

Ingénierie optique

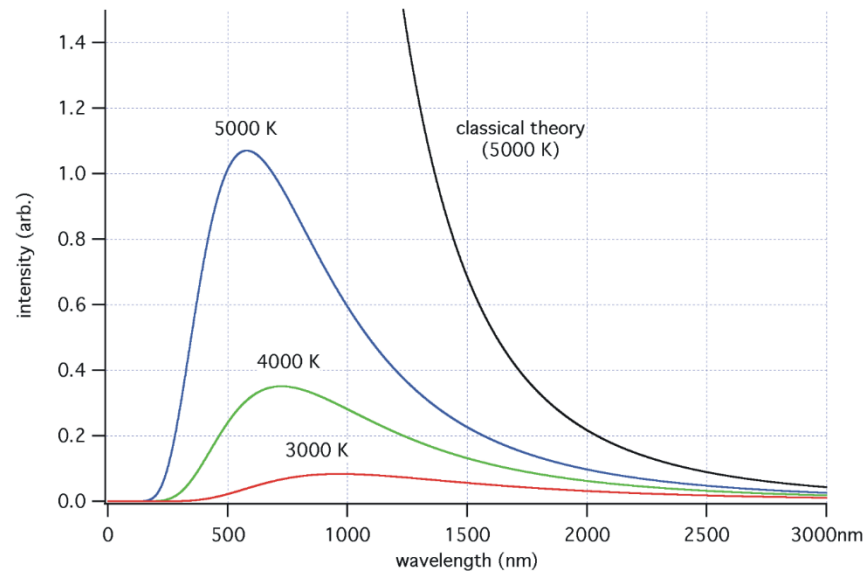
Semaine 12 – partie 1

Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie



Emission thermique

$$B_{\lambda T} = \frac{2hc^2}{\lambda^5 [\exp(hc/\lambda KT) - 1]}$$



- Intensité intégrée sur le spectre: $I = \sigma T^4$ (loi de Boltzmann)

$$\sigma = 5.669 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$$

- Maximum d'émission:

$$\lambda_{\text{max}} T = 2.8978 \cdot 10^{-3} \text{ m K}$$

- Approximations:

$$B_{\lambda T} = \frac{2h\nu^3}{c^2} \exp(-h\nu/KT) \quad \text{pour } h\nu \gg KT,$$

$$B_{\lambda T} = \frac{2KT\nu^2}{c^2} \quad \text{pour } h\nu \ll KT.$$

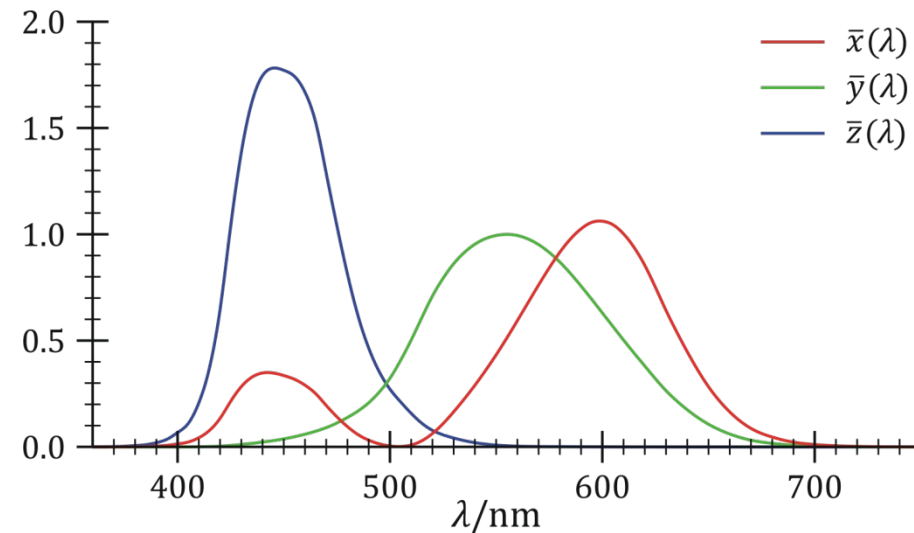
Colorimétrie

- Art de rendre les couleurs par la lumière
- Commission Internationale d'Eclairage (CIE 1931)
- On cherche à formaliser les couleurs telles que perçues par l'oeil
- Trois types de récepteurs dans l'œil, sensibles plutôt au rouge (X), au vert (Y) et au bleu (Z)
- Une couleur est décrite par le triplet XYZ

$$X = \int_0^{\infty} d\lambda I(\lambda) \bar{x}(\lambda),$$

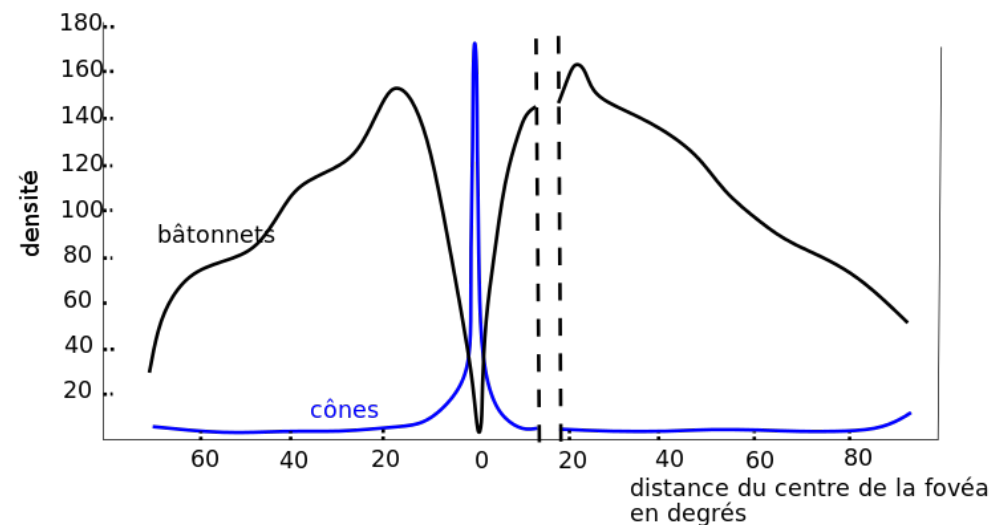
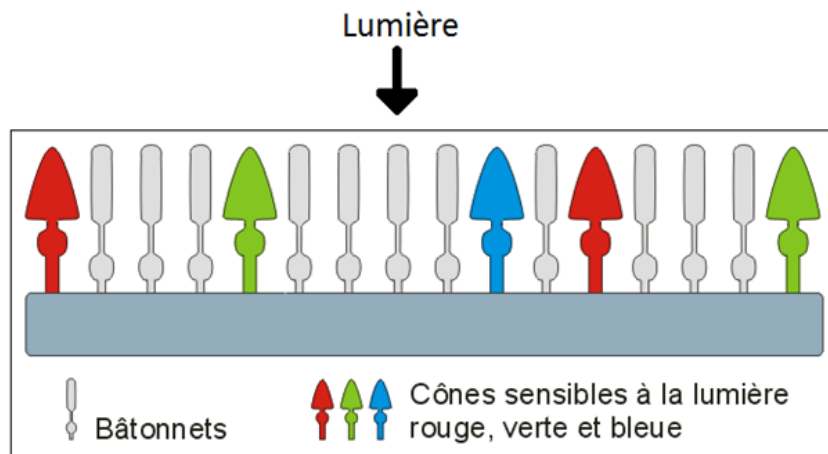
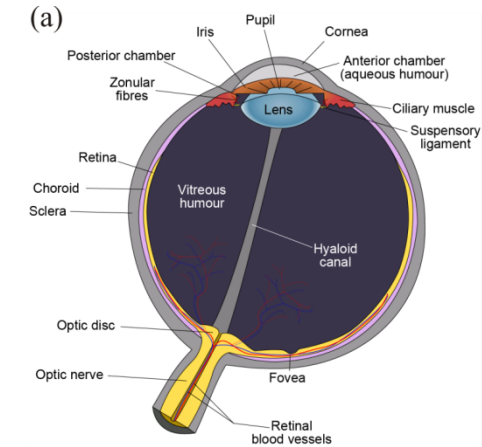
$$Y = \int_0^{\infty} d\lambda I(\lambda) \bar{y}(\lambda),$$

