Corrigé N° 6 — Semaine du 13 Octobre 2025

Elasticité, plasticité

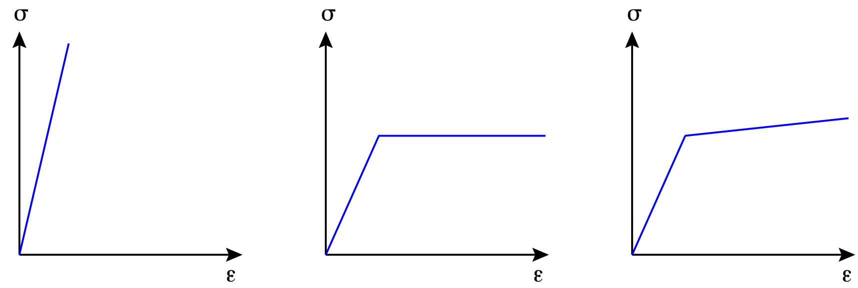
1. **Vrai ou faux ?**

	Vrai	Faux
a. L'énergie élastique emmagasinée par la déformation en traction de n'importe quelle structure à une valeur $\varepsilon_0 = 0.01$ est toujours plus grande si le module d'Young du matériau est plus grand. *Faux : lors d'une déformation élastique linéaire pour un matériau de volume V, l'énergie emmagasinée est le produit du carré de la déformation, du module et du volume. Donc à volume constant, l'énergie est toujours plus grande si E est plus grande, mais si le volume est différent, on ne peut pas dire.*	☐	☑
b. Un alliage de Plomb a à peu près la même rigidité spécifique en traction que le Polypropylène. *Vrai : voir diagrammes d'Ashby, et savoir que la rigidité spécifique est le rapport entre le module d'Young et la densité.*	☑	☐
c. La densité d'énergie élastique emmagasinée lors d'une déformation a pour unité J par mètre cube et correspond à l'aire sous la courbe contrainte-déformation. *Vrai, et cela est vrai même pour des déformations qui dépassent le domaine élastique.*	☑	☐
d. Plus un matériau est ductile, plus sa déformation atteinte juste avant la rupture est grande. *Vrai : voir les définitions au cours.*	☑	☐
e. Si un matériau donné a un fort coefficient d'écrouissage, cela veut dire que sa limite d'élasticité après déformation plastique est bien plus grande qu'à l'état original. *Vrai : un matériau écroui, donc ayant été déformé plastiquement, voit sa limite d'élasticité augmentée par rapport à celle du matériau initial, si son coefficient d'écrouissage est non nul.*	☑	☐

	Vrai	Faux
f. La limite d'élasticité d'un matériau métallique est reliée au mouvement des défauts dans le métal, alors que le module d'Young dépend seulement de l'énergie de liaison entre les atomes. *Vrai : c'est pour cela que pour les alliages d'aluminium, par exemple, le module d'Young reste pratiquement le même, mais la limite d'élasticité peut beaucoup varier en fonction de son état d'écrouissage et des précipités présents ou autres défauts*	✓	
g. Après écrouissage (mais avant rupture) un métal a une limite d'élasticité inchangée, mais un module d'Young qui a augmenté. *Faux : c'est le contraire.*		✓
h. Pour une dislocation coin, le vecteur de Burgers est parallèle à la ligne définie par la tangente à la dislocation. *Faux : pour la dislocation coin, le vecteur de Burgers est orthogonal à la ligne de dislocation, alors que pour une dislocation vis, il est parallèle.*		✓
i. La plasticité des polymères au dessus de 0.75 fois leur température de transition vitreuse est liée au mouvement des macromolécules et à l'apparition de craquelures. *Vrai : c'est aussi pour cela que le comportement des polymères dépend de leur vitesse de sollicitation.*	✓	
j. Une fois la limite d'élasticité dépassée, si on relâche une pièce sous contrainte, l'énergie élastique emmagasinée n'est pas restituée. *Faux : l'énergie élastique est toujours restituée car la contrainte appliquée agit sur les dislocations mais aussi sur les atomes en continuant de déformer le matériau élastiquement à mesure que la contrainte augmente. En retirant la contrainte, les atomes retournent à leur position d'équilibre en restituant l'énergie élastique emmagasinée.*		✓

2. Courbe de traction

a. Dessinez les courbes de traction d'un matériau i) idéalement fragile, ii) idéalement élastique-plastique, et iii) élastique avec un coefficient d'écrouissage constant.

