

Série 09 : Changements de référentiel et mouvement relatif

Cette série comporte également des rappels sur les lois de Kepler

Exercices d'introduction

A Trajectoire circulaire, lois de Kepler

Un satellite tourne au-dessus de la Terre sur une orbite circulaire géostationnaire : il survole en permanence le même point de la surface terrestre.

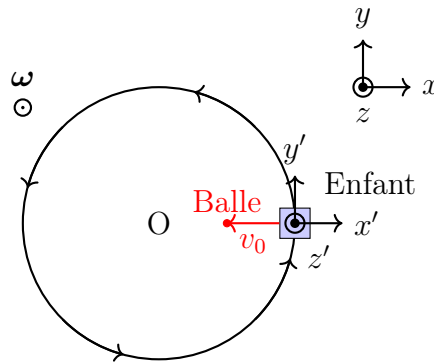
Déterminer à quelle altitude au-dessus du sol évolue le satellite.

Application numérique :

$G \cong 6.6732 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$, $M_T \cong 5.9742 \cdot 10^{24} \text{ kg}$, $R_T \cong 6.3710 \cdot 10^6 \text{ m}$ et $T_T \cong 23 \text{ h } 56 \text{ min } 4 \text{ s}$ (temps nécessaire à la Terre pour faire un tour complet sur elle-même $\equiv$ jour sidéral).

B Carrousel

Un enfant est immobile sur un carrousel de rayon r en rotation avec un vecteur vitesse angulaire constant de norme ω_0 , orienté verticalement vers le haut selon $\vec{e}_z$. On considère le repère inertiel (x', y', z') lié à l'enfant dans sa trajectoire circulaire autour du carrousel. L'enfant lance alors une balle avec une vitesse $\vec{v}_0 = v_0(-\vec{e}_{x'})$ en direction du centre du carrousel. On considère que la balle ne touche pas le carrousel et ne subit aucun frottement.



1. Énumérez les forces s'exerçant sur **l'enfant** (a) dans le référentiel fixe et (b) dans le référentiel tournant. Donnez leur expression.
2. Énumérez les forces s'exerçant sur **la balle** après le lancer (a) dans le référentiel fixe et (b) dans le référentiel tournant. Donnez leur expression.
3. Dessinez la trajectoire de la balle observée depuis le référentiel fixe lié à la Terre. Dessinez les composantes de la vitesse de la balle à une position arbitraire de la trajectoire.

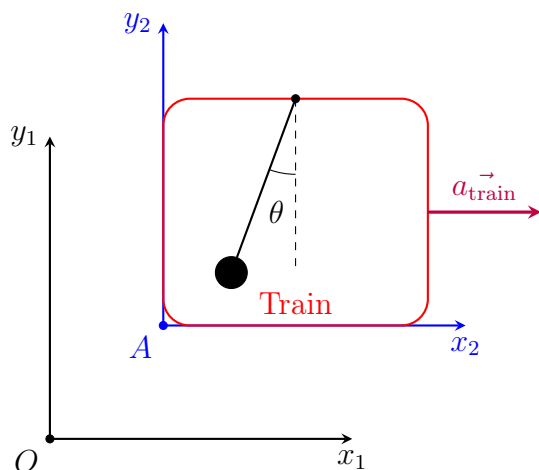
4. Dessinez la trajectoire de la balle observée depuis le référentiel tournant avec le carrousel. Dessinez les forces qui s'appliquent à la balle à une position arbitraire de la trajectoire.
5. Dessinez la trajectoire de la balle observée depuis le référentiel tournant du carrousel lorsque sa vitesse angulaire est plus grande ($\omega_1 > \omega_0$). Dessinez les forces qui s'appliquent à la balle à une position arbitraire de la trajectoire.

C Pendule dans un train

Un train roule en ligne droite sur une voie horizontale. Le train a une accélération rectiligne constante de norme $\|\vec{a}_{\text{train}}\| = a_t$. Un pendule est tenu au plafond du train par une corde inélastique et sans masse. Le pendule est stationnaire dans le train (**cas statique**).