$$Z = \int_0^{\infty} d\lambda I(\lambda) \bar{z}(\lambda).$$



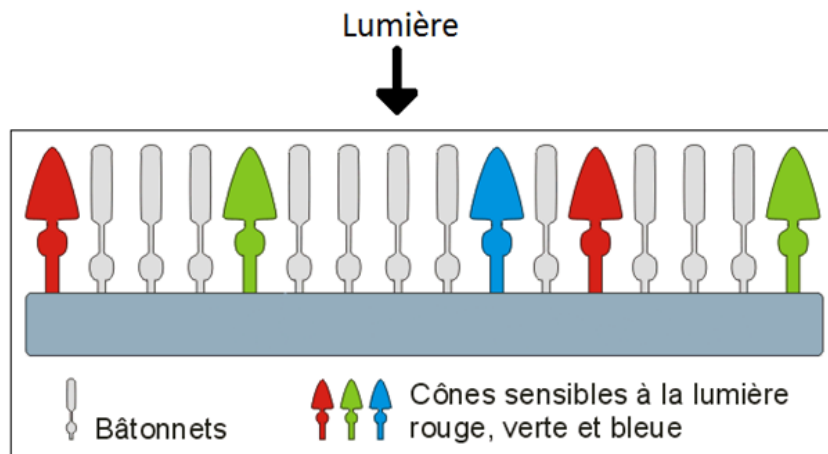
Colorimétrie – Physiologie de l'oeil

- La rétine est composée de deux types de photorécepteurs les bâtonnets (très sensibles à l'intensité mais pas à la couleur) et les cônes sensibles à la couleur
- Trois types de cônes avec des pigments photosensibles différents: erythropsine (rouge), cyanopsine (bleu) et chloropsine (vert)



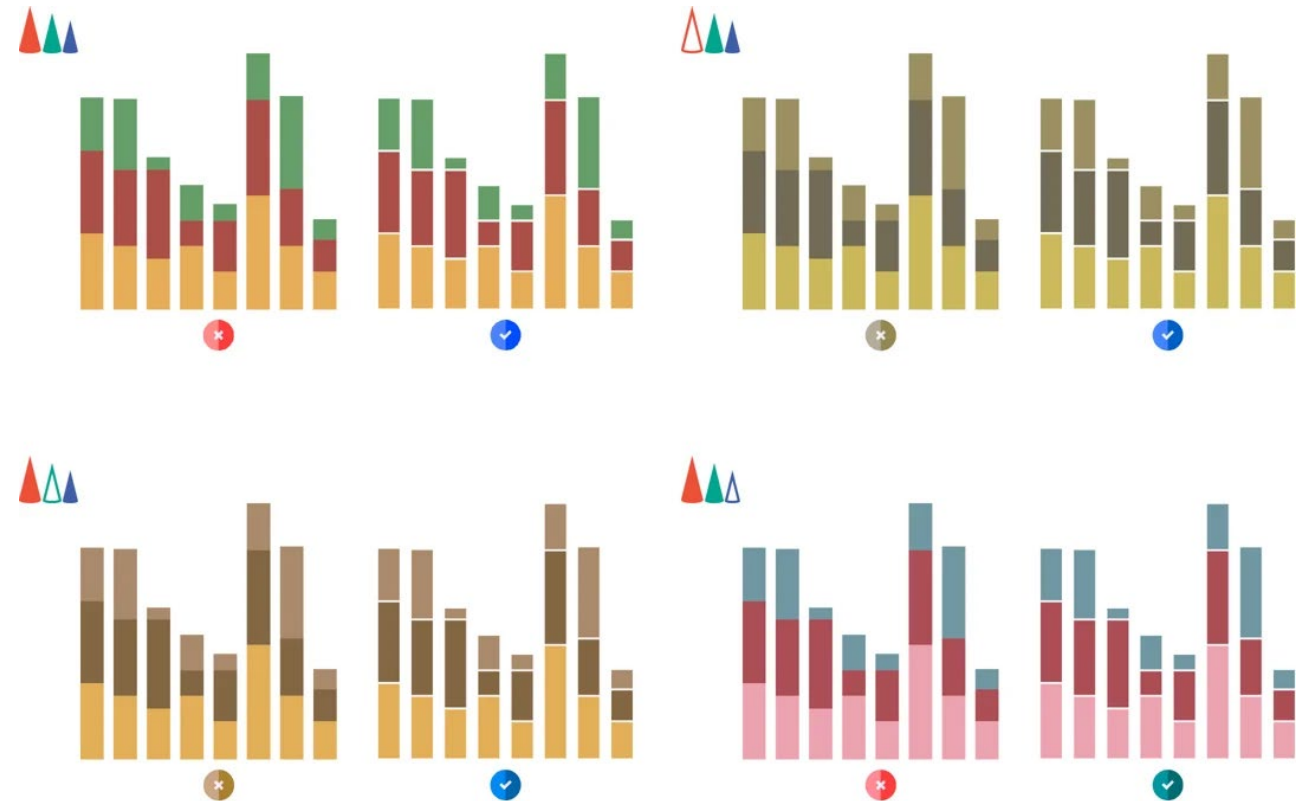
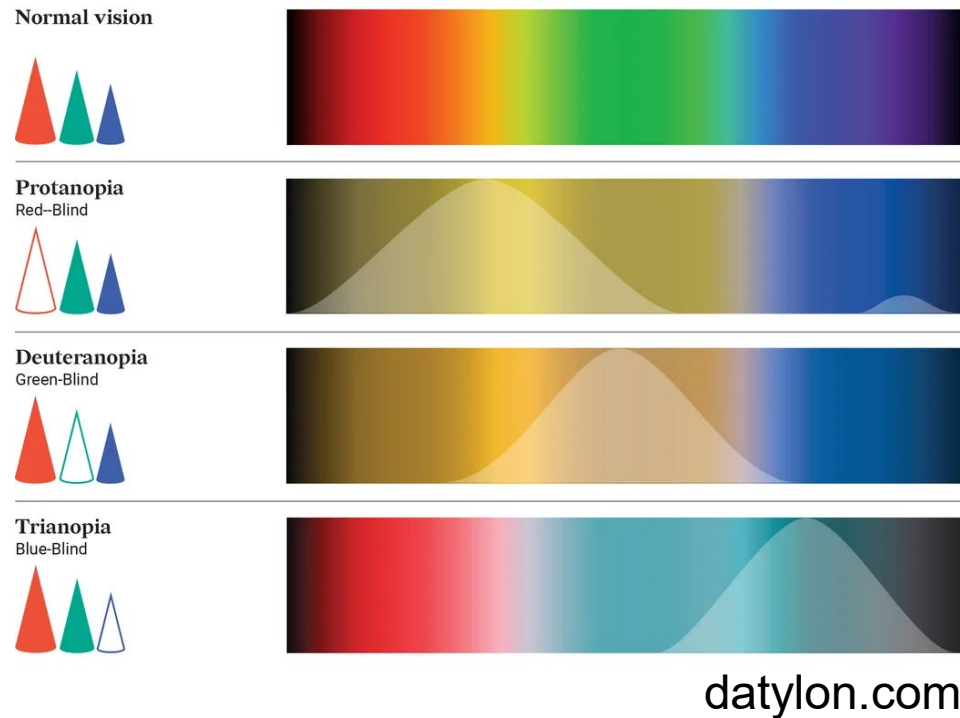
Colorimétrie – Physiologie de l'oeil

- Daltonisme: déficience d'un ou de plusieurs cônes:
 - protanopie (pas de rouge, chromosome X)
 - deutéranopie (pas de vert, chromosome X)
 - tritanopie (pas de bleu)



