

12 octobre 2025

Série 5 : Oscillateur Harmonique II : indications

1. Champ de bosse : le salaire de la peur

Pour déterminer la fonction $h(x)$, songer à quelques points type du graphique donné dans l'énoncé, tels que maximums et passages par zéro. L'amplitude est H .

Ensuite remplacer x par $v \cdot t$ pour obtenir une fonction de forçage du ressort. N'oubliez pas que l'on déplace l'extrémité du ressort et non pas l'accélération directement comme dans le cours.

Une remarque importante est qu'il n'y a pas de frottement et donc la solution homogène persiste. On considère alors que les conditions initiales de la solution homogène sont nulles de telle sorte que la solution particulière se confonde avec la solution complète. La roue reste en permanence collée avec la route.

2. Excitation d'un oscillateur harmonique vertical

Rien de particulier, si ce n'est que l'amplitude peut devenir infinie à la résonance.

3. Piston dans un bain d'huile relié par un ressort à une bielle

Utiliser l'approximation

$$1 \approx 1 - \frac{r^2}{l^2}(1 - \cos \theta)$$

Sous quelles conditions cette formule est approximativement valable ?

La condition d'amplitude du régime forcé correspondra à l'équation matricielle un peu différente du cours

$$\begin{pmatrix} \frac{b}{m} - \omega^2 & -\frac{b}{m}\omega \\ \frac{b}{m}\omega & \frac{k}{m} - \omega^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \frac{r k}{m} \begin{pmatrix} -\sin \theta_0 \\ \cos \theta_0 \end{pmatrix}$$

Le graphique de la réponse est représenté à la figure 1.

L'enveloppe à pour expression

$$\hat{\alpha}[1 - \exp(-\gamma t)]$$

Déterminer γ et ensuite utiliser un logarithme pour obtenir le temps d'attente.

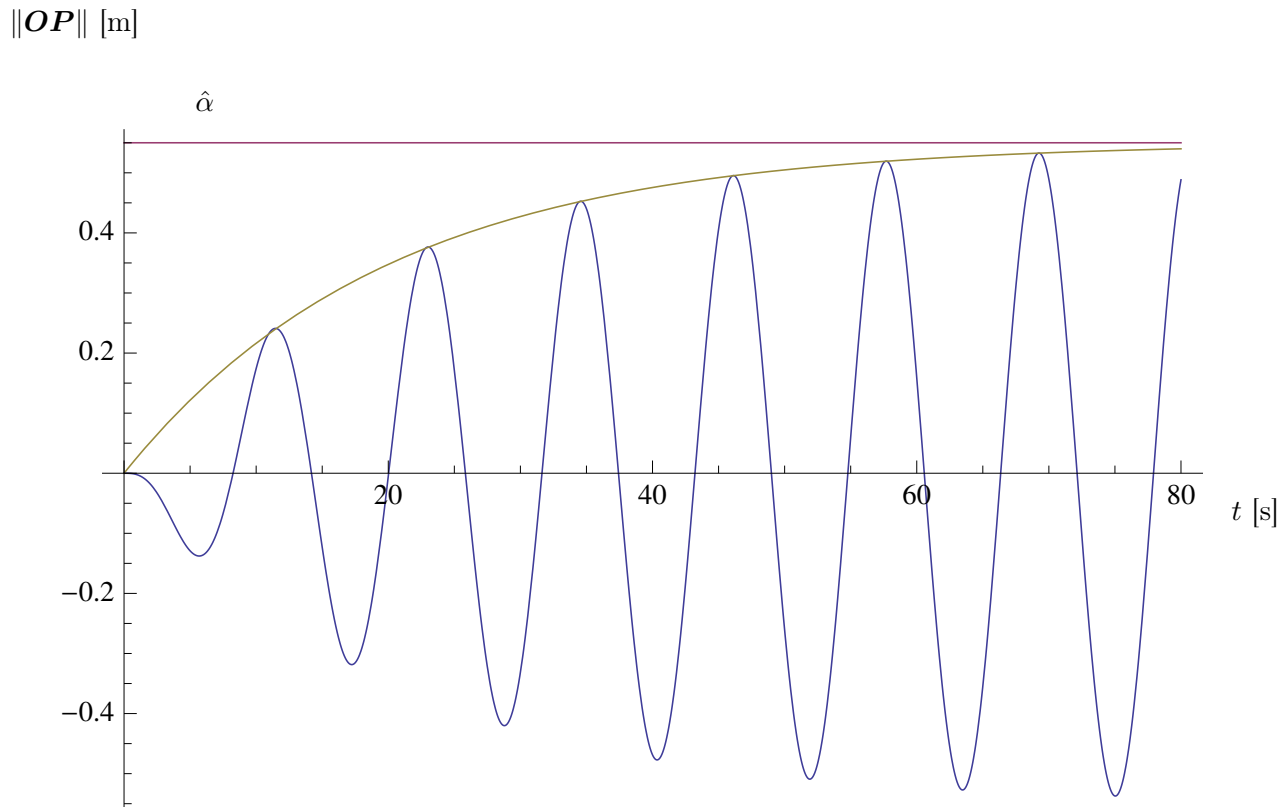


FIGURE 1 – Lorsque la machine est enclenchée à partir de la position $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$ et avec la masse au repos ($x(0) = 0$ et $\dot{x}(0) = 0$), la masse oscille progressivement jusqu'à une amplitude maximale. Cette amplitude maximale est fonction de la vitesse angulaire ω de la roue. Lorsque celle-ci est à la résonance $\omega_r = 0.543$ [rad/s] ce qui correspond à une période $T = \frac{2\pi}{\omega_r} = 11.57$ [s], l'amplitude maximale sera de $\hat{\alpha} = 0.55$ autour de la position de repos de la masse.