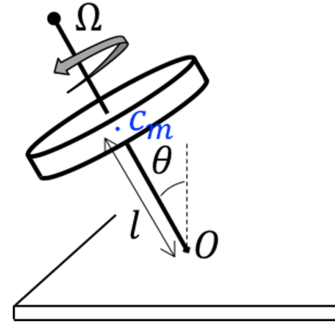


## Exercices

### Exercice 1 Réaction du sol sur une toupie

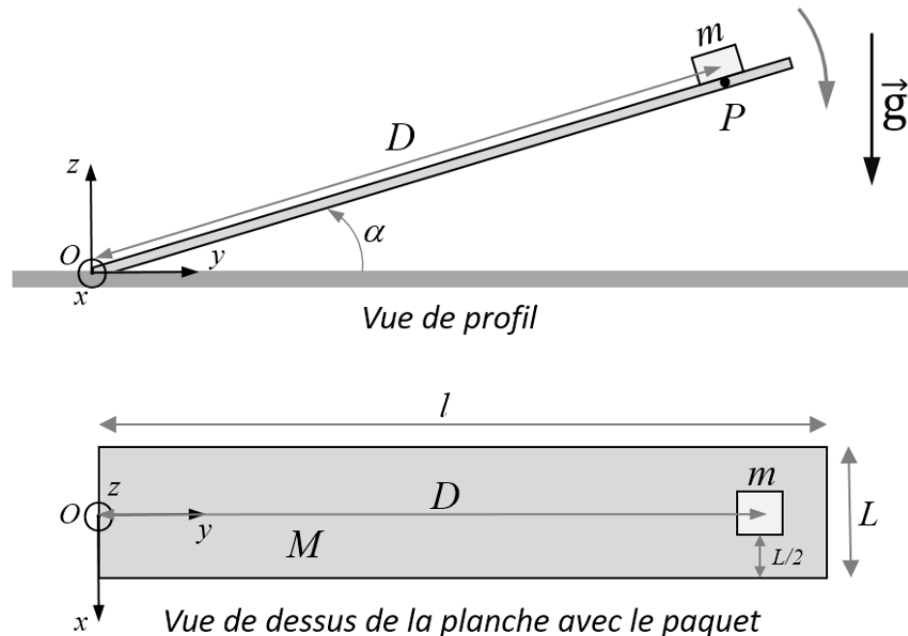
Une toupie de masse  $m$  tourne sur le sol, à une vitesse angulaire  $\Omega$  élevée. Son point de contact avec le sol  $O$  est fixe. L'axe de la toupie est animé d'un mouvement de précession, à la vitesse angulaire  $\omega_p = \frac{mgl}{I\Omega}$  ou  $l$  est la distance entre  $O$  et le centre de masse  $c_m$  de la toupie et  $I$  son moment d'inertie autour de son axe. La toupie tourne dans le sens indiqué par le vecteur  $\vec{\Omega}$ .



1. Quelles sont les forces appliquées sur la toupie ?
2. Tracez le moment cinétique de la toupie sur le schéma.
3. Montrez dans quel sens a lieu le mouvement de précession.
4. Appliquez Newton au centre de masse et déduisez-en les composantes de la force de réaction du sol.

**Exercice 2** *Planche et Paquet*

Soit une planche de masse  $M$  de longueur  $l$ , de largeur  $L$  et d'épaisseur négligeable. Cette planche peut pivoter sans frottement autour d'un axe fixe selon  $Ox$ . On pose un paquet de masse  $m$  sur cette planche à la distance  $D$  du point  $O$  et au milieu par rapport aux bords extérieurs longitudinaux (selon schéma). Ce paquet est considéré comme un objet ponctuel. Initialement, la planche est horizontale.



1. Déterminez à quelle distance  $d_G$  du point  $O$  se trouve le centre de masse du système « planche + paquet »
2. Exprimez le moment d'inertie  $I_O$  du système « planche + paquet » pour une rotation autour d'un axe de rotation selon  $Ox$ .

On incline la planche d'un angle  $\alpha$  par rapport au sol (horizontal). L'angle  $\alpha$  est inférieur à l'angle de décrochage ; par conséquent le paquet ne glisse pas à cause des frottements secs. Puis, dans un second temps, on lâche la planche ( $t = 0$ ).

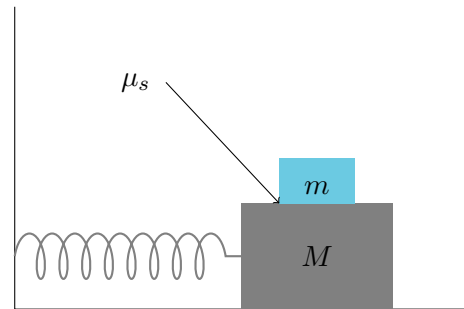
3. Calculez l'accélération angulaire  $\dot{\omega}$  à  $t = 0$  du système « planche + paquet » en fonction de  $I_O$ ,  $m$ ,  $M$ ,  $g$ , et  $\alpha$ .
4. En déduire la composante  $a_z$  à  $t = 0$  suivant  $Oz$  de l'accélération du point  $P$  où repose le paquet.
5. Quelle est la condition sur  $\alpha$  pour que le paquet reste sur la planche à  $t = 0$ ? On exprimera cette condition en fonction de  $D$ ,  $M$ ,  $l$  et  $m$ .

**Exercice 3** *Il faut pas décrocher !*

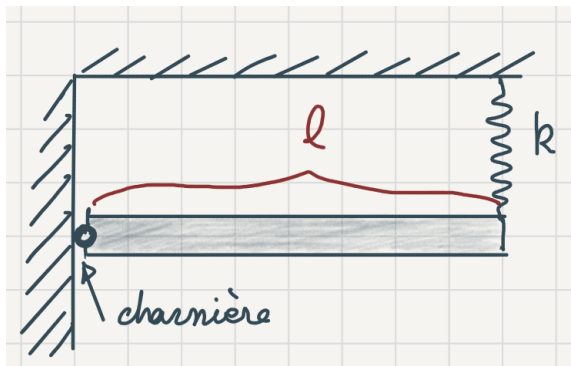
Une masse  $M$  est fixée à un ressort et peut glisser sans frottement sur le sol horizontal. Elle effectue donc des oscillations harmoniques simples à une fréquence  $f$ .

Au dessus, un bloc de masse  $m$  est posé et des frottements secs sont présents entre les masses  $m$  et  $M$  avec un coefficient de frottements statique  $\mu_s$ .

Quelle est l'amplitude maximale des oscillations que le système peut avoir pour que le bloc de masse  $m$  ne glisse pas sur le bloc de masse  $M$  ?



**Exercice 4** *Tout est en règle*



Une règle homogène de longueur  $l$  et de masse  $M$  est fixée par une de ses extrémités à une charnière et par l'autre à un ressort de raideur  $k$ .

Le montage est fait de telle sorte que lorsque la barre est immobile, elle est horizontale.

Déterminer la fréquence de son léger mouvement d'oscillations à la verticale.