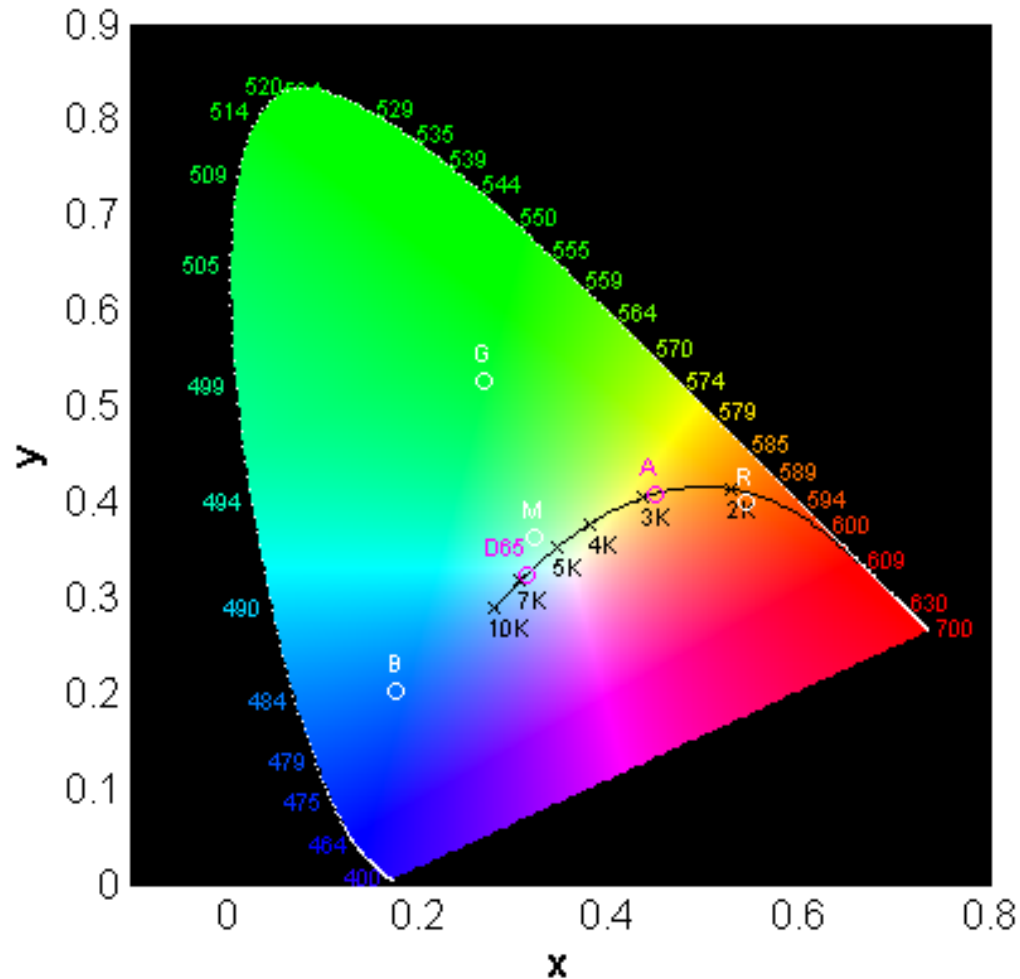
Colorimétrie – Physiologie de l'oeil

- Les daltoniens ont de la difficulté à visualiser certains graphes, pensez-y lorsque vous présentez graphiquement des résultats!



Colorimétrie

- On peut encore réduire le triplet $X Y Z$ à deux nombres x et y dont la valeur est entre 0 et 1 (normalisation $x + y + z = 1$):

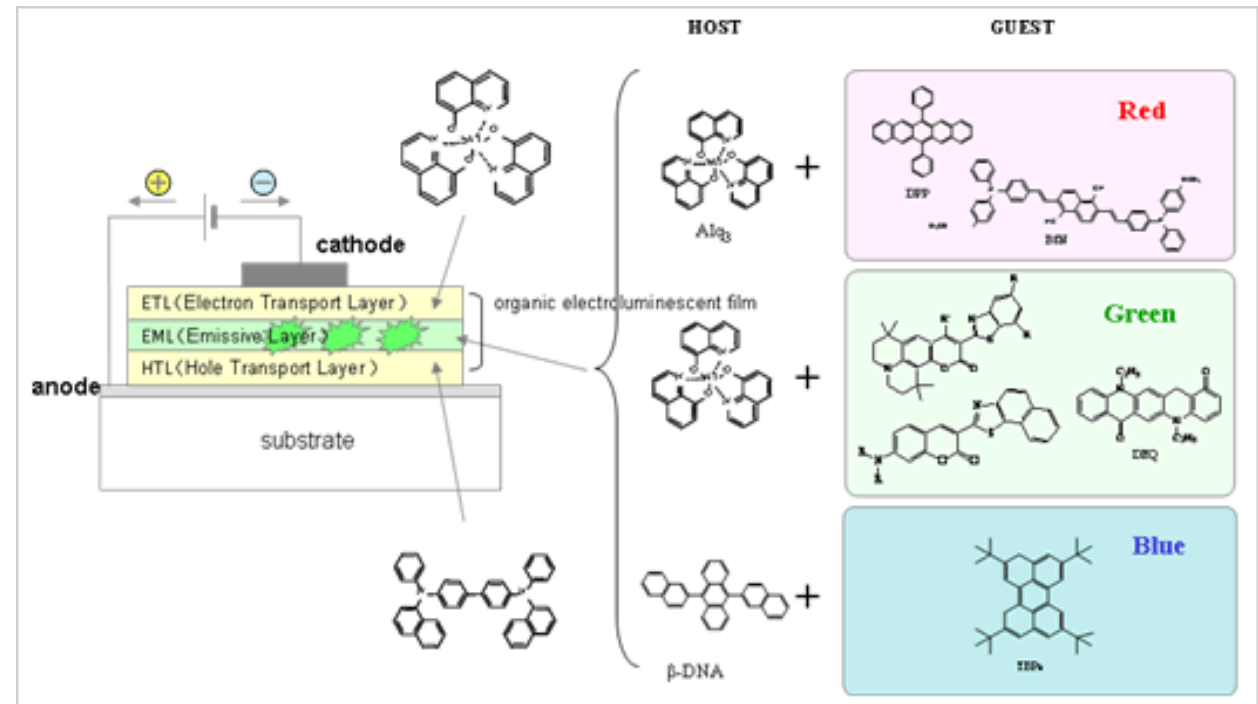
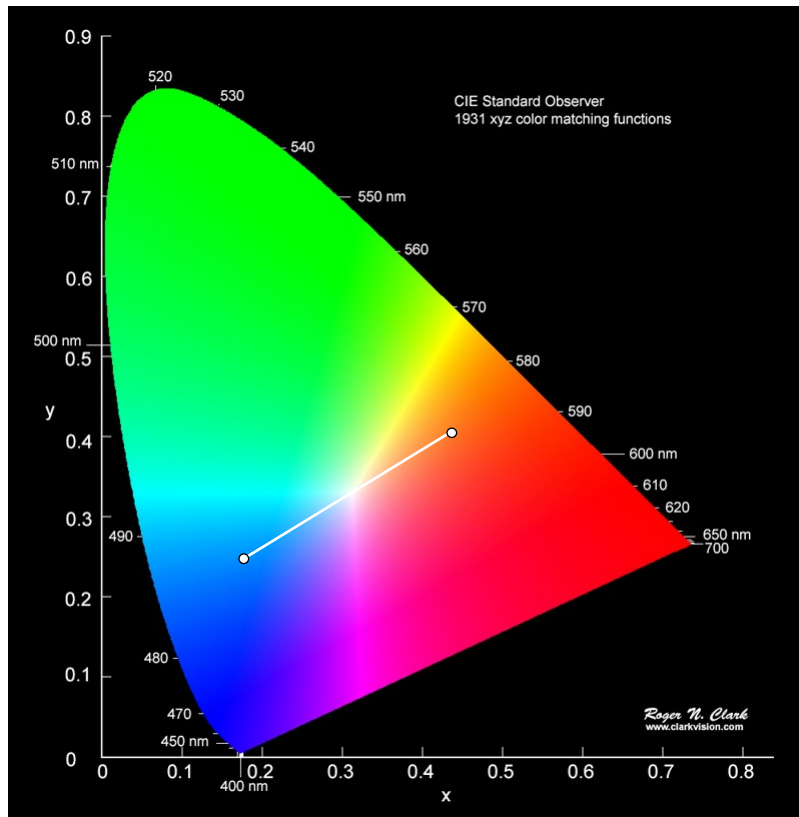


$$x = \frac{X}{X + Y + Z},$$
$$y = \frac{Y}{X + Y + Z},$$
$$z = \frac{Z}{X + Y + Z} = 1 - x - y.$$

- Diagramme de chromaticité
- Gamut de couleur
- Couleurs monochromatiques sur le bord indiquées par leur longueur d'onde
- Mélange entre deux (ou plus) points (non-proportionnel à la distance)
- Sources thermiques idéales indiquées avec leur température

