

# Eléments finis

MX-BA5

Cours 10: Mercredi 3 décembre 2025

\*plastic, hardening =

le retour élastique et les contraintes et déformations résiduelles  
les résultats dans le fichier .dat

3 exos sur la poutre encastree sous chargement elastoplastique

# Eléments finis

\*plastic, hardening=isotropic (default value)

Specify a metal plasticity model

Optional parameters:

HARDENING

Set HARDENING=ISOTROPIC (default) to specify isotropic hardening.

Set HARDENING=KINEMATIC to specify linear kinematic hardening.

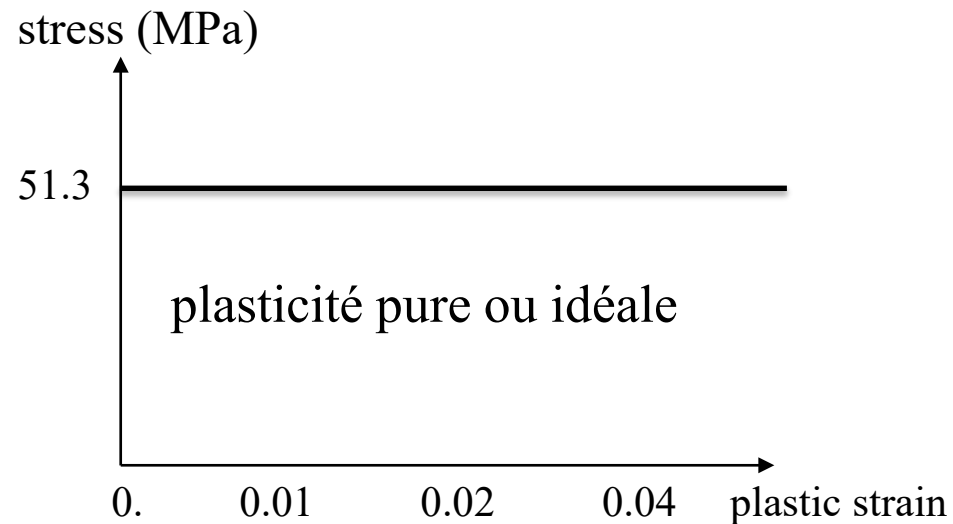
Set HARDENING=COMBINED to specify nonlinear isotropic/kinematic hardening.

Set HARDENING=JOHNSON COOK to specify Johnson-Cook hardening.

Set HARDENING=USER to define isotropic hardening in user subroutine [UHARD](#) in an Abaqus/Standard analysis

```
**** Annealed aluminium
**** système N, mm, MPa
*plastic
***** stress, plastic strain
51.3,0.
```

← toujours 0. !!!!!!!!!!!

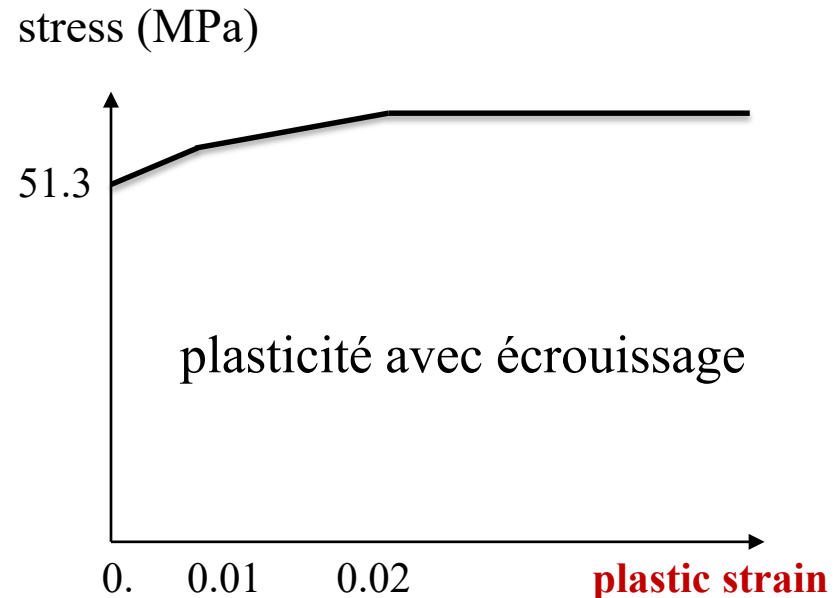


# Eléments finis

\*plastic, hardening =isotropic (default value)  
avec écrouissage

La plasticité représente une forte non linéarité matériau:

- montée élastique avec de faibles déformations
- entrée en plasticité à un niveau de contrainte donnée
- peut mener à de grandes déformations (limite des petites déformations, nlgeom, remaillage)



\*\*\*\* Annealed aluminium

\*\*\*\* système N, mm, MPa

\*plastic

\*\*\*\*\* stress, plastic strain

51.3,0.

53.5,0.01

57.67,0.02

← toujours 0. !!!!!!!!!!!

## Eléments finis

\*plastic, hardening =isotropic  
avec dépendance en température

\*\*\*\* Annealed aluminium avec le système N, mm, s

\*\*\*\* unit for flow stresses: MPa

\*plastic

\*\*\*\*\* stress, plastic strain, temperature

51.3,0.,20.

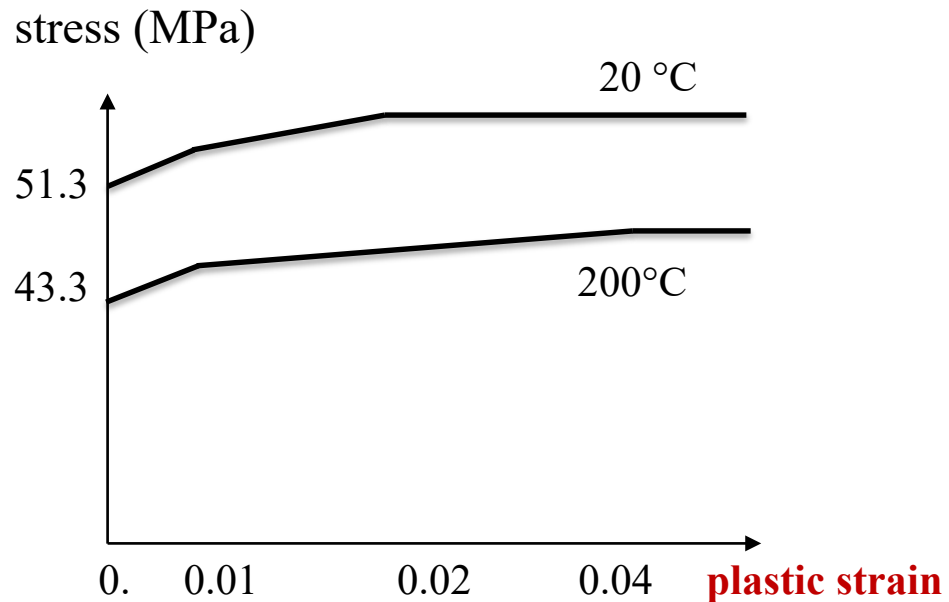
53.5,0.01,20.

57,0.02,20.

43.3,0.,200.

45.5,0.01,200.

49.3,0.04,200.



# Eléments finis

\*plastic, rate =

avec une dépendance à la vitesse de traction: **le temps a alors un sens physique !**

Optional parameter for use with HARDENING=ISOTROPIC:

RATE

Set this parameter equal to the equivalent plastic strain rate,  $\dot{\epsilon}^{pl}$ , for which this stress-strain curve applies.

\*\*\*\* aluminium avec le système N, mm, s, MPa

\*plastic

\*\*\*\*\* static yield stress

133.3,0.

153.5,0.01

156,0.02.

\*plastic, rate = 1.e-4

133.3,0.