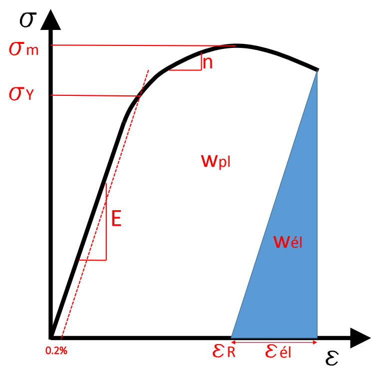


i) idéalement fragile

ii) idéalement élastique-plastique

iii) élastique puis taux d'écrouissage constant

b. Les différents paramètres qui peuvent être identifiés sur une courbe de traction sont indiqués ci-dessous :



- module d'élasticité (E) : pente du domaine élastique de la courbe ;
- limite d'élasticité (σ_Y) : contrainte maximale dans le domaine élastique, avant déviation vers un comportement avec plasticité ;
- résistance à la rupture (σ_m) : contrainte maximale ;
- coefficient d'écrouissage (n) : pente du domaine plastique de la courbe, c'est-à-dire de l'augmentation de la limite d'élasticité avec la déformation plastique ;
- déformation élastique (ε^{el}) : déformation maximale dans le domaine élastique ;
- ductilité (ε^R) : déformation plastique maximum avant le point de rupture ;
- densité d'énergie plastique avant rupture (w_{pl}) : aire sous la courbe, à laquelle on soustrait la partie élastique ;
- densité d'énergie élastique récupérable avant rupture (w_{el}) : aire sous la courbe associée à la composante élastique de la déformation.

c. On idéalise alors cette courbe de traction par un comportement simplifié élastique-plastique avec un coefficient d'écrouissage constant. Les paramètres du matériau sont : $E = 100\,\text{GPa}$, $\sigma_Y = 200\,\text{MPa}$, $n =$

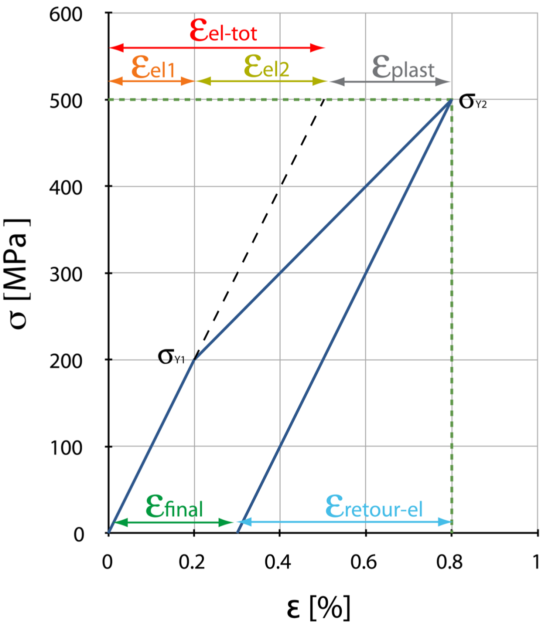
50 GPa.
Un barreau de ce matériau, de longueur $L = 400$ mm et de section carrée $S = 1$ cm^2, est soumis à une traction puis est déchargé. Après cet essai, le barreau mesure 401.2 mm. Représentez schématiquement la courbe contrainte-déformation d'un tel essai. Quelle est la nouvelle limite d'élasticité du matériau ? Quelle était la déformation totale au moment de la charge et quelle était la valeur de la charge (*Réponse : 0.8 % et 500 MPa*) ? Quel est le changement de volume du matériau en charge et après décharge (on donne $\nu = 0.3$)(*Réponse : 0.2%, puis 0*) ? Calculez l'énergie totale de déformation sous charge ainsi que l'énergie restituée lors du retour élastique (*Réponse : 92 J et 50J*).

La courbe simplifiée élastique-plastique du matériau est représentée sur la page ci-après. Elle commence par une partie élastique avec une pente donnée par le module d'élasticité, soit 100 GPa=1×10^5 MPa, jusqu'à la limite d'élasticité de 200 MPa. Le matériau s'écrouit ensuite (augmentation de la limite élastique à cause des défauts (dislocations) introduits lors de la déformation plastique) et la courbe change alors de pente (50 GPa=5×10^4 MPa). La courbe n'a pas été représentée jusqu'à la rupture mais permet maintenant de traiter le problème du barreau déformé.

