nacelle est de nouveau au bout de la barre et ne se déplace plus le long de celle-ci. Un occupant lâche son téléphone portable en voulant prendre une photo.

2d Représenter le vecteur vitesse du téléphone portable juste après que l'occupant de la nacelle l'a lâché



2e A quelle distance du centre de l'anneau le téléphone se retrouve-t-il au sol ?

$d =$

Sonde lunaire (1,0 point).

Une sonde de masse m se dirige vers la Lune (rayon R_L, masse M_L). Dans un premier temps le vecteur vitesse pointe vers le centre de la Lune et la sonde s'écrase sur celle-ci. Au point A, la sonde a la vitesse v_A. Le point A est à la distance d_A du centre de la Lune.

3a Calculer la variation d'énergie cinétique de la sonde au cours de l'impact, dans le référentiel de la Lune.

ΔE_c =

Pour éviter ce scénario-catastrophe, la sonde s'approche de la Lune avec la condition représentée sur le dessin ci-dessous. Au point A, $v_A = 1000$ ms^{-1}. La distance OA vaut 500'000 km. La masse de la Lune vaut $7 \cdot 10^{22}$ kg et la constante de gravitation $G = 7 \cdot 10^{-11}$ SI.

3b Montrer qu'au point A, l'énergie potentielle de la sonde est, en norme, négligeable devant son énergie cinétique.

3c La sonde est-elle en orbite autour de la Lune ? Justifier.

□Oui □Non

On suppose que la sonde suit la trajectoire représentée en pointillés. Au point B, sa vitesse est v_B, et le vecteur vitesse $\vec{v}_B$ est tangent à l'orbite circulaire de rayon r_B.

3d Calculer d en fonction de v_A, v_B et r_B.

d =

3e Calculer d en fonction de r_B, G, M_L et v_A.

d =

3f En déduire la valeur minimale de d telle que la sonde ne s'écrase pas sur la Lune.

$d_{\text{min}} =$

3g Calculer la vitesse que devrait avoir la sonde en B pour avoir une orbite circulaire de rayon r_B.

$v_{B,\text{circ}} =$

3h Pour mettre la sonde sur une orbite circulaire en B faut-il diminuer ou augmenter sa vitesse ? Justifier.

□Diminuer □Augmenter

Une fois sur l'orbite circulaire, la sonde est percutée par derrière par un petit astéroide de masse $m/2$ et de vitesse $2v_B$. Le choc est parfaitement inélastique.

3i Calculer la vitesse de la sonde juste après le choc en fonction de v_B

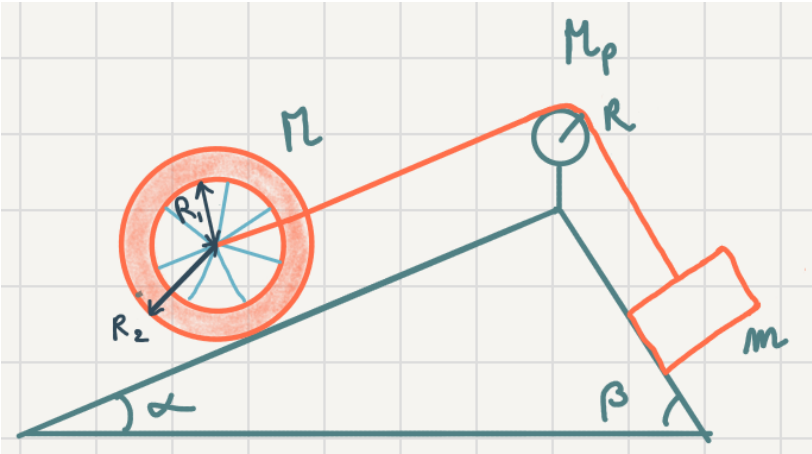
$v'_B =$

3j Quelle est la nouvelle trajectoire ? Justifier. Shématisez-la.