Déterminer l'angle θ du pendule par rapport à la verticale.

1. Dans le référentiel fixe de la terre $\{O, \vec{x}_1, \vec{y}_1\}$.
2. Dans le référentiel accéléré du train $\{A, \vec{x}_2, \vec{y}_2\}$.

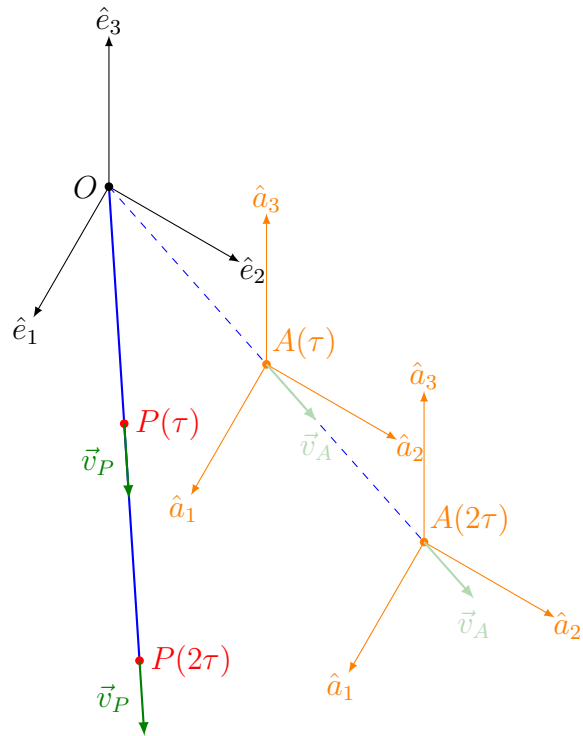


D Mouvements relatifs

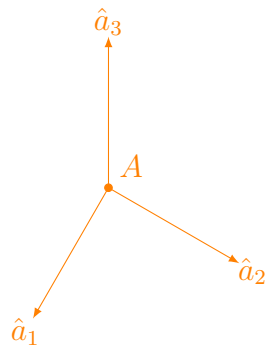
On considère le mouvement d'un point P dans deux référentiels. Le premier, $\mathcal{O}$, est muni du repère $(O, \hat{e}_1, \hat{e}_2, \hat{e}_3)$. Le second, $\mathcal{A}$, muni repère $(A, \hat{a}_1, \hat{a}_2, \hat{a}_3)$ est en mouvement rectiligne par rapport à $\mathcal{O}$. Les repères coïncident à $t_0 = 0$. Le point P est en mouvement rectiligne uniforme par rapport à $\mathcal{O}$.

Construire sa trajectoire relativement à $\mathcal{A}$...

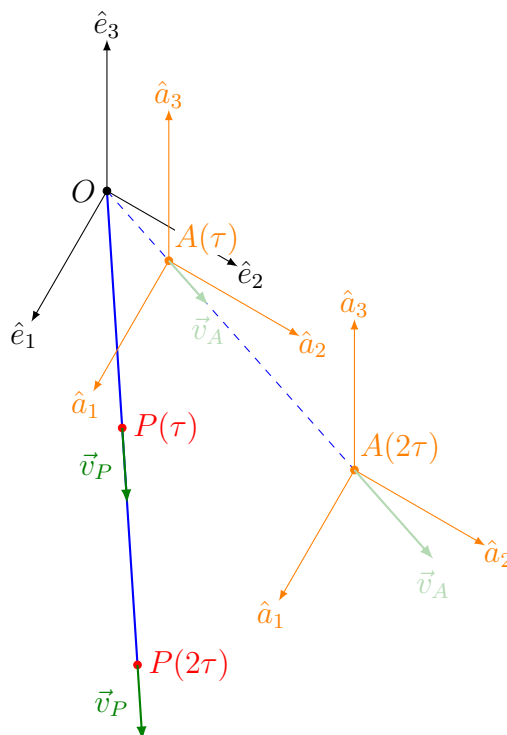
1. si $\mathcal{A}$ est en mouvement rectiligne uniforme par rapport à $\mathcal{O}$ comme ci-dessous :



