29 septembre 2025

Série 2 : Balistique et Equations du mouvement : indications

1. Portée maximale de tir

Un projectile est tiré du sol avec une vitesse intiale $\mathbf{v_0}$ selon un angle de tir α par rapport à l'horizontale. Pour la partie portée maximale :

1. Ecrire les équations horaires.
2. Déterminer les conditions du touché au sol.
3. Eliminer le temps en combinant les deux équations horaires, le mouvement horizontal et le mouvement vertical.
4. Cela conduira à une fonction de la portée en fonction de l'angle α.
5. L'extremum d'une fonction (maximum, minimum, point selle) d'une fonction $f(\alpha)$ s'obtient en annulant la dérivée (condition nécessaire pour un maximum) $\frac{df}{d\alpha} = 0$.
6. On obtiendra alors la solution.

2. Boules de neige

On donne le module de la vitesse initiale, toujour le même $v_0 = 20$ [m/s]. La portée (distance entre les deux personnes) D est également donnée.

1. Pour la partie a) utiliser le fait que la distance est D, et on trouvera les deux angles. La démarche est similaire au problème 1. L'angle est unique lorsque α est la solution du problème 1. Lorsque l'angle est différent, deux solutions sont obtenues qui touchent au même endroit, mais pour des temps différents. L'expérience en auditoire a montré que 30° et 60° donnait le même point d'impact.
2. Pour la partie b) la solution consiste à considérer le voyage vertical uniquement, de montée et descente. Le temps de ce trajet est différent selon le type d'angle. Plus l'angle est petit plus rapide est le temps d'interception. La différence entre les deux temps donnera le temps d'attente demandé.

3. Accident

1. Commencer par déterminer le mouvement de la voiture qui est uniformément décéléré (accérlération négative constante). Sachant que le conducteur a commencé à freiner lors du début de la trace de freinage et qu'il s'est arrêté à la fin de la trace, cela permet d'obtenir la vitesse initiale du véhicule.
2. La position de l'impact est inconnue et donc il faut laisser le temps de l'impact et la position comme des inconnues, qui seront déterminées par la suite.
3. Le mouvement vertical des débris des phares donne le temps de chute et la position des débris donne alors une information sur la position de l'impact. Cependant on ne connait pas la vitesse de la voiture au moment de l'impact.
4. En combinant les informations obtenues, déterminer une équation quadratique pour le temps de l'impact. Il s'agit de combiner le freinage de la voiture et le mouvement horizontal des débris. On utilisera la connaissance du temps de chute et la position des débris pour établir cette équation quadratique pour le temps de l'impact (ou la différence de temps, selon les conventions choisies).
5. Une fois le temps du choc obtenu, on pourra conclure sur les responsabilités de chacun, car la position de l'impact et la vitesse du véhicule seront entièrement spécifiées.

4. Nageur traversant une rivière

1. Déterminer pour commencer le mouvement y (équation horaire) en posant $y(0) = -l$ et en intégrant
$$\dot{y} = \frac{dy}{dt} = u$$
2. Exprimer la vitesse $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$ en utilisant le fait que la vitesse horizontale est indépendante de la vitesse verticale et donnée par l'expression
$$v_0 \left(1 - \frac{y^2}{l^2}\right)$$
qui donne la vitese $\dot{x}$ en fonction de la position du nageur en y. Remplacer alors la solution en y obtenue au point 1 dans la formule obtenue.
3. Intégrer l'équation en utilisant l'astuce
$$dx = \dot{x}\,dt$$
qui provient de $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$. En effet, vous allez alors obtenir x en fonction du temps t une fois $\dot{x}$ remplacé par la formule du point 2 après intégration classique.