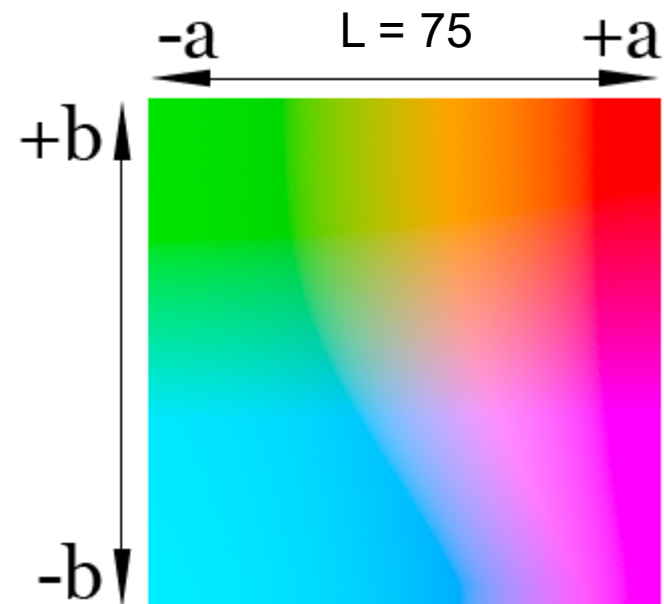
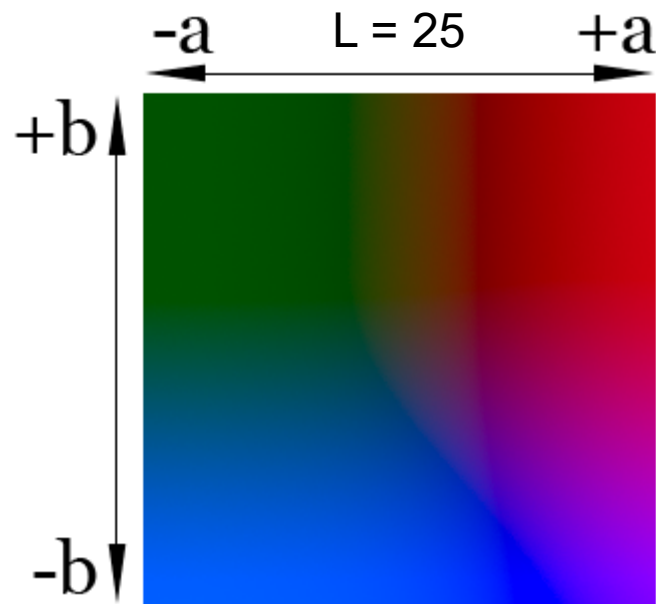
Colorimétrie - OLED

- Une émission blanche nécessite 3 émetteurs RGB avec chacun la même luminosité, ce qui est difficile à réaliser
- Il est plus aisé de n'utiliser que deux émetteurs, par exemple orange et bleu



Colorimétrie – Autres systèmes

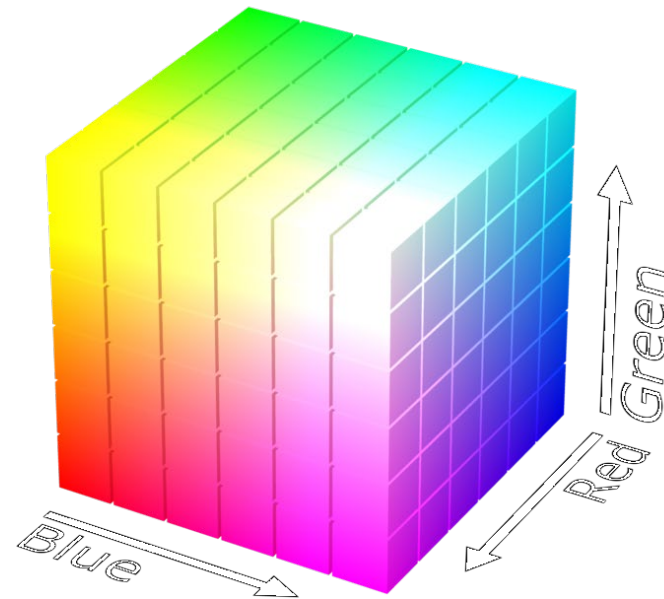
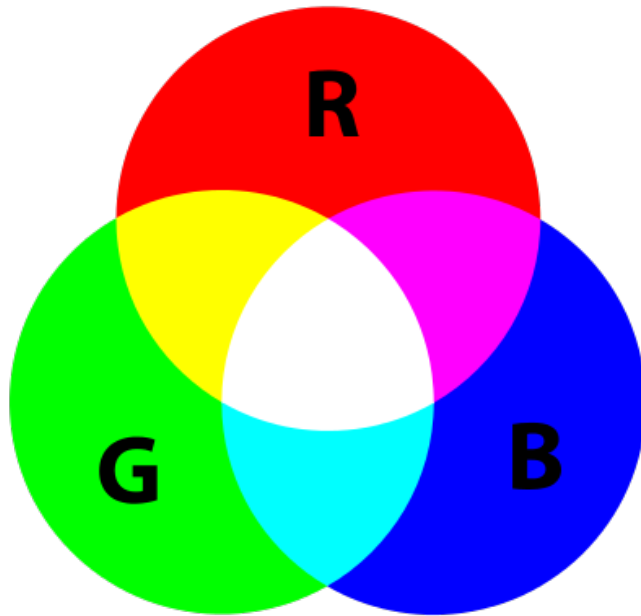
- La CIE a aussi défini d'autres systèmes de couleur, parmi ceux-ci le système Lab:
 - L^* = clarté (0=noir – 100=blanc)
 - a^* = 600 niveaux sur un axe du rouge au vert
 - b^* = 600 niveaux sur un axe du jaune au bleu
- Equivalent au système XYZ, mais meilleure linéarité entre les couleurs



wikimedia.org

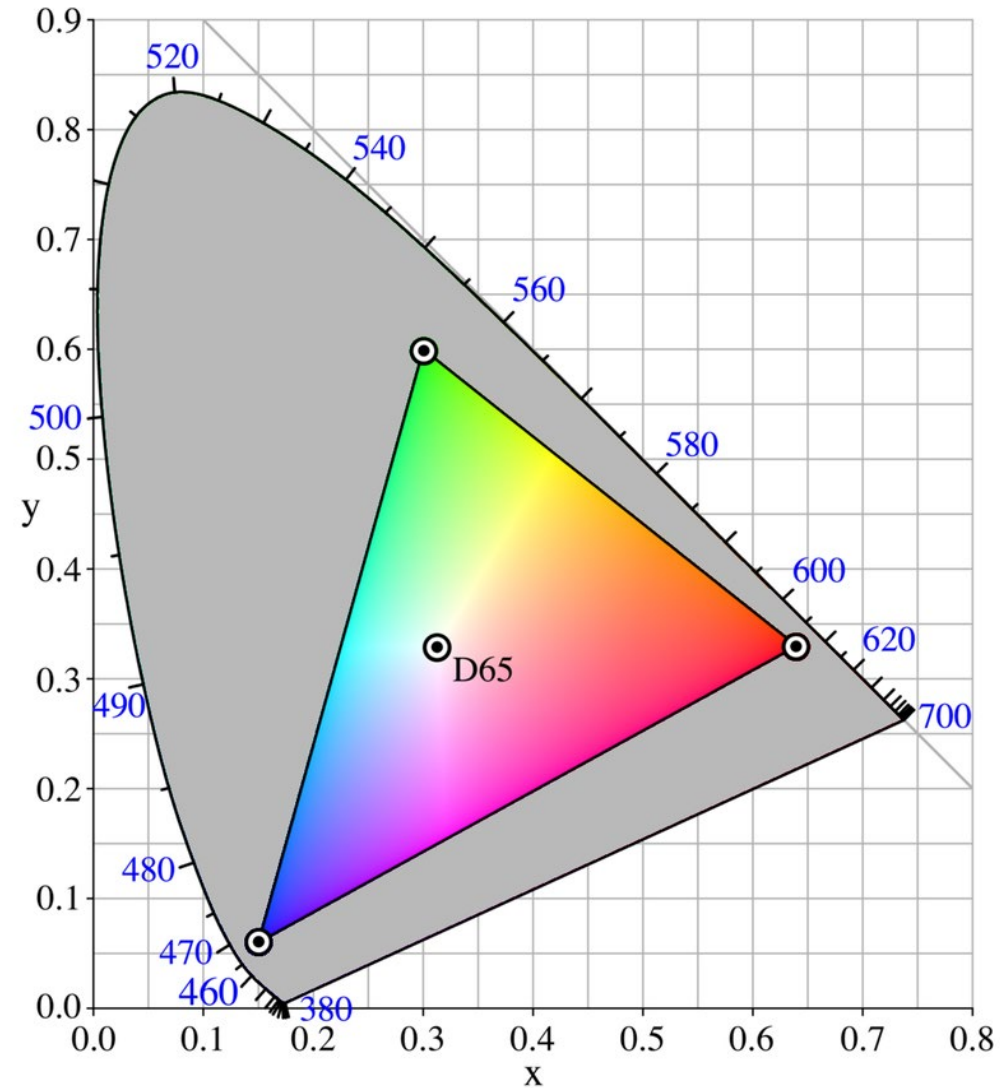
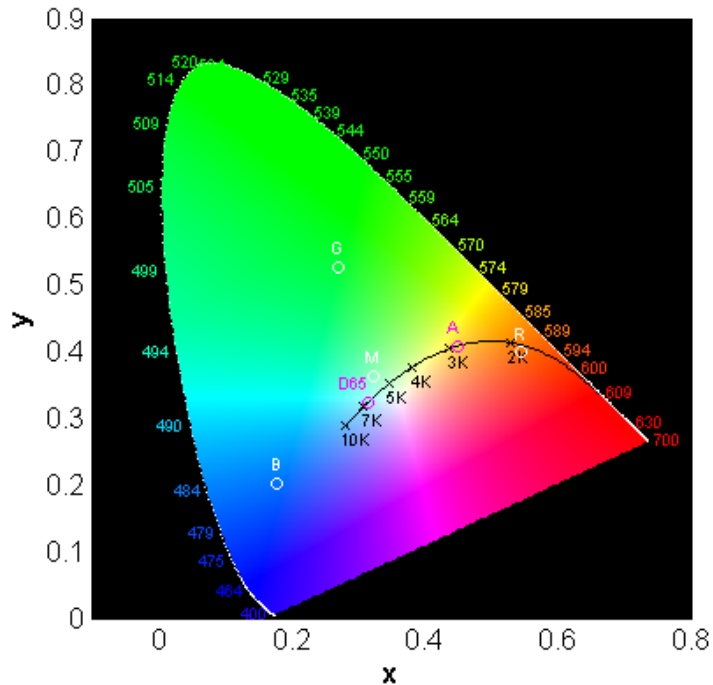
Colorimétrie – Autres systèmes de couleurs

