

XIII Forces de frottement - forces non conservatives

- I. - entre solide et fluide / gaz
 - 1. - basse vitesse
 - 2. - haute vitesse
- II. entre deux solides
 - 1 - frottement statique (sans déplacement)
 - 2 - frottement cinétique (avec déplacement)
- III. autres forces non conservatives et forces généralisées.
 - 3. résistance au pivotement

Remarque lors de déplacements (I & II.2)

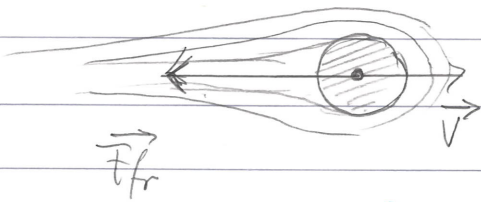
- Le frottement est une force résistante au mouvement du solide qui s'oppose au mouvement.
Elle est dirigée dans le sens contraire à la vitesse

$$\vec{F}_{fr} = -f(\|\vec{v}\|) \hat{v}$$

f est une fonction scalaire de la vitesse qui peut être constante (II.2)

I.1 frottement solide dans fluide/gaz à basse vitesse
(écoulement laminaire)

$$\vec{F}_{fr} = -k \eta \vec{v}$$



k : coefficient de forme [m]

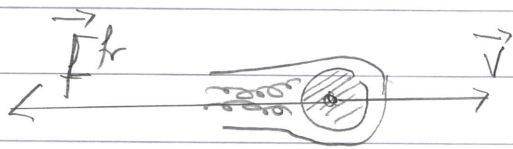
pour ex
sphère

$$k = 6\pi R$$

η : coefficient de viscosité fluide [$Nm^{-2}s$]

coef. viscosité:		Liquide		Gaz		
η						
Eau	0°	$1.8 \cdot 10^{-3}$	[$Nm^{-2}s$]	Air	0°	$1.7 \cdot 10^{-5}$
	20°	$1 \cdot 10^{-3}$			20°	$1.81 \cdot 10^{-5}$
	40°	$0.66 \cdot 10^{-3}$			40°	$1.91 \cdot 10^{-5}$
Glycérine		$1490 \cdot 10^{-3}$		H ₂		$0.93 \cdot 10^{-5}$
Huile		$10 \cdot 10^{-3}$		CO ₂		$1.46 \cdot 10^{-5}$
Alcool		$0.37 \cdot 10^{-3}$				

I.2 frottement solide dans fluide/gaz haute vitesse



(écoulement turbulent derrière le corps)

$$\vec{F}_{tr} = - C_x \frac{1}{2} \rho_{fe} \|\vec{V}\|^2 S \vec{V}$$

ρ_{fe} : masse spécifique du fluide [kg/m^3]

S : aire de la surface plan \perp à \vec{V}

C_x : coefficient de traînée (adimensionnel)



Disque

$$C_x \cong 1.32$$



Sphère

$$C_x \cong 0.45$$



Demisphère et cône

$$C_x \cong 0.04$$



Aile d'avion

$$C_x \cong 0.03$$

Analyse des unités:

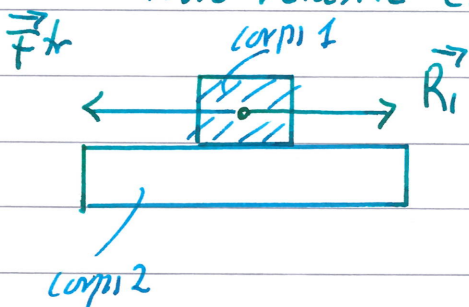
$$\frac{1}{2} C_x \rho_{fe} \|\vec{V}\|^2 S$$

$$\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right] \cdot \left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \right] [\text{m}^2] = \left[\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] = [\text{N}]$$