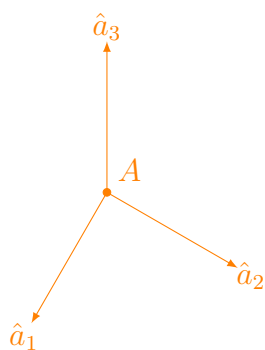
Réponse pour la trajectoire relativement à $\mathcal{A}$:



2. si $\mathcal{A}$ est en mouvement uniformément accéléré par rapport à $\mathcal{O}$ (de vitesse nulle à $t_0 = 0$) comme ci-dessous :



Réponse pour la trajectoire relativement à $\mathcal{A}$:

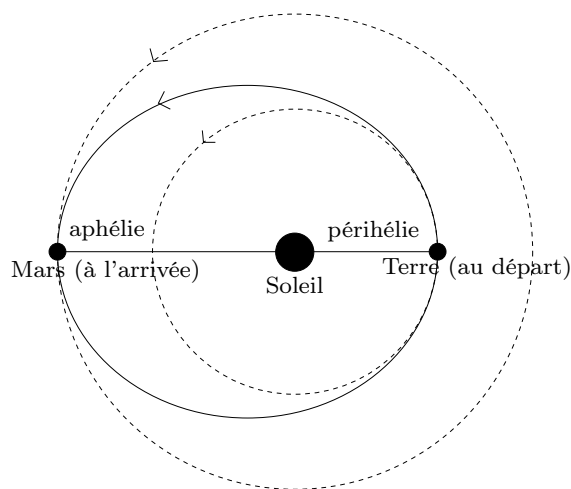


Problèmes

1 Voyage vers Mars [** 20 min]

On lance un vaisseau spatial de la Terre vers Mars. On désire que le périhélie de la trajectoire de ce vaisseau corresponde à la position de la Terre au départ et son aphélie à la position de Mars à l'arrivée (voir dessin ci-contre). On considère que la Terre et Mars suivent des orbites circulaires et coplanaires avec $R_T = 1$ u.a. et $R_M = 1.52$ u.a. (1 u.a. = 1 unité astronomique = distance moyenne de la Terre au Soleil = 149.6×10^9 m). La période T_T de révolution de la Terre vaut une année. Par contre, on ne connaît pas la masse du vaisseau, des planètes ou du Soleil.

- Quelle est, en années, la période T_M de révolution de Mars ?
- Quelles sont les vitesses de la Terre et de Mars sur leurs orbites ?
- Combien de temps dure le voyage de la Terre vers Mars ?
- Quelle doit être la vitesse du vaisseau au départ pour qu'il évolue sur cette orbite elliptique ? Calculer sa vitesse relative à la Terre au départ, et de combien il faut modifier sa vitesse à l'aphélie pour qu'il arrive à se poser sur Mars ?

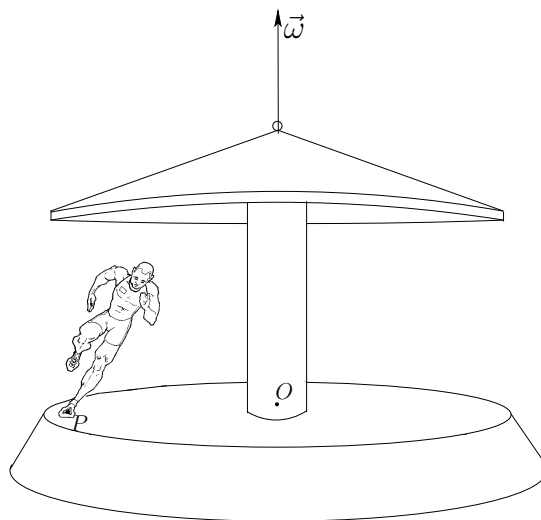


Indications : Résoudre ce problème en utilisant les lois de Kepler et les lois de conservation. Tenir compte uniquement de l'attraction gravitationnelle du Soleil, et négliger les forces entre les planètes et entre le vaisseau et les planètes.