- Le système RGB est un système additif des trois couleurs primaires (inspirées par la physiologie de l'œil)
- Additionnées par paire, les couleurs primaires donnent les couleurs secondaires: cyan (C), magenta (M) et jaune (Y)



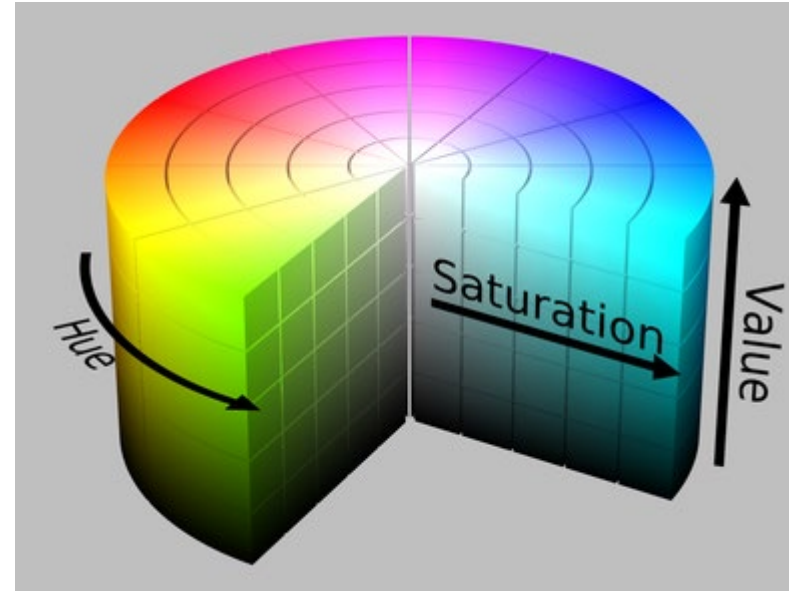
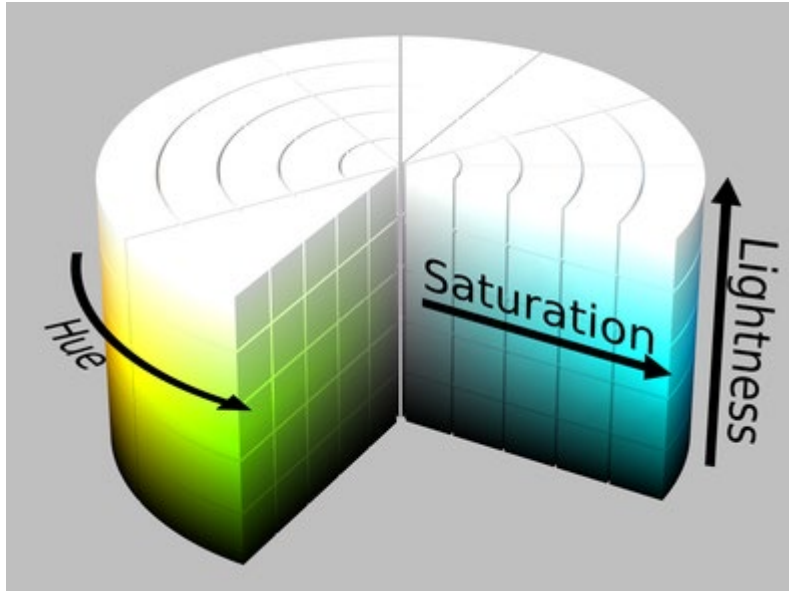
Colorimétrie – Autres systèmes de couleurs

- Le système RGB ne permet de reproduire qu'une partie du Gamut de couleurs

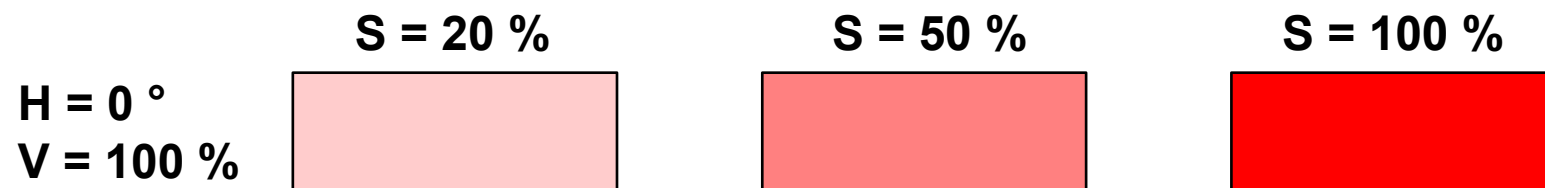


Colorimétrie – Autres systèmes de couleurs

- Les systèmes HSL (hue, saturation, lightness) et HSV (hue, saturation, value) sont dérivés du système RGB

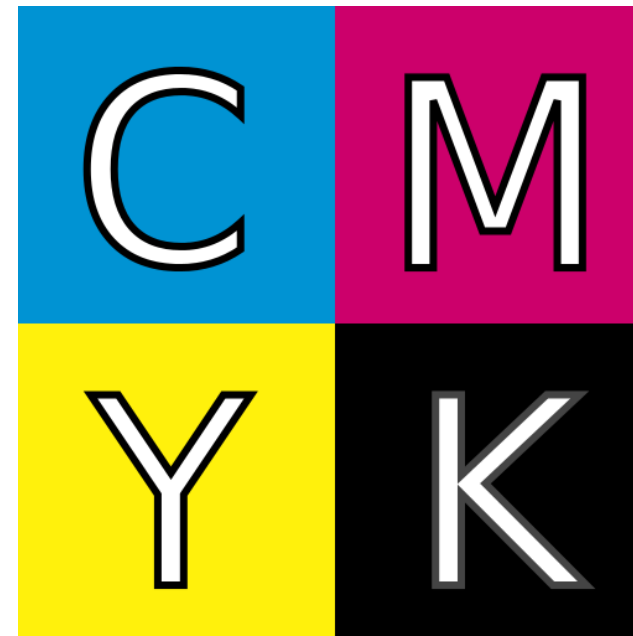
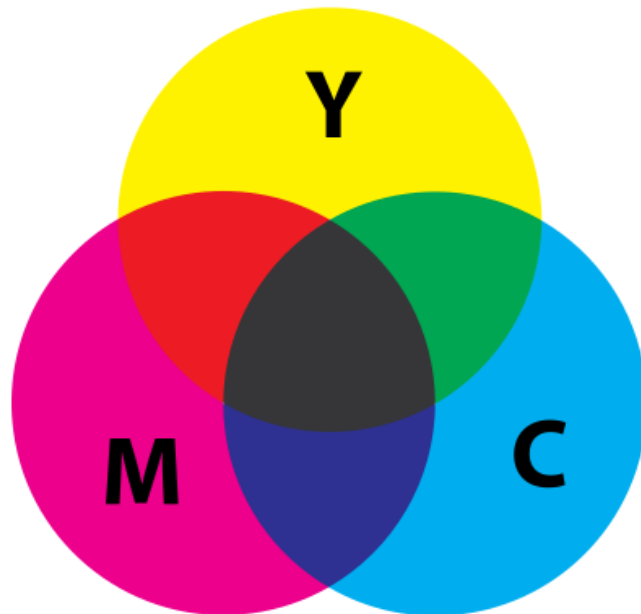