II.1 Frottement entre deux surfaces en contact

sans déplacement

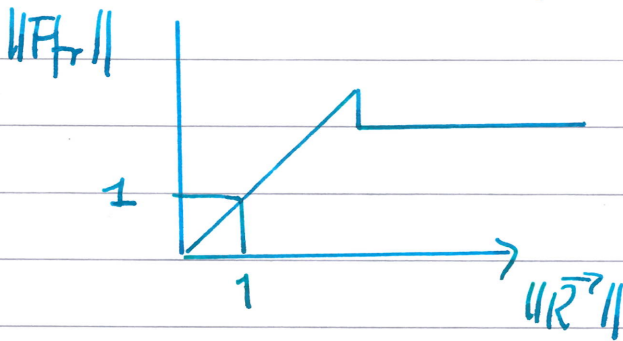
La vitesse relative est nulle



R_1 : résultante des forces autres que le frottement appliquées au corps 1

$$\vec{F}_{tr} = -\vec{R}_1$$

- 1° Pour autant que la force soit inférieure à une valeur limite, la force de frottement est égale et opposée à la résultante des forces appliquées autres que le frottement.
 \Rightarrow elle "s'adapte" pour que la résultante ^{totale} soit nulle.
- 2° Passé une certaine valeur, (force maximale appliquée) la force soudainement décroît pour faire apparaître la force de frottement cinétique cf. II-2.



$$\vec{F}_{fr} = -\vec{R}$$

Frottement sec statique est également le nom donné à cette force de frottement dans le cas II.1

Force de frottement sec statique (définition et formule) du module

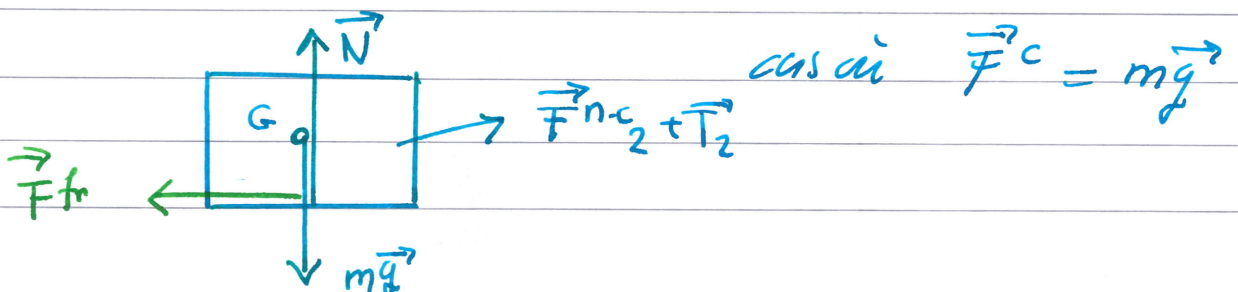
$$\|\vec{F}_{fr}\| \leq F_{max}^R = \mu_s \|\vec{N}\|$$

Coulomb
statique

La force maximale que peut encaisser le bloc (carrière de la) mise en mouvement est proportionnelle à l'amplitude de la force normale par un facteur μ_s coefficient de frottement sec statique.

μ_s dépend des matériaux, des types de surfaces en contact.

⚠ μ_s ne dépend pas de (l'aire) de la surface.



\vec{R}_a résultante des forces autres que celles appliquées

II.1 Pour autant que $\|\vec{R}_a\| < \pm f_r$
max

$$\vec{R}_a = \vec{F}^{n-c} + \vec{T}_2 + \vec{N} + m\vec{g}$$

\vec{F}^{n-c} résultantes des forces non conservatives
 \vec{T}_2 liaison parfaite tangentielle. \vec{N} normale (liaison parfaite)
 $m\vec{g}$ force du potentiel. cf (*)

$$\vec{F}_r = -\vec{R}_a$$

$$\vec{R} = \vec{R}_a + \vec{F}_r = \vec{0}$$

II.2 Frottement cinétique deux surfaces sont en contact avec des vitesses relatives non nulles

Lorsque deux surfaces se déplacent l'une par rapport à l'autre, une force de frottement s'exerce sur chaque corps

- elle ne dépend que du module de la force normale à la surface et est indépendante du module de la vitesse.

- elle est dirigée dans le sens opposé à son déplacement, opposé à \hat{v} .

$$(*) \quad \vec{F} = \vec{F}^{pot} + \vec{F}^{n-c} + \vec{T} \leftarrow \text{liaison}$$

↑ force issue du potentiel ↑ non conservative

$$\vec{T} = \vec{N} + \vec{T}_2$$

$$\vec{F}^{n-c} = \vec{F}_r + \vec{F}^{n-c}$$

II.2 Frottement sec cinétique

(loi de Coulomb)

$$\vec{F}_{tr} = -\mu_c \|\vec{N}\| \hat{v}$$

⚠ indép de l'aire de la surface en contact.