155.5,0.01

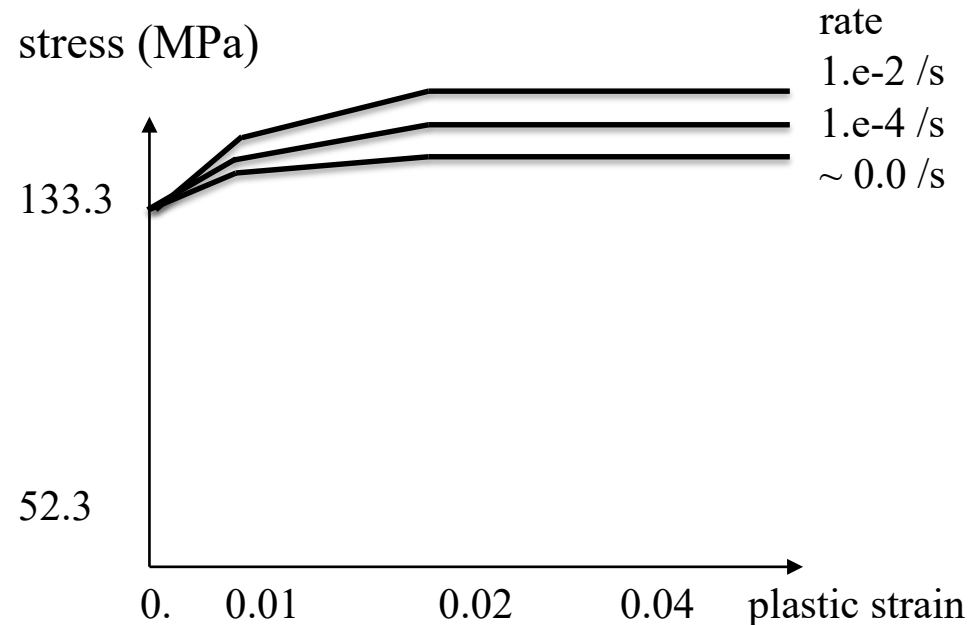
199.3,0.04

\*plastic, rate = 1.e-2

133.3,0.

158.5,0.01

202.3,0.04



# Eléments finis

\*plastic, hardening =johnson cook

*Engineering Fracture Mechanics* Vol. 21, No. 1, pp. 31-48, 1985  
Printed in the U.S.A.

0013-7944/85 \$3.00 + .00  
Pergamon Press Ltd.

$$\bar{\sigma} = \left[ A + B(\bar{\epsilon}^{pl})^n \right] \left[ 1 + C \ln \left( \frac{\dot{\bar{\epsilon}}^{pl}}{\dot{\bar{\epsilon}}_0} \right) \right] (1 - \hat{\theta}^m).$$

## FRACTURE CHARACTERISTICS OF THREE METALS SUBJECTED TO VARIOUS STRAINS, STRAIN RATES, TEMPERATURES AND PRESSURES

GORDON R. JOHNSON

Honeywell Inc., Defense Systems Division, Edina, MN 55436, U.S.A.

and

WILLIAM H. COOK

Air Force Armament Laboratory, Eglin Air Force Base, FL 32542, U.S.A.

**Abstract**—This paper considers fracture characteristics of OFHC copper, Armco iron and 4340 steel. The materials are subjected to torsion tests over a range of strain rates, Hopkinson bar tests over a range of temperatures, and quasi-static tensile tests with various notch geometries. A cumulative-damage fracture model is introduced which expresses the strain to fracture as a function of the strain rate, temperature and pressure. The model is evaluated by comparing computed results with cylinder impact tests and biaxial (torsion-tension) tests.

The yield stress is, therefore, expressed as

$$\bar{\sigma} = \left[ A + B(\bar{\epsilon}^{pl})^n \right] \left[ 1 + C \ln \left( \frac{\dot{\bar{\epsilon}}^{pl}}{\dot{\bar{\epsilon}}_0} \right) \right] (1 - \hat{\theta}^m).$$

You provide the values of  $C$  and  $\dot{\bar{\epsilon}}_0$  when you define Johnson-Cook rate dependence.