- La saturation est particulièrement importante pour obtenir des couleurs vibrantes:



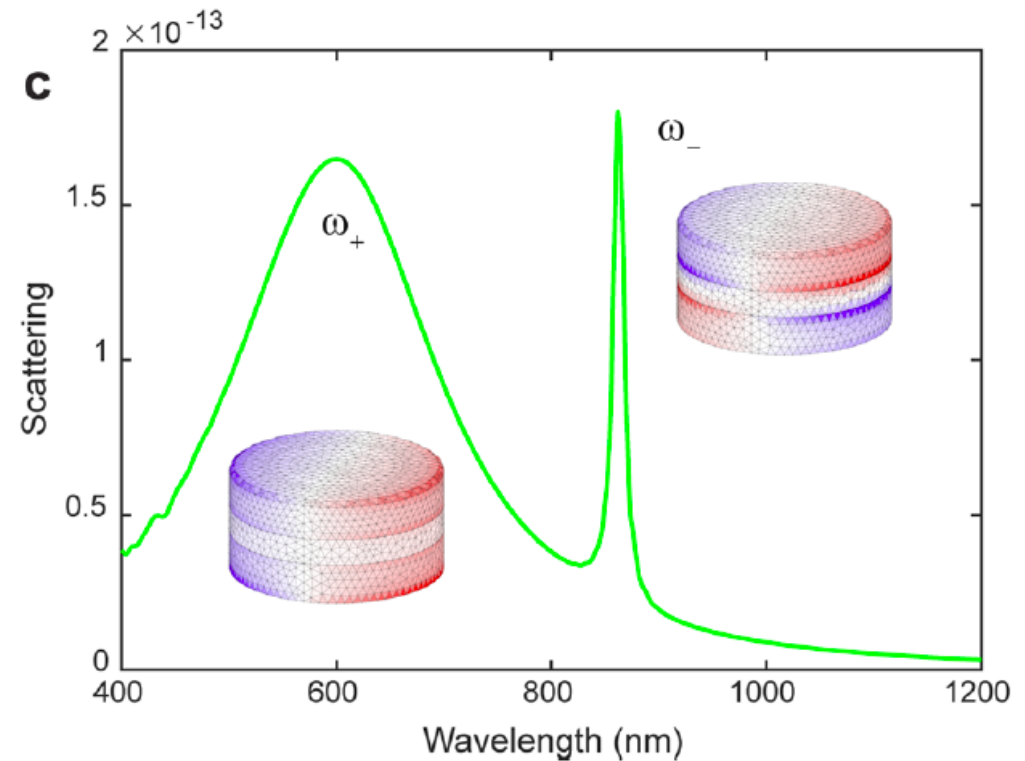
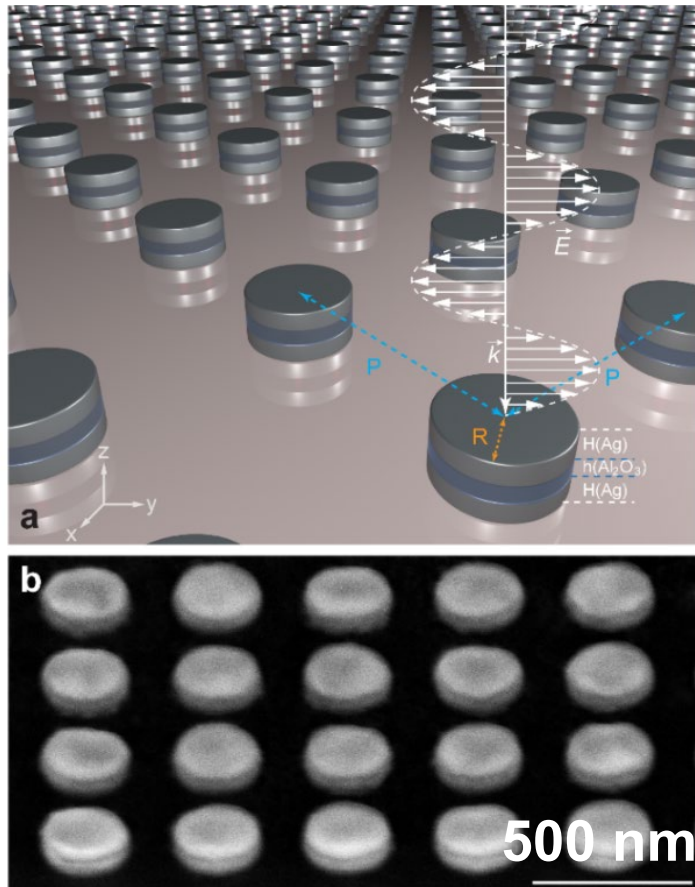
Colorimétrie – Autres systèmes de couleurs

- Le système CMYK est un système soustractif des trois couleurs: cyan (C), magenta (M) et jaune (Y) (correspondant aux couleurs complémentaires de RGB) ainsi que le noir (K)
- Utilisé essentiellement en imprimerie
- Alors que dans le système RGB le blanc est obtenu en ajoutant de la lumière rouge (R), verte (G) et bleue (B), dans le système CMYK le noir peut être obtenu en soustrayant CMY d'un fond de papier blanc, cependant, pour avoir un meilleur contraste, en imprimerie on ajoute du noir (K)



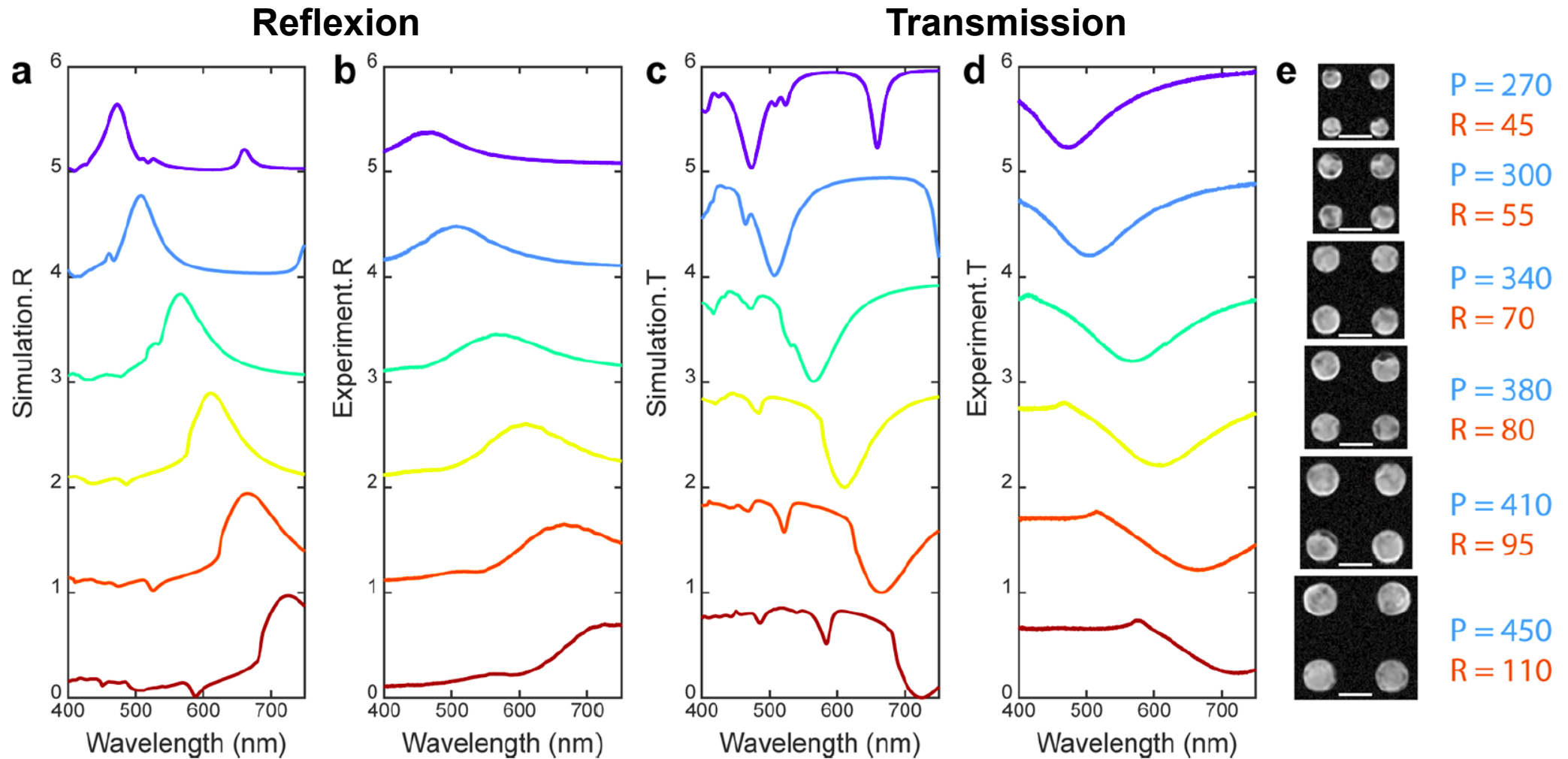
Couleurs produites par des nanostructures