μ_c : coefficient de frottement sec cinétique (indép de la vitesse)

\vec{N} : force normale à la surface

\hat{v} : vecteur unité dans la direction de la vitesse instantanée

	μ_c	μ_s
acier sur acier, dur, sec	0.42	0.78
acier sur acier, dur, gras	0.05	0.10
bois sur bois, sec	0.3	0.5
métal sur glace	0.01	0.03
pneu sur route mouillée	0.1	0.15
" " " sèche	0.6	0.8
acier sur acier surface polie	10^2	10^2

⚠ la loi empirique des frottements secs est une bonne approximation, mais n'est pas toujours applicable !

Par exemple pour des surfaces légèrement oxydées, métaux oxydés la proportionnalité entre $\|\vec{N}\|$ et $\|\vec{F}_{tr}\|$ n'a pas lieu.

II.3. Résistance au pivotement et au roulement

L'expérience montre qu'il existe également un couple de résistance au roulement et au pivotement non connectative !

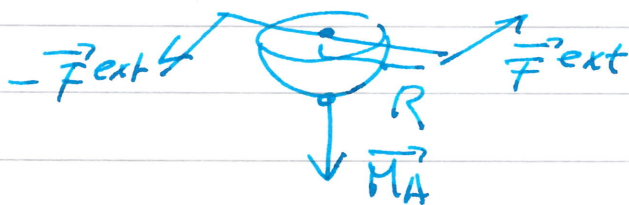
aussi longtemps que le moment extérieur est inférieur
à une certaine valeur γ_A^{\max} le solide reste immobile
et la surface exerce un couple

$$\vec{M}_A^{\text{fr}} = -\vec{M}_A^{\text{ext}}$$

D'autre part lorsque le solide est en rotation

il faut appliquer un couple extérieur pour maintenir
 $\vec{\omega}$ constant.

L'expérience montre que F^{\max} , d'où γ_A^{\max} est à prop
à la réaction normale $\|\vec{N}\|$
résistance au pivotement



$$F^{\max} = \|\vec{F}^{\max}\| \quad \gamma_A^{\max} = \|\vec{\gamma}_A^{\max}\|$$

$$\|\vec{M}_A^{\max}\| = \|\vec{F}^{\max}\| \cdot R = \delta \|\vec{N}\|$$

roue bois sur bois	$\delta \approx 0.5$ [mm]
roue acier sur acier	$\delta \approx 0.05$ [mm]
acier dur poli	$\delta \approx 0.005$ [mm]
roue voiture sur asphalte	$\delta \approx 20$ [mm]

$$\vec{\omega} = \vec{\omega}^t + \vec{\omega}^n$$

$$\vec{M}_A = \vec{M}_A^t + \vec{M}_A^n$$

tangentiel
à la surface

normal
 \perp à la surface

Si $\vec{\omega}^t = 0$ $\|\vec{M}_A^t\| \leq \delta_s \|\vec{N}\|$

$\vec{\omega}^n = 0$ $\|\vec{M}_A^n\| \leq \nu_s \|\vec{N}\|$

$$\text{Si } \vec{\omega}^t \neq 0 \quad \vec{M}_A^t = -\delta_c \|\vec{N}\| \hat{\omega}^{(t)}$$

$$\text{Si } \vec{\omega}^n \neq 0 \quad \vec{M}_A^n = -\delta_c \|\vec{N}\| \hat{\omega}^{(n)}$$

δ et δ
(δ_c, δ_s et δ_c, δ_s) sont des coefficients qui ont la dimension d'une longueur mais pour lesquels on ne connaît pas de loi générale.

III autres forces non conservatives et forces généralisées

Dans le formalisme de Lagrange, lors des forces non conservatives on ajoute au lieu de 0 dans le membre de droite, un terme appelé force généralisées F_i , également noté Q_i , selon la coord. q_i .

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \quad Q_i = F_i$$

Comment obtenir Q_i ?

on déduit le travail ^{infinitésimal} engendré lorsqu'on déplace δq_i

$$\delta W = Q_i \delta q_i \Rightarrow Q_i \text{ est obtenu.}$$