9 octobre 2025

Série 4 : Energie : indications

1. Balançoire

— L'utilisation de la conservation de l'énergie est possible dans ce problème parce que toutes les forces sont conservatives (gravité et force de liaison).
— L'utilisation de l'énergie permet dans ce problème de ne pas s'intéresser au temps des évènements. Pas besoin d'écrire les lois de Newton et les équations horaires.
— Une indication importante est la hauteur maximale atteinte. Cela permet de trouver la vitesse initiale par conservation de l'énergie (à la hauteur maximale il n'y a plus d'énergie cinétique, que de l'énergie potentielle).
— Une autre application de la conservation de l'énergie permet de déterminer la vitesse au sol.

2. Boule suspendue à a un ressort

— Déterminer le potentiel complet comme la somme de l'énergie potentielle du ressort et l'énergie potentielle gravifique.
— Pour obtenir le point d'équilibre dériver le potentiel par rapport à la position du point matériel et égaler à zéro. C'est un extrémum du potentiel.
— Pas besoin d'écrire les équations de Newton.

3. Système pendule et ressorts

Pour la question b), dérivér l'énergie complète du système $E_c + E_p$ par rapport au temps, avec $E_c = 1/2m\dot{x}^2 = 1/2ml^2\dot{\theta}^2$. Cela fera apparaître l'équation différentielle

$$\ddot{\theta} + \sin\theta(\omega_g^2 + \omega_k^2)\theta = 0$$

Aux petits angles on aura une équation du type

$$\ddot{\theta} + \omega^2\theta = 0$$

Déterminer ω en fonction de ω_g et ω_k.
Une autre façon de traiter le problème est de partir de l'équation de Newton avec une force conservative qui découle du potentiel

$$m\ddot{x} = -\frac{dV}{dx}$$

Ensuite d'introduire la correspondance aux petits angles

$$x = l\theta$$

et donc

$$\ddot{x} = l\,\ddot{\theta}$$

de telle sorte que

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{ml}\frac{dV}{dx}$$

Ensuite

$$\frac{dV}{dx} = \frac{dV}{d\theta}\frac{d\theta}{dx} = \frac{1}{l}\frac{dV}{d\theta}$$

car $x = l\theta$ donne $dx = l\,d\theta$, et ainsi

$$\ddot{\theta} = -\frac{1}{ml^2}\frac{dV}{d\theta}$$

et de comparer avec l'équation différientielle

$$\ddot{\theta} = -\omega^2\,\theta$$

pour déterminer ω.

4. Toboggan

Pour le toboggan, résoudre un problème de chute de corps sur un plan incliné. Une fois arrivé en bas du plan incliné, recommencer avec un nouveau plan incliné mais un peu moins que le plan incliné précédent.
L'idée est d'utiliser la conservation de l'énergie cinétique lors du changement de direction (changement de plan incliné).
Le module de la vitesse est donc identique lors du changement du plan incliné. Pour la condition initiale, il faut orienter la vitesse dans le sens du plan incliné (triangles semblables).