- Certains métaux ont une interaction très forte avec la lumière: Au, Ag, Al, Cu
- On parle de métaux plasmoniques
- Deux disques d'argent avec un espace diélectrique d' Al_2O_3 produisent des couleurs fortes



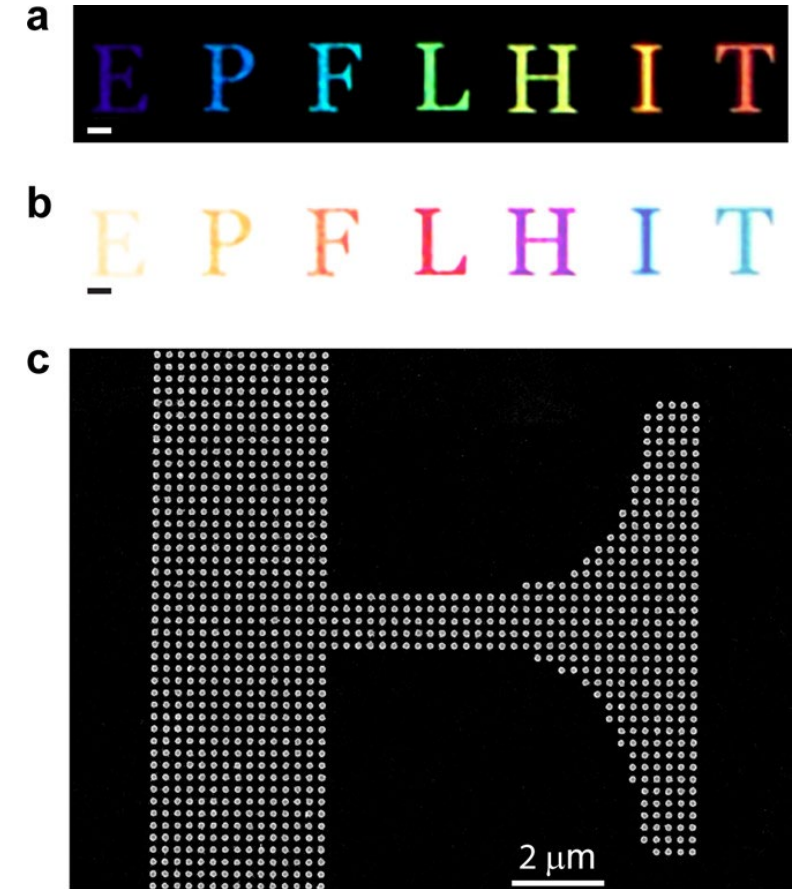
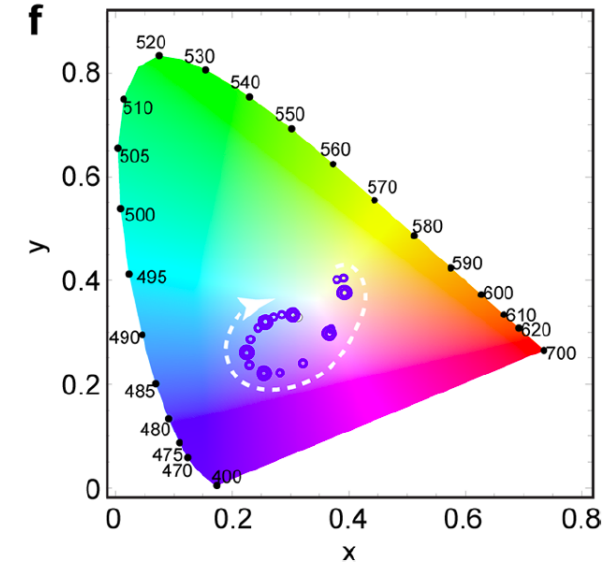
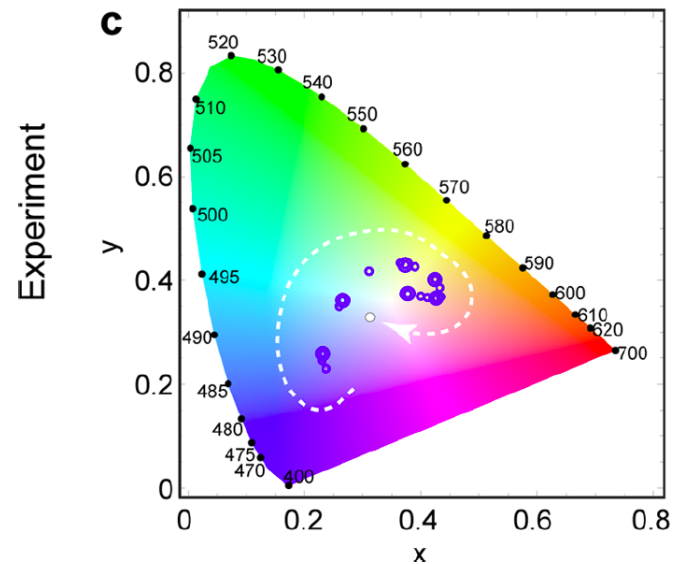
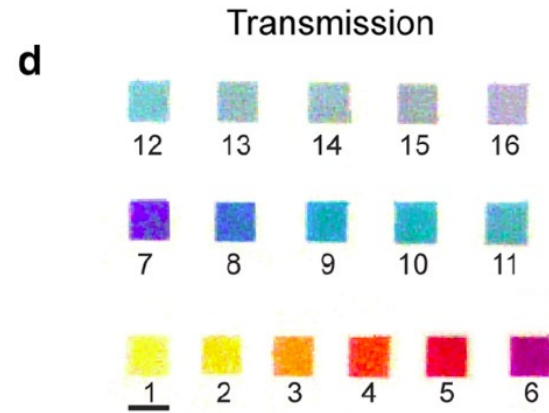
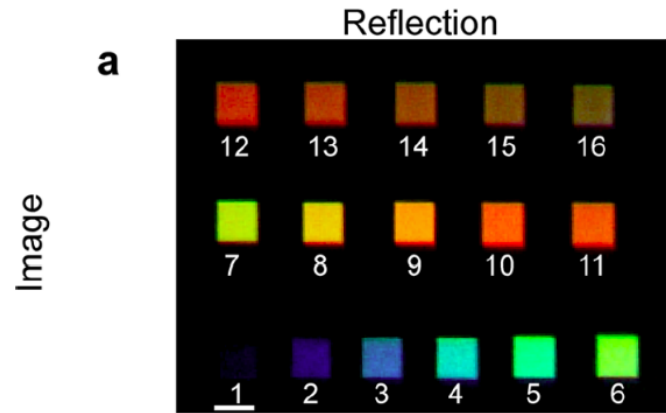
Couleurs produites par des nanostructures

- En variant la période P et le rayon R de ces structures, on peut ajuster la couleur
- On observe des couleurs complémentaires en réflexion (RGB) et en transmission (CMY)