La variation de longueur du barreau correspond à une déformation finale :

$$\varepsilon_{final} = \frac{\Delta l}{l} = \frac{l_f - l}{l} = \frac{401.2\,\text{mm} - 400\,\text{mm}}{400\,\text{mm}} = 0.3\%$$

Comme cette déformation est mesurée après décharge, il s'agit bien d'une déformation plastique (résiduelle). La contrainte maximale atteinte durant la charge, qui est maintenant la nouvelle limite élastique du matériau, se trouve en intersectant la courbe de traction et la droite qui prend son origine à la déformation plastique de 0.3% et qui a la pente donnée par E, puisque cette propriété n'est pas altérée par la déformation plastique. Graphiquement, on trouve 500 MPa.



Pour calculer cette valeur analytiquement, il suffit d'égaler la déformation totale, $\varepsilon = \varepsilon^{pl} + \varepsilon^{el}$ à la déformation obtenue en parcourant la courbe de traction. Si l'on appelle σ_{Y1} la limite élastique du matériau non-écroui et σ_{Y2} la limite élastique du matériau écroui, soit la contrainte maximale à laquelle on a déformé le barreau, on peut écrire :

$$\varepsilon = \varepsilon^{pl} + \varepsilon^{el} = \varepsilon^{pl} + \frac{\sigma_{Y2}}{E} = \frac{\sigma_{Y1}}{E} + \frac{\sigma_{Y2} - \sigma_{Y1}}{n}$$

ou encore, en réarrangeant les termes :

$$\sigma_{Y2} = \sigma_{Y1} + \varepsilon^{pl}\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{E}\right)^{-1} \tag{1}$$

$$\sigma_{Y2} = 2 \cdot 10^{8} + 3 \cdot 10^{-3}\left(2 \cdot 10^{-11} - 1 \cdot 10^{-11}\right)^{-1} = 5 \cdot 10^{8} \text{ Pa}$$

Cette valeur de 500 MPa est donc la contrainte appliquée en charge σ_{max}, mais aussi la nouvelle limite d'élasticité du matériau σ_{Y2}. A partir de là, on trouve la déformation totale en charge du barreau :

$$\varepsilon = \varepsilon_{pl} + \varepsilon_{el} = \varepsilon_{pl} + \frac{\sigma_{Y2}}{E} = 0.3\% + \frac{500\,\text{MPa}}{100\,\text{GPa}} = 0.8\%$$

Remarquez que la déformation élastique totale ε_{el} est la somme de la déformation élastique initiale ε_{el1} jusqu'à la limite élastique initiale σ_{Y1}, et de la déformation élastique ε_{el2} acquise pendant l'écrouissage, soit $(\sigma_{Y2} - \sigma_{Y1})/E$.

La déformation plastique par définition a lieu à volume constant. En effet, autour d'une dislocation coin par exemple, la région en-dessous de la dislocation est en traction, celle en-dessus en compression. Il n'y a donc pas de changement de volume. Par conséquent, le barreau une fois déchargé a le même volume, mais avec une section transverse et une longueur résiduelles légèrement différentes (longueur supérieure de 0.3%, et donc section inférieure de 0.3% après décharge).

Si l'on rechargeait le matériau ainsi déformé plastiquement jusqu'à la valeur σ_{Y2}, il resterait dans le domaine élastique et le changement de volume pendant cette charge serait donné simplement par :

$$\left(\frac{\Delta V}{V_0}\right)_{charge} = \frac{\sigma_{Y2}}{E}(1-2\nu) = \frac{5\cdot 10^8}{1\cdot 10^{11}}(1-2\times 0.3) = 0.2\%$$

En conclusion, le changement de volume lors de la déformation est de $+0.2\%$, il est de -0.2% après décharge, et une fois le barreau retiré de la machine de traction, alors que ses dimensions ont changé, son volume est le même que initialement.

La densité d'énergie de déformation w pendant la mise sous charge est donnée par l'aire sous la courbe, soit l'aire d'un triangle plus l'aire d'un trapèze. On a donc :

$$w = \frac{\sigma_{Y1}^2}{2E} + \frac{\sigma_{Y1}+\sigma_{Y2}}{2} \times \left(\varepsilon - \frac{\sigma_{Y1}}{E}\right)$$

$$w = 2\cdot 10^5 + 3.5\cdot 10^8 \times 0.006 = 2.3\cdot 10^6 \text{ J/m}^3$$

L'énergie de déformation W s'obtient en multipliant w par le volume $V = 0.4 \text{ m} \times 1\cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 4\cdot 10^{-5} \text{ m}^3$. Donc, $W = 92$ J.

