

Série N° 5 — Semaine du 6 Octobre 2025

**Structure des matériaux, élasticité**

1. **Vrai ou faux ?**

	Vrai	Faux
a. Un atome interstitiel est un atome qui peut venir se mettre à la place d'un atome existant dans la structure cristalline.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b. Dans l'acier, le carbone forme le solvant et le fer forme le soluté.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c. La masse molaire d'un polymère dépend du type d'atomes qui le forment, mais aussi du degré de polymérisation.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d. La déformation est le rapport de deux longueurs et est donc sans dimension. La contrainte quant à elle est le rapport de deux forces, et est aussi sans dimension.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e. Si le module d'Young d'un matériau est grand, cela signifie qu'il est très résistant à la rupture.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
f. Lors d'une déformation élastique linéaire, la variation de volume du matériau dépend de la valeur de la déformation et du coefficient de Poisson.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
g. Le module d'Young d'un polymère est en général très inférieur à celui d'une céramique.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
h. Un fakir de 60 kg peut tranquillement s'endormir s'il est allongé sur un lit de 1000 clous (de surface de contact 0.3 mm <sup>2</sup> chacun, et en contact avec tous les clous) sans risquer de se percer la peau (résistance maximale de la peau : 2.5 MPa, l'accélération de la gravité $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ ).	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

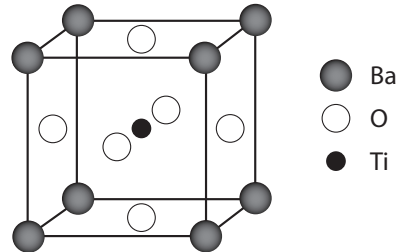
2. **Atomes interstitiels**

Un atome de Fe a un rayon de 0.127 nm dans la structure CFC. Calculez le rayon maximal que peut avoir un atome interstitiel dans un site octaédrique sans déformer le réseau. Pour vous aider, dessinez les atomes sur les plans (100) et (200). Sachant que le rayon d'un atome de Carbone, qui est un des éléments d'alliage bien connu du fer, est d'environ 0.077 nm, est ce que celui-ci va déformer la maille si il entre comme interstitiel ?

*Facultatif :* Calculez ce même rayon pour la structure CC, sachant que dans cette structure, le rayon d'un atome de Fe est 0.124 nm et que les sites interstitiels sont les sites tétraédriques qui se trouvent en position  $(0 \frac{1}{2} \frac{1}{4})$ .

### 3. Structures des céramiques

La structure du titanate de baryum ( $\text{BaTiO}_3$ ) est schématisée ci-dessous. Le



titanate de baryum est un oxyde de baryum et de titane. Découvert à la fin des années 40, il est le premier oxyde ferroélectrique simple connu et reste aujourd'hui un matériau modèle pour l'étude de la ferroélectricité. De plus, il ne contient pas de Plomb comme les céramiques piézoélectriques PZT et est donc à priori moins nocif pour l'environnement.

- Quel est son réseau cristallographique ?
- Entourez le motif.
- Dessinez comment sont positionnés les atomes dans les plans (100), (200), (110) et (111).
- Calculez le paramètre de maille  $a$ , sachant que la masse volumique vaut  $\rho = 6000 \text{ kg m}^{-3}$  et que les masses atomiques du Ti, du Ba et de  $\text{O}_2$  valent respectivement  $48 \text{ g mol}^{-1}$ ,  $137 \text{ g mol}^{-1}$  et  $32 \text{ g mol}^{-1}$ .

### 4. Le polyéthylène

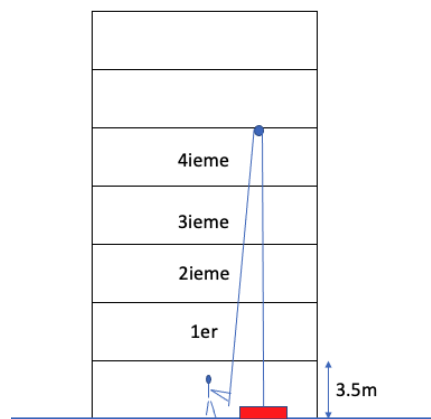
Un polyéthylène (PE) d'une masse molaire de  $150\,000 \text{ g mol}^{-1}$  a été obtenu par polymérisation. On donne les masses atomiques (molaires) pour le carbone et l'hydrogène : C  $12 \text{ g mol}^{-1}$ , H  $1 \text{ g mol}^{-1}$

- Calculez son degré de polymérisation, c'est-à-dire le nombre de monomères dont une chaîne est constituée.
- En admettant que les liaisons C-C sont dans une conformation zigzag plane et que l'angle de liaison entre les atomes de carbone est égal à  $109^\circ$  pour respecter l'hybridation  $sp^3$ , calculez la longueur d'une de ces chaînes de PE. On vous donne la longueur de la liaison covalente entre les atomes de carbone, qui est de  $0.154 \text{ nm}$ .

