Exercices

Exercice 1 *Drone days à l'EPFL*

Deux amateurs de drones font voler leur engin sur un terrain de foot. On prend un système de coordonnées cartésiennes, avec l'axe Oz pointant vers le haut. Le drone A a son vecteur position dépendant du temps t donné par :

$$\vec{r}_A = \begin{pmatrix} 1.2t \\ 0.5t \\ 0.2t \end{pmatrix}$$

Le drone B a son vecteur position dépendant du temps t donné par :

$$\vec{r}_B = \begin{pmatrix} 0.2t^2 \\ 5 \\ 0.15t \end{pmatrix}$$

Les positions sont exprimées en mètres.

1. Quelle est l'allure des 2 trajectoires ?
2. Donner les vecteurs vitesse et accélération de chacun des drones en fonction du temps.
3. Que valent vitesse scalaire et accélération scalaire de chacun des drones ?
4. Quelle est, en fonction du temps, la distance d_{AB} entre les drones ?

Comment feriez vous pour trouver la distance minimale ?

Exercice 2 *Ça plane pour moi*

Un planeur est lâché par l'avion qui le remorquait dans un courant ascendant. A partir de l'instant du lâcher ($t = 0$), il a la trajectoire suivante (coordonnées cartésiennes, Oz vers le haut) :

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 200\cos(0.2t) + 100 \\ 200\sin(0.2t) + 500 \\ 3t + 600 \end{pmatrix}$$

les valeurs étant données en mètres.

1. Donner le vecteur vitesse et le vecteur accélération ainsi que la vitesse et l'accélération scalaires (normes de la vitesse et de l'accélération) en fonction du temps.
2. À quel instant le planeur atteint-il 2000 mètres d'altitude ?
3. Quelle est l'allure de la trajectoire ? Que pensez-vous des valeurs trouvées pour a et v ?

4. On souhaite exprimer la position à l'aide des coordonées cylindriques. Quelle devra être la nouvelle origine de ce système de coordonnées, pour que les équations du mouvement deviennent plus simples ? Comment s'expriment ces coordonnées en fonction temps ?

Exercice 3 *On fait tourner les tubes*

Une centrifugeuse est un dispositif utilisé en laboratoire de biologie pour séparer certains composants dans un fluide (par exemple sang ou plasma). C'est un disque qui peut être mis en rotation très rapide et sur la périphérie duquel on fixe des tubes à essais contenant le liquide à centrifuger.
On considère une centrifugeuse de rayon $R = 20$ cm qui peut tourner à maximum $N_m = 15'000$ tours/minutes. Un tube à essais est placé sur la périphérie (donc à 20cm du centre) et on s'intéresse au mouvement de ce tube qu'on considérera comme un point matériel.
Dans un premier temps, la centrifugeuse tourne à sa vitesse maximale.

1. Trouver la vitesse angulaire maximale du tube à essai.
2. Trouver la vitesse scalaire maximale du tube à essai
3. Trouver l'accélération normale du tube à essai.
4. Faire une application numérique pour les trois grandeurs précédentes.

   Maintenant on regarde la mise en route de la centrifugeuse. Il lui faut $N_f = 5000$ tours pour atteindre sa vitesse maximum depuis l'arrêt. L'accélération angulaire est constante dans cette phase.
5. Trouver l'expression de l'accélération angulaire de la centrifugeuse en fonction de N_f et N_m, puis faire l'application numérique
6. Trouver l'expression de l'accélération tangentielle durant la phase d'accélération et faire l'application numérique
7. Donner l'expression vectorielle de la vitesse et de l'accélération en coordonnées de Fresnet.

Exercice 4 *L'agent Logan a un train à prendre*

Lancé à la poursuite d'un criminel, l'agent Logan du FBI doit traverser une rivière d'une largeur de 1600 m qui coule à 0.80 $m \cdot s^{-1}$ en un minimum de temps et se rendre directement en face de son point de départ.
Sachant qu'il peut ramer à 1.50 $m \cdot s^{-1}$ et courir à 3.00 $m \cdot s^{-1}$, décrivez la route qu'il devrait suivre (en bateau et à pied le long de la rive) pour traverser ce cours d'eau le plus rapidement possible. Déterminez le temps minimal requis pour cette traversée.

Rappel : si un bateau se déplace à la vitesse $\vec{v}$ par rapport à l'eau d'une rivière, et que la rivière coule à $\vec{v}_c$ par rapport à la rive, alors le bateau se déplace à $\vec{v} + \vec{v}_c$ par rapport à la rive.

Indication : Cet exercice est difficile. Vous avez les outils mathématiques pour le résoudre, mais il demande de comprendre la globalité de la problématique, de bien décomposer le problème, et il faut faire les projections proprement !