De même, la densité d'énergie élastique w_{ret} restituée lors de la décharge est donnée par l'aire du grand triangle :

$$w_{ret} = \frac{\sigma_{Y2}^2}{2E} = 1.25\cdot 10^6 \text{ J/m}^3$$

L'énergie de retour élastique $W_{ret} = w_{ret} \times V = 50$ J représente plus de la moitié de l'énergie totale de déformation, pour ce matériau-ci.

3. **Choix de matériau pour une tige de selle de vélo**

Vous devez sélectionner un matériau adéquat pour remplacer la tige de selle de votre vélo qui est endommagée. Pour simplifier, on considérera que cette tige est un cylindre creux de diamètre extérieur 2.5 cm, d'épaisseur de paroi 1 mm, sollicité en compression simple, qui est donc comme la traction mais dans le sens contraire. La charge maximale considérée est de 200kg. La longueur utile de la tige (celle qui sera soumise à la compression) est de $L_0 = 10\,\text{cm}$.

a. Calculez la contrainte en compression dans le tube pour la charge de 200kg.
Il faut d'abord calculer la surface d'une coupe transverse du tube : $S = \pi(r_{ext}^2 - r_i^2) = \pi(12.5^2 - 11.5^2) = 75.4mm^2$. La contrainte en compression dans le tube pour la charge de 200kg est alors $\sigma_{zz} = -mg/S = -200 * 10/75.4 = -26.5\,\text{MPa}$.

b. On dispose d'un tube cylindrique en acier de masse volumique $\rho = 7.8\,\text{g/cm}^3$. Son module d'élasticité vaut $E = 200\,\text{GPa}$ et sa limite d'élasticité (on verra cela jeudi après midi, mais cela représente la contrainte maximale que l'on peut avoir sur le matériau pour rester dans le domaine d'une déformation élastique) $\sigma_Y = 500\,\text{MPa}$. Et son coefficient de Poisson est $\nu = 0.3$.
Est-ce que l'on peut utiliser ce matériau ? Calculez la déformation, et l'allongement (négatif) en compression du tube lorsque la contrainte est appliquée. Calculez l'énergie stockée par unité de volume correspondante.

Réponse : Oui, on peut car la contrainte calculée précédemment est inférieure à la limite élastique du matériau. La déformation en compression du tube est donnée par la loi de Hooke :

$$\varepsilon_{zz} = \frac{\sigma}{E} = -0.00013 = -0.013\%.$$

et son allongement est alors :

$$\Delta L = L_0 \varepsilon_{zz} = -0.00013 * 100000 = -13\mu m$$

L'énergie stockée par unité de volume lorsque la contrainte est appliquée est donnée par $w = \frac{\sigma_{zz}^2}{2E}$. On trouve w=1.75 kJ/m^3.

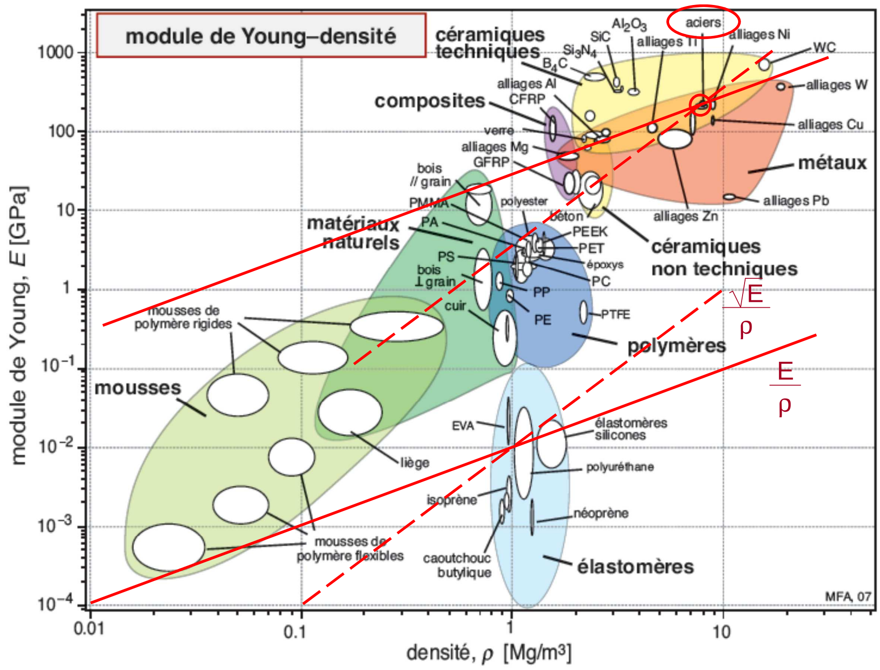
c. Quelle est la masse du tube en acier, sachant que la longueur totale de la tige est $L_{tot} = 20\,\text{cm}$? La masse du tube en acier est donc $m = \rho SL = 117g$.