2 Coureur sur carrousel [** 20 min]

Un carrousel de rayon R tourne à vitesse angulaire constante $\vec{\omega}$. Un homme de masse m court sur le bord du carrousel dans le sens de rotation à une vitesse de norme constante v par rapport au carrousel.

Considérant l'homme comme un point matériel P , donner la direction, le sens et l'amplitude de la force qui lui permet de se maintenir sur cette trajectoire.

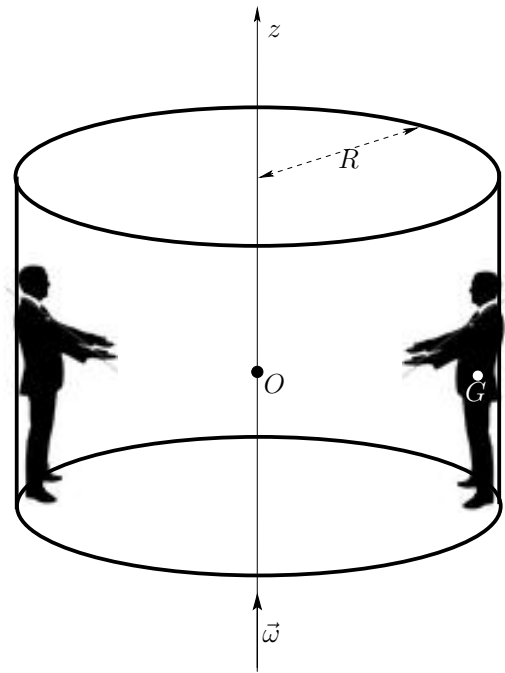


3 Le manège à plancher rétractable [** 20 min]

Un manège est constitué d'un grand cylindre creux d'axe vertical (Oz) et de rayon R . Des personnes prennent place dans le cylindre, dos plaqué contre la face interne du cylindre et l'ensemble est mis en rotation à la vitesse angulaire $\vec{\omega}$. Lorsque la vitesse de rotation est suffisante, le plancher est retiré et les personnes restent "collées à la paroi".

- a) Dans le référentiel tournant avec le manège, énumérer les forces exercées sur une personne à l'équilibre dans le manège. Quelle hypothèse sur les forces mises en jeu est nécessaire pour que l'équilibre soit possible ?
- b) Si on note μ le coefficient de frottement statique avec la paroi, quelle est la vitesse minimale de rotation, $\omega_{\min}$, pour que le plancher puisse être retiré ?

Indication : on fera l'approximation que le centre de masse de chaque personne se trouve à la distance R de l'axe du cylindre.



4 Le rameur [** 30 min]

Un rameur remonte une rivière à vitesse constante. Il tire une bouteille de vin attachée par une corde à son bateau. Lorsqu'il passe sous un pont, la bouteille se détache et dérive en aval. Le rameur le réalise une heure plus tard. Il fait demi-tour et récupère sa bouteille à un kilomètre en aval du pont. Quelle est la vitesse du fleuve relativement à la rive ?

Elements de réponse :

Exercice 1 : La vitesse de départ est donnée par :

$$v_{\text{dép}} = v_T \sqrt{\frac{2}{1 + \frac{R_T}{R_M}}}. \quad (1)$$

Exercice 2 :

$$\omega \geq \omega_{\min} \quad \text{avec} \quad \omega_{\min} = \sqrt{\frac{g}{\mu R}}. \quad (2)$$

Exercice 3 : La force qui lui permet de se maintenir sur cette trajectoire est donnée par :

$$\vec{F} = m\vec{a}_{\text{abs}} = -m \frac{(v + R\omega)^2}{R} \hat{e}_\rho \quad (3)$$

Exercice 4 : La vitesse du fleuve relativement à la rive est donnée par :

$$v_f = \frac{x}{2t} = \frac{1 \text{ km}}{2 \text{ heures}} = 0.5 \text{ km/h}$$