The use of Johnson-Cook hardening does not necessarily require the use of Johnson-Cook strain rate dependence.

### Input File Usage:

Use both of the following options:

\*PLASTIC, HARDENING=JOHNSON COOK

\*RATE DEPENDENT, TYPE=JOHNSON COOK

# Eléments finis

## \*plastic, hardening =johnson cook

- is suitable for high-strain-rate deformation of many materials, including most metals;

### Yield surface and flow rule

A Mises yield surface with associated flow is used in the Johnson-Cook plasticity model.

### Johnson-Cook hardening

Johnson-Cook hardening is a particular type of isotropic hardening where the static yield stress,  $\sigma^0$ , is assumed to be of the form

$$\sigma^0 = [A + B(\bar{\epsilon}^{pl})^n] (1 - \hat{\theta}^m),$$

where  $\bar{\epsilon}^{pl}$  is the equivalent plastic strain and  $A$ ,  $B$ ,  $n$  and  $m$  are material parameters measured at or below the transition temperature,  $\theta_{\text{transition}}$ .  $\hat{\theta}$  is the nondimensional temperature defined as

$$\hat{\theta} \equiv \begin{cases} 0 & \text{for } \theta < \theta_{\text{transition}} \\ (\theta - \theta_{\text{transition}}) / (\theta_{\text{melt}} - \theta_{\text{transition}}) & \text{for } \theta_{\text{transition}} \leq \theta \leq \theta_{\text{melt}} \\ 1 & \text{for } \theta > \theta_{\text{melt}} \end{cases},$$

where  $\theta$  is the current temperature,  $\theta_{\text{melt}}$  is the melting temperature, and  $\theta_{\text{transition}}$  is the transition temperature defined as the one at or below which there is no temperature dependence of the yield stress. The material parameters must be measured at or below the transition temperature.

When  $\theta \geq \theta_{\text{melt}}$ , the material will be melted and will behave like a fluid; there will be no shear resistance since  $\sigma^0 = 0$ . The hardening memory will be removed by setting the equivalent plastic strain to zero. If backstresses are specified for the model, these will also be set to zero.

# Eléments finis

\*plastic, hardening =johnson cook

Data line for HARDENING=JOHNSON COOK:

First (and only) line:

1.  $A$ .
2.  $B$ .
3.  $n$ .
4.  $m$ .
5. Melting temperature,  $\theta_{melt}$ .
6. Transition temperature,  $\theta_{transition}$ .

Table 2. Summary of strength and fracture constants

		OFHC COPPER	ARMCO IRON	4340 STEEL
STRENGTH CONSTANTS FOR $\sigma = [A + B \epsilon^n][1 + C \ln \dot{\epsilon}^*][1 - T^*m]$				
$A$	(MPa)	90	175	792
$B$	(MPa)	292	380	510
$n$		0.31	0.32	0.26
$C$		0.025	0.060	0.014
$m$		1.09	0.55	1.03

$$\bar{\sigma} = \left[ A + B(\bar{\epsilon}^{pl})^n \right] \left[ 1 + C \ln \left( \frac{\dot{\bar{\epsilon}}^{pl}}{\dot{\bar{\epsilon}}_0} \right) \right]$$

\*\*\*\* 4340 steel, N, mm, s, MPa

\*plastic,hardening=johnson cook

\*\*\*\*\* A,B and n

792.,510.,0.26

\*\*\*\*\* with rate dependency

\*rate dependent,type=johnson cook

\*\*\* C and rate\_zero = 1 /s

0.014,1.