### 5. Corde pour une poulie

Venant d'emménager au 4ème étage d'un immeuble sans ascenseur, vous décidez d'acheter et d'installer une poulie pour monter vos affaires par le balcon. Au magasin, il ne reste plus qu'une cordelette en nylon de diamètre 4

mm et de longueur 40 mètres. On vous donne la limite d'élasticité, c'est à dire la valeur maximale de contrainte que l'on peut avoir pour rester dans le cadre d'une déformation réversible, qui est de 60 MPa et le module d'élasticité est de 3 GPa, et le coefficient de Poisson  $\nu$  est de 0.35. On va simplifier en négligeant la hauteur de la charge et de la personne qui tire la corde, et aussi on ne tient pas compte de l'angle potentiel de la corde avec la verticale (les deux bouts de corde parallèles et selon la direction de la gravité qu'on prendra égale a  $10ms^{-2}$ ).



- Pouvez-vous utiliser cette cordelette sachant que vous vous limiterez à des charges de 100 kg et que la hauteur d'un étage est de 3,5 mètres ? Pour cela, regardez si la corde est assez longue pour faire un aller retour entre le trottoir et le plafond du 4 ième étage, puis calculez d'abord la force, ensuite la contrainte dans la corde avec la charge de 100kg et comparer à la contrainte max autorisée.
- Avant de charger avec 100 kg, vous testez votre construction avec une charge moitié de 50 kg. Calculez la déformation, et l'allongement de la corde de nylon, sachant que vous considérez une longueur de corde de 35 mètres entre la personne en bas, la poulie en haut et retour vers votre charge en bas. De combien dois-je tirer la corde avant que la charge ne se soulève ?
- Quelle est la variation de diamètre de la corde dans ce cas ? Pour cela, prenez l'hypothèse que la corde est de section carrée de côté  $b = 3.5mm$ .
- Quelle est la variation de volume de la corde sous charge de 50kg, en considérant encore une section carrée de côté  $b$  ? Pourquoi est-elle non nulle ?

6. **Calcul théorique du module d'élasticité- à faire si vous avez encore le temps, sinon à faire à l'occasion ou pendant les révisions...**

On considère les liaisons atomiques décrites par le potentiel de Lennard-Jones :

$$V = \varepsilon_0 \left[ \left( \frac{r_0}{r} \right)^{12} - 2 \left( \frac{r_0}{r} \right)^6 \right]$$

Petite note, attention, ici,  $r_0$  est la distance d'équilibre entre 2 atomes (et non pas le rayon d'un atome comme dans l'exercice 2). Pour un réseau cubique simple d'atomes de paramètre de maille  $a = 2 \text{ \AA}$  interagissant entre eux avec un tel potentiel, calculez le module d'élasticité  $E$  correspondant. Pour cela, il faut procéder par étapes :

- Calculez d'abord la force exercée par un atome sur l'autre en fonction de la distance le long d'une arête de la maille cubique (calcul déjà fait dans d'autres exercices).
- A partir de cette force, calculez la contrainte correspondante que l'on doit exercer pour séparer les atomes, en prenant l'hypothèse que la surface du cube sur laquelle s'applique cette force est aussi un carré de côté  $a$ .
- Le module d'élasticité est la pente, prise au point de position  $r_0 = a$ , de la courbe contrainte-déformation, donc finalement la dérivée, prise au point  $r_0$ , de la courbe, soit  $E = \left. \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \right|_{r_0}$ . On vient de calculer la contrainte, on peut estimer la déformation selon une direction  $[100]$  du cristal comme un incrément de déplacement  $\delta r$ , divisé par  $r$ .
- Si on prend comme hypothèse que  $\varepsilon_0 = 1 \text{ eV}$  et  $r_0 = a$ , calculez la valeur du module théorique ainsi obtenu. Comparez la valeur avec ce que l'on trouve sur le diagramme d'Ashby. Qu'en pensez-vous? Pour mémoire,  $1 \text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ .

7. **Solutions des applications numériques**

- Exercice 2 :  $r_{i,CFC} = 0.053 \text{ nm}$ ,  $r_{i,CC} = 0.036 \text{ nm}$
- Exercice 3 :  $a = 4 \text{ \AA}$
- Exercice 4 : (a),  $n_{PE} = 5357$ , (b)  $L_{PE} = 1.34 \text{ \mu m}$
- Exercice 5 : (b)  $46 \text{ cm}$ , (c)  $\Delta b = b\varepsilon_a = -0.0159 \text{ mm}$ , (c)  $\Delta V = 684 \text{ mm}^3$