d. Vous disposez de la carte d'Ashby donnée au cours pour trouver un autre matériau pour la tige qui vous permette d'économiser du poids sur votre vélo. Montrez que le critère qui s'applique est celui donné au cours, soit trouver un matériau avec un E/ρ équivalent ou plus grand que celui de l'acier. Pour cela, on considère une barre de longueur L soumise à une force de compression (ou de traction) imposée, F, mais dont nous devons dimensionner la section S en ayant le choix des matériaux de telle sorte à minimiser la déformation en même temps que la masse. Utilisez ensuite la carte d'Ashby $E - \rho$ pour trouver un matériau équivalent à l'acier. Proposez trois alternatives.
La déformation de la barre est donnée par $\varepsilon = \Delta L/L_0 = \sigma/E = F/(SE)$, alors que sa masse vaut : $m = \rho L_0 S$. On a vu en cours que l'on peut alors faire disparaître la section dans la deuxième équation en remplaçant $S =$

$L_0F/(E\Delta L)$, donc $m = \rho L_0 L_0 F/(E\Delta L) = \frac{\rho}{E} F L_0^2/\Delta L$. Pour une longueur donnée, et une force donnée, avec une déformation donnée, on voit donc que la masse est minimale quand le rapport $\frac{\rho}{E}$ est minimal, donc $\frac{E}{\rho}$ est le plus grand.
Une autre façon de montrer cela est de dire que, si nous voulons minimiser la déformation en même temps que la masse, il faut minimiser le produit $P = \varepsilon \times m$:

$$P = \varepsilon \times m = \frac{F}{SE} \times (\rho L_0 S) = F L_0 \times \frac{\rho}{E}$$

Ainsi, pour minimiser la masse et la déformation, donc P, il faut maximiser le rapport E/ρ. Un module d'élasticité élevé rend la barre plus rigide (donc plus difficilement déformable), alors qu'une masse spécifique minimale la rend plus légère.
On prend maintenant la carte d'Asbhy $E - \rho$ qui a des échelles logarithmiques. Pour maximiser $E/\rho = R$, il faut donc maximiser $\log R = \log E - \log \rho$. Or, deux matériaux ayant le même rapport E/ρ auront le même R et seront donc situés, dans ces échelles logarithmiques, sur la même droite de pente 1. Tous les matériaux situés sur cette droite passant par l'acier seront donc équivalents selon ce critère (en oubliant le prix !). Ainsi, les matériaux composites à fibre de carbone (CFRP), les alliages de Ti, d'Al ou de Mg, ainsi que le bois sont presque équivalents. Les matériaux situés en dessous de cette barre (Zn, PET, PEEK, etc) sont moins bons, ceux au-dessus (Al_2O_3, SiC,...) sont meilleurs que l'acier.
note : les droites avec $\sqrt{E}/\rho$ sur le graphe ne servent à rien pour cet exercice.



e. On décide de prendre de l'aluminium, de densité $\rho_{Al} = 2.7\,\mathrm{g/cm^3}$, de module d'élasticité $E_{Al} = 70\,\mathrm{GPa}$ et de limite élastique $\sigma_{Y\,Al} = 250\,\mathrm{MPa}$. Est-ce que l'on peut utiliser ce matériau en gardant la même géométrie ? Calculez alors la masse du nouveau tube et le gain de masse ainsi réalisé.
On décide de prendre de l'aluminium, et c'est ok car on est encore en dessous de la limite d'élasticité du matériau. La masse du nouveau tube est $m = \rho_{Al} LS$=40g donc on gagne 77 g. A noter qu'ici, on a gardé la même section de tube, ce qui est ok car on est bien en dessous de la contrainte maximale autorisée. On pourrait aussi décider que l'on veut garder le même allongement quand dans le cas de l'acier, auquel cas il faudra calculer une nouvelle section de tube plus grande, et le gain de masse ne sera pas aussi grand.