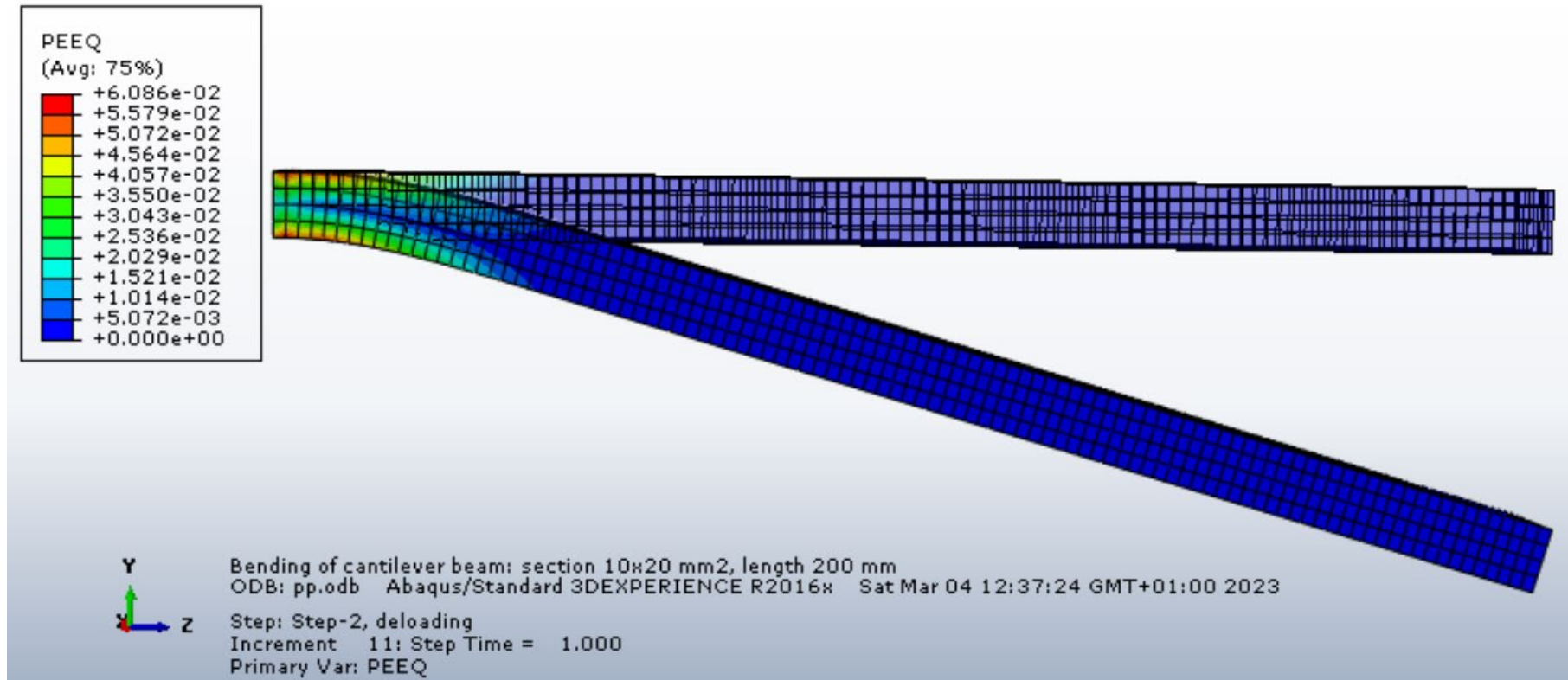
# Eléments finis

## Les déformations plastiques

Tenseur des déformations plastiques :  $\epsilon^p$

Valeurs principales, selon les axes, second invariant =  $\text{peeq}$  au sens de Von Mises  $\sqrt{\frac{2}{3}\epsilon^{pl} : \epsilon^{pl}}$

NB: idem pour les déformations élastiques ( $\epsilon^e$ ), thermiques ( $\epsilon^t$ ) et viscoplastiques ( $\epsilon^c$ ).