Plan incliné (1,7 points).

Dans le montage suivant, on considère un double plan incliné. À gauche une roue, considérée comme un cylindre creux de rayon intérieur R_1 et extérieur R_2, de masse M, entièrement répartie, de façon homogène, dans le cylindre (on néglige la masse de l'axe et des rayons). On appelle I_R le moment d'inertie de la roue par rapport à son axe. Dans tout l'exercice, cette roue roule sans glisser. À droite, une masse m glisse sur le plan. Dans un premier temps, on néglige les frottements entre la masse m et le plan. Les deux objets sont reliés par une corde sans masse et inextensible qui passe sans glisser sur une poulie, de masse M_P, de rayon R, et de moment d'inertie I_P par rapport à son axe, située au sommet du double plan.

On rappelle que le moment d'inertie par rapport à son axe d'un cylindre plein, homogène, de rayon R et de masse m est $\frac{1}{2}mR^2$



On lâche le système sans vitesse initiale et on le regarde évoluer.

4a Calculer M_I, valeur particulière de M, pour que le système reste immobile.

M_I =

4b Calculer le moment d'inertie I_R de la roue par rapport à son axe.

I_R =

Dans la suite du problème, on exprimera les relations en utilisant I_R et I_P. Par ailleurs M n'a pas de valeur particulière et peut être inférieure ou supérieure à M_I.

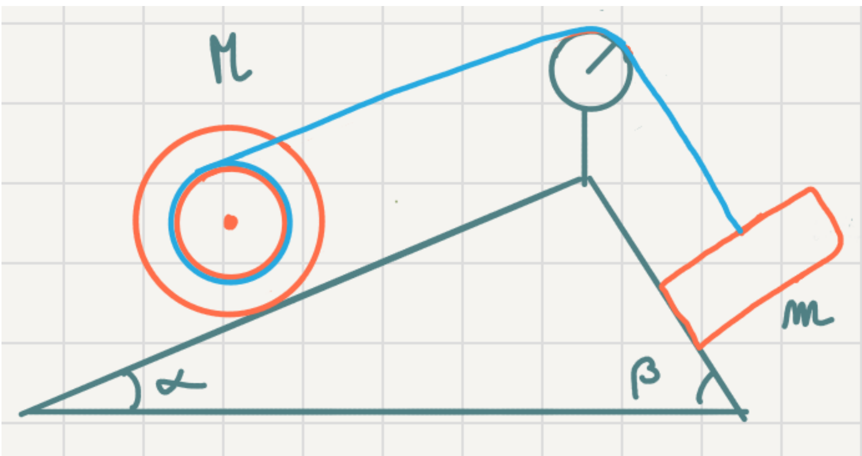
4c Exprimer l'énergie mécanique du système en mouvement en fonction des données ainsi que de la vitesse $\dot{x}$ et de la position x de la masse m se déplaçant le long du plan de droite.

E_m =

4d Exprimer l'accélération de la masse m.

a_m =

Maintenant, la roue est remplacée par un rouleau de fil sans masse qui a le même moment d'inertie I, la même masse M, et le même rayon externe R_2. le fil s'enroule comme indiqué sur le dessin autour du cylindre intérieur de diamètre R_1. De plus, la masse m subit des frottements secs de coefficient statique μ_s et dynamique μ_c avec le plan incliné. On remplace la poulie en haut du plan incliné par une poulie de masse négligeable.



4e Représenter sur le schéma les forces s'appliquant sur le rouleau et sur la masse m.

4f Dans quel intervalle se trouve M pour que le système lâché sans vitesse initiale reste immobile ?

Condition:

4g On suppose M inférieure à la valeur minimale trouvée précédemment. Décrire qualitativement le mouvement du rouleau et celui de la masse m. Que pouvez-vous dire sur la vitesse de m comparée à celle du rouleau?

4h Exprimer l'accélération de m

a_m =

This page is left blank intentionally