f. Pour les mordu-e-s de vélo : à quelle autre sollicitation la tige de selle est-elle aussi soumise ? Qu'est ce que cela va changer pour le choix du matériau ?
La tige de selle n'est pas tout à fait verticale, donc on a aussi de la flexion, et on peut aussi avoir des sollicitation cycliques (si on roule sur un sol pas tout à fait plat) et aussi un peu de torsion quand on pédale fort ou que l'on tourne pour regarder derrière nous, etc. On veut aussi que la tige soit résistante aux chocs, à la corrosion, à la pluie...et il faut aussi voir comment on serre cette tige sur le cadre du vélo, on aura peut être de la compression latérale. Cela peut changer et permettre d'affiner le choix du matériau pour une pièce optimale.

4. **Durcissement dans l'aluminium**
L'aluminium est largement utilisé dans la construction de lignes électriques, parce qu'il allie une bonne conductivité électrique et une masse volumique faible. Pour obtenir les meilleures propriétés électriques, la structure de l'aluminium doit être aussi parfaite que possible (ni dislocations, ni impuretés). Cependant, ce sont justement ces défauts structurels qui donnent de bonnes propriétés mécaniques à un métal. Dans cet exercice, nous allons nous pencher plus précisément sur quelques mécanismes de durcissement et, pour certains, sur leur effet sur la conductivité électrique. On vous donne le module d'Young du matériau, $E = 70\,\mathrm{GPa}$, et le coefficient de Poisson $\nu = 0.34$.

a. Écrouissage
Après déformation à froid, un fil d'aluminium pur contient environ 9×10^{18} lignes de dislocation par mètre cube. Elles ont une longueur moyenne de $100\,\mathrm{\mu m}$. Calculez la limite élastique du métal écroui, sachant que celle de l'aluminium non déformé est de $50\,\mathrm{MPa}$ et que le durcissement est donné par

$$\Delta\sigma_Y^{ec} = K_e G b \sqrt{\rho_d}$$

où $K_e = 0.25$ est un coefficient de proportionnalité, G est le module de cisaillement, $b = 2.86\,\mathrm{\AA}$ le vecteur de Burgers et ρ_d la densité de dislocations, c'est-à-dire la longueur totale de dislocations par unité de volume. Pour cela, il vous faudra donc calculer la densité de dislocations, et aussi la valeur du module de cisaillement (sachant que l'aluminium est un matériau isotrope).

Commençons par calculer la densité de dislocations, ρ_d. Si on a 9×10^{18} lignes de 100 µm par mètre cube, la densité de dislocation est de

$$\rho_d = 100\,\mu\mathrm{m} \cdot 9 \times 10^{18}\,\mathrm{m}^{-3} = 9 \times 10^{14}\,\mathrm{m}^{-2}$$

Et le module de cisaillement : $G = \frac{E}{2(1+\nu)} = 26\,\mathrm{GPa}$. L'augmentation de la limite d'élasticité conséquente à l'écrouissage est donnée par :

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_Y^{ec} &= K_e G b \sqrt{\rho_d} \\ &= 0.25 \cdot 26\,\mathrm{GPa} \cdot 2.86\,\text{Å} \cdot \sqrt{9 \times 10^{14}\,\mathrm{m}^{-2}} = 55.7\,\mathrm{MPa} \end{aligned}$$

La nouvelle limite d'élasticité est donc

$$\sigma_Y = \sigma_Y^{\circ} + \Delta\sigma_Y^{ec} = (50 + 55.7)\mathrm{MPa} = 105.7\,\mathrm{MPa}$$

une valeur 2 fois plus élevée que celle de l'aluminium pur.

b. Solution solide

Considérons maintenant un alliage Al-1.2%Mn-0.2%Si (en pourcents massiques). Calculez le durcissement lorsque tous les atomes de manganèse et de silicium sont en solution :

$$\Delta\sigma_Y^{ss} = 0.003 G \sqrt{c}$$

où c est la composition de l'alliage (prise ici comme la teneur totale massique d'atomes en soluté). Calculez également la résistivité de l'alliage, à l'aide de la formule suivante :

$$\frac{\rho_{el}}{10^{-8}\,\Omega\,\mathrm{m}} = 2.67 + 330\,\mathrm{c}_{\mathrm{Mn}} + 68\,\mathrm{c}_{\mathrm{Si}}$$

, où c_{Mn} et c_{Si} sont les teneurs massiques en Mn et Si de l'alliage. Comparez l'augmentation des pertes électriques avec le gain de résistance mécanique : le jeu en vaut-il la chandelle ?