Déformée après chargement et décharge (déf. plastique résiduelle)

# Eléments finis

## les résultats dans le fichier .dat

Le fichier .dat contient les warning et les errors. Il recueille aussi les data requises par

\*el print (valeurs par éléments) et \* node print (valeurs nodales):

\*el print,position=centroidal,elset=emes,freq=100

mises,s11,s22,s33,peeq

THE FOLLOWING TABLE IS PRINTED AT THE CENTROID OF THE ELEMENT FOR ELEMENT TYPE C3D8 AND ELEMENT SET EMES

ELEMENT	FOOT- NOTE	MISES	S11	S22	S33	PEEQ	AC YIELD
	1	128.1	-62.16	-52.93	-159.1	3.3954E-02	
	2	121.6	-79.65	-43.72	-156.8	2.7267E-02	
	3	122.5	-110.3	-62.91	-188.8	2.9455E-02	
	4	124.2	-115.1	-61.43	-191.8	3.1575E-02	
	5	124.2	-115.1	-61.43	-191.8	3.1575E-02	
	6	122.5	-110.3	-62.91	-188.8	2.9455E-02	
	7	121.6	-79.65	-43.72	-156.8	2.7267E-02	
	8	128.1	-62.16	-52.93	-159.1	3.3954E-02	
	5001	44.01	-1.632	-3.565	-40.89	0.000	
	9901	3.1748E-02	1.0598E-02	-5.4072E-03	-1.7476E-02	0.000	
MAXIMUM		128.1	1.0598E-02	-5.4072E-03	-1.7476E-02	3.3954E-02	
ELEMENT		1	9901	9901	9901	8	
MINIMUM		3.1748E-02	-115.1	-62.91	-191.8	0.000	
ELEMENT		9901	4	3	4	5001	

# Eléments finis

## les résultats dans le fichier .dat

Le fichier .dat recueille les data requises par

\*el print (valeurs par éléments) et

\* node print (valeurs nodales).

Par exemple: \*node print,nset=nmes,freq=100

coord,u1,u2,u3

THE FOLLOWING TABLE IS PRINTED FOR NODES BELONGING TO NODE SET NMES

NODE	FOOT- NOTE	COOR1	COOR2	COOR3	U1	U2	U3
1		0.0000000E+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00
101		-1.4451320E-01	-2.8202921E-02	1.9016547E+00	-1.4451320E-01	-2.8202921E-02	-9.8345268E-02
201		-1.9611453E-01	-1.6699811E-02	3.7820533E+00	-1.9611453E-01	-1.6699811E-02	-2.1794671E-01
301		-2.3425310E-01	-9.9755386E-02	5.6767112E+00	-2.3425310E-01	-9.9755386E-02	-3.2328882E-01
401		-2.4262090E-01	-2.3797960E-01	7.5521718E+00	-2.4262090E-01	-2.3797960E-01	-4.4782819E-01
501		-2.4231322E-01	-4.3527458E-01	9.4252840E+00	-2.4231322E-01	-4.3527458E-01	-5.7471598E-01
601		-2.3523667E-01	-6.8334003E-01	1.1296747E+01	-2.3523667E-01	-6.8334003E-01	-7.0325296E-01
701		-2.2406363E-01	-9.7933405E-01	1.3168651E+01	-2.2406363E-01	-9.7933405E-01	-8.3134850E-01
801		-2.0954352E-01	-1.3193244E+00	1.5040750E+01	-2.0954352E-01	-1.3193244E+00	-9.5925021E-01
901		-1.9282143E-01	-1.6994474E+00	1.6913164E+01	-1.9282143E-01	-1.6994474E+00	-1.0868357E+00

## Eléments finis.

### Exos 10a: chargement élastoplastique de la poutre encastree

Dans les fichiers poutre-lf.inp et poutre-qg.inp (moodle),

- mettre la pression à 200 kPa (la flèche élastique théorique vaut alors 6.40 mm)
- activer nlgeom et ignorer la gravité
- inclure un second step qui simule la décharge (remise de la pression à 0.)
- inclure la loi plastique de l'aluminium (100, 110, 120 et 200 MPa à 0.0, 0.01, 0.02 et 0.1 de déformation plastique respectivement)
- remplir le tableau ci-dessous en réalisant les 4 calculs (les flèches sont lues dans le .dat et les contraintes et déformations à l'issue de la décharge sont obtenues à l'aide de abaqus viewer)

	poutre-lf	poutre-qg
nlgeom	yes	yes
flèche max en mm (2 chiffres derrière la virgule)		
flèche finale en mm (2 chiffres derrière la virgule)		
Valeur max de Von Mises après décharge (MPa)		
Valeur max de Peeq après décharge (-)		

## Eléments finis.

### Exos 10b: chargement élastoplastique avec dépendance en temps

Dans le fichier poutre-lf.inp depuis moodle,

- imposer un déplacement (et non une pression) sur N100 (la face opposée à l'encastrement) de -10 mm selon y en 100, 1000 et 10000 secondes à l'aide de

**\*boundary**

**N100,2,2,-10.**

- utiliser amp=ramp, activer NLGEOM et ignorer la gravité
- inclure un second step de 1 seconde qui simule la décharge en retirant le déplacement imposé de 10 mm à l'aide de:

**\*boundary,op=new**

**N0,encastre**

- inclure la loi plastique de l'aluminium dépendante de la vitesse de déformation:

**\*plastic**

**\*\*\* stress, plastic strain**

100.,0.0

110.,0.01

120.,0.02

200.,0.1

**\*plastic, rate = 1.e-4**

**\*\*\* stress, plastic strain**

110.,0.0

150.,0.01

190.,0.02

270.,0.1

## Eléments finis.

### Exos 10b: chargement élastoplastique avec dépendance en temps

- Nommer le fichier **poutre-lf-rate.inp**
- remplir le tableau ci-dessous en réalisant les 3 calculs (les flèches sont lues dans le .dat et les contraintes et déformations à l'issue de la décharge sont obtenues à l'aide de abaqus viewer)
- Pourquoi la flèche après décharge varie-t-elle d'un cas à l'autre ?

	poutre-lf-rate	poutre-lf-rate	poutre-lf-rate
Temps de charge (1 <sup>er</sup> step)	100 sec	1000 sec	10000 sec
flèche finale après décharge en mm			
Mises max en charge en MPa			
Mises max après décharge (MPa)			
Valeur max de Peeq après décharge (-)			

# Eléments finis.

## Exos 10c: chargement élastoplastique d'une poutre encastrée en cuivre

Télécharger le fichier poutre-lf.inp (moodle) et le renommer poutre-lf-cook.inp

- mettre la pression à 200 kPa sur un temps de 1 s, désactiver nlgeom et la gravité (la flèche élastique théorique vaut alors 3.20 mm)
- inclure un second step qui simule la décharge (remise de la pression à 0.)
- inclure la loi Johnson Cook du cuivre OFHC (densité 8.94, E = 110 GPa, poisson = 0.32)
- calculer la flèche max en mm puis après décharge
- calculer la valeur de PEEQ en charge puis après décharge.
- et visualiser les contraintes, les déplacements et les déformations à l'issue de la décharge (abaqus viewer)

Table 2. Summary of strength and fracture constants

	OFHC COPPER	ARMCO IRON	4340 STEEL
STRENGTH CONSTANTS FOR			
$\sigma = [A + B \epsilon^n] [1 + C \ln(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0})] [1 - T^*m]$			
A	90	175	792
B	292	380	510
n	0.31	0.32	0.26
C	0.025	0.060	0.014
m	1.09	0.55	1.03

$$\bar{\sigma} = \left[ A + B(\bar{\epsilon}^{pl})^n \right] \left[ 1 + C \ln \left( \frac{\dot{\bar{\epsilon}}^{pl}}{\dot{\bar{\epsilon}}_0} \right) \right]$$

# Eléments finis

## **Cours 11 : mercredi 10 Décembre 25**

Les déformations thermiques

\*expansion

Le couplage thermomécanique

\*coupled temperature-displacement

Le fichier \*.msg

## **Propé2 : mercredi 17 Décembre 24**

Accès à moodle

Cas sur Abaqus par groupe de 2

Résultats sur une feuille rendue