Lorsque tous les atomes sont en solution, cela représente 1.4 % d'éléments dissous. Notez au passage que en toute rigueur, il faudrait plutôt tenir compte de la concentration atomique d'éléments (nombre d'atomes de soluté sur nombre total dans un volume donné), car ce qui compte ca sera bien ce nombre d'atomes présents pour bloquer les dislocations...mais dans cet exercice simplifié, on prend en première approximation la concentration en masse et la relation donnée pour le calcul, faute de valeurs plus précises. Le durcissement correspondant est de

$$\Delta\sigma_Y^{ss} = 0.003 \cdot 26\,\mathrm{GPa} \cdot \sqrt{1.4\,\%} = 9.2\,\mathrm{MPa}$$

La nouvelle limite d'élasticité est donc

$$\sigma_Y^{ss} = \sigma_Y^{\circ} + \Delta\sigma_Y^{ss} = (50 + 9.2)\mathrm{MPa} = 59.2\,\mathrm{MPa}$$

La résistivité, elle, passe de $2.67 \times 10^{-8}\,\Omega\,\mathrm{m}$ pour l'aluminium pur (obtenue en mettant les concentration en éléments d'alliages à zéro dans l'équation) à

$$\frac{\rho_{el}}{10^{-8}\,\Omega\,\mathrm{m}} = 2.67 + 3.3 \cdot 1.2 + 0.68 \cdot 0.2$$

$$\rho_{el} = 6.77 \times 10^{-8}\,\Omega\,\mathrm{m}$$

Elle est donc plus que doublée, alors que la limite d'élasticité ne progresse que de 20 %. Ce mécanisme de durcissement n'est donc pas très intéressant pour des applications électriques.

c. Précipitation

Grâce à un traitement thermique, on peut précipiter tous les éléments dissous sous forme de fines particules. Dans le même alliage que ci-dessus, on obtient des particules avec un diamètre moyen de 20 nm, dont la fraction volumique totale est de 0.4 %. Calculez dans un premier temps la distance moyenne λ entre deux particules, qui est liée à la densité de particules ρ_{pr} par la relation suivante : $\lambda = \rho_{pr}^{-1/3}$, puis utilisez ce résultat pour calculer le durcissement dû à ces précipités :

$$\Delta\sigma_Y^{pr} = Gb/\lambda$$

Comme plus aucun élément étranger n'est dissout dans la matrice, l'effet sur la conductivité électrique est négligeable. Comparez le gain réalisé dans la résistance mécanique avec celui de la question précédente.

Commençons par calculer la densité ρ_{pr} de particules. La fraction volumique g_{pr} de précipités est égale au volume V d'un seul d'entre eux, multiplié par le nombre de particules par unité de volume de l'alliage :

$$g_{pr} = \rho_{pr}\, V$$

$$\rho_{pr} = \frac{g_{pr}}{4\pi r^3/3} = \frac{0.004}{4\pi \cdot (10\,\mathrm{nm})^3/3} = 9.5 \times 10^{20}\,\mathrm{m}^{-3}$$

La distance moyenne entre deux particules est alors

$$\lambda = \rho_{pr}^{-1/3} = 1.02 \times 10^{-7}\,\mathrm{m}$$

et le durcissement par précipitation

$$\Delta\sigma_Y^{pr} = \frac{26\,\mathrm{GPa} \cdot 2.86\,\text{Å}}{1.02 \times 10^{-7}\,\mathrm{m}} = 73\,\mathrm{MPa}$$

La nouvelle limite d'élasticité est donc

$$\sigma_Y^{pr} = \sigma_Y^{\circ} + \Delta\sigma_Y^{pr} = (50 + 73)\mathrm{MPa} = 123\,\mathrm{MPa}$$

Il est ainsi deux fois et demi supérieur à celui obtenu par solution solide, pour une perte électrique largement moindre. Ce mécanisme est donc beaucoup plus intéressant pour les lignes de transport de l'électricité.