Couleurs produites par des nanostructures

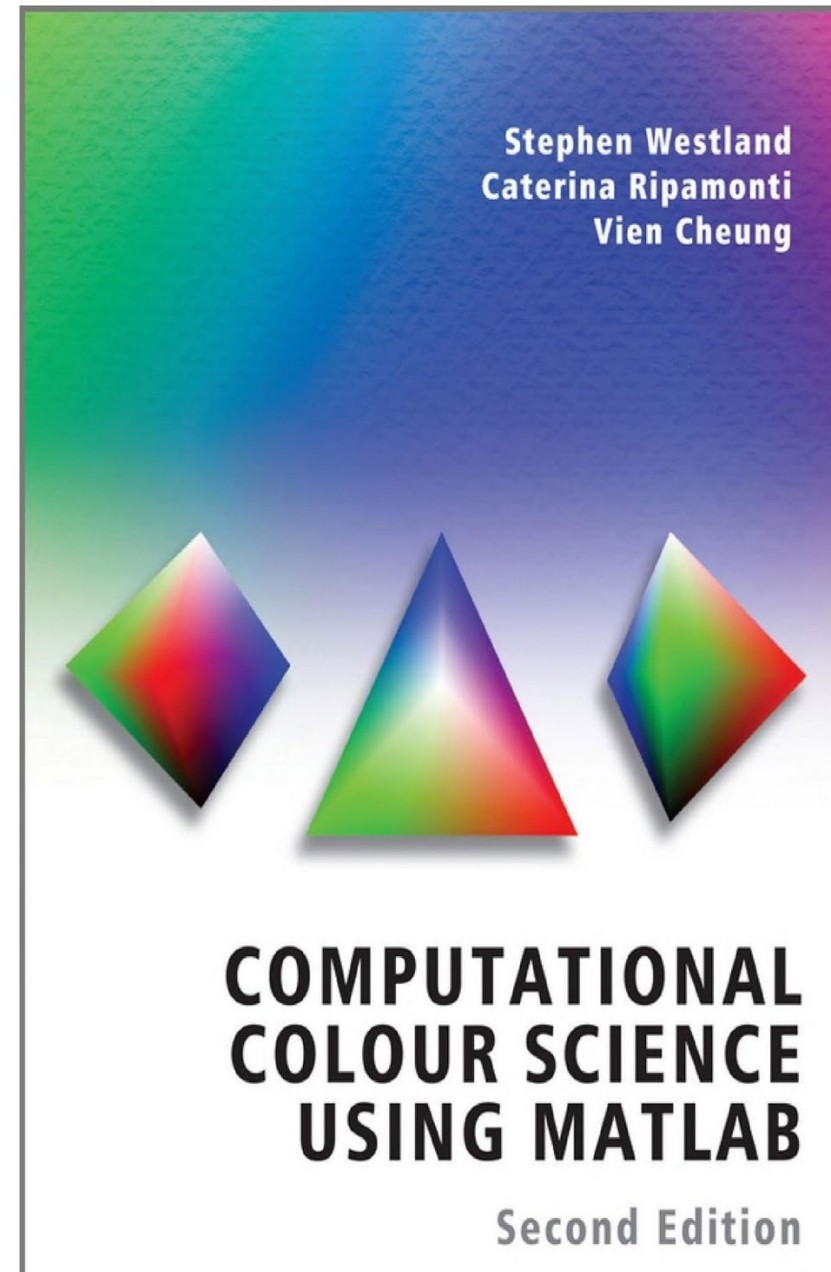
- Ces couleurs couvrent une grande partie du gamut de couleurs



augmenter
le rayon et
la période

Lien entre spectre et couleur

- Une bonne référence qui contient aussi des routines Matlab pour traduire un spectre en ses couleurs correspondantes



Ingénierie optique

Semaine 12 – partie 2

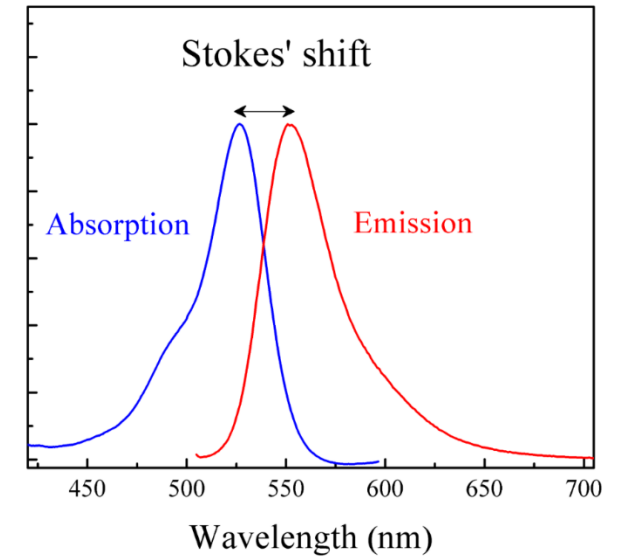
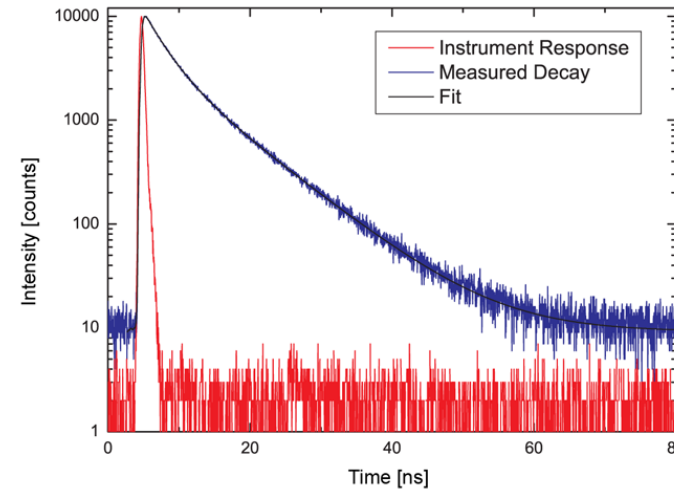
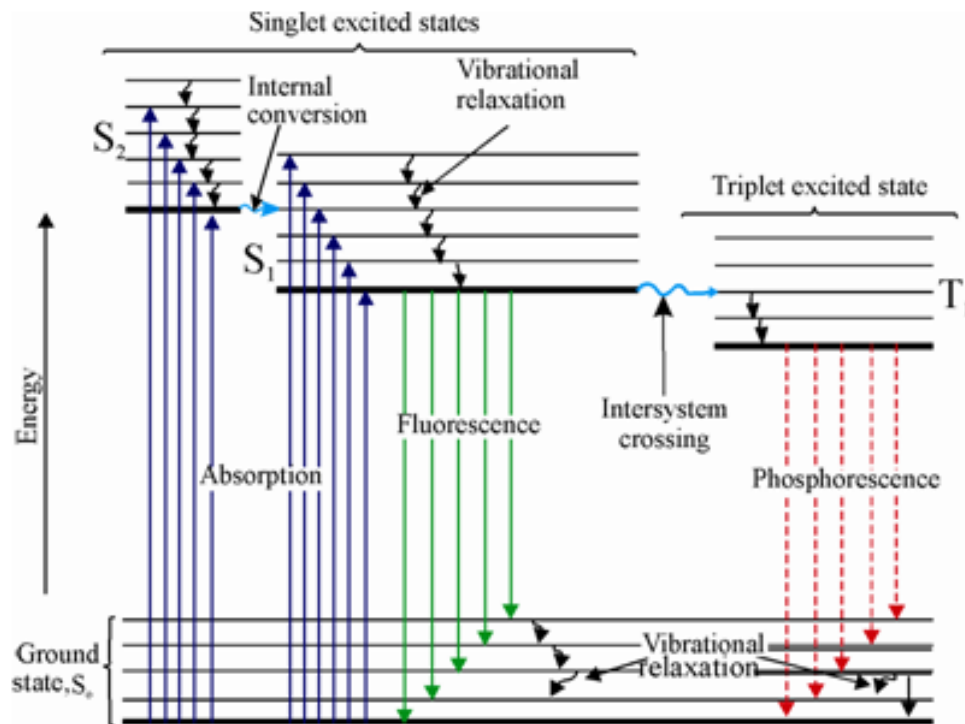
Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie



Trois rappels importants pour le cours d'aujourd'hui

- Taux de transition p [s^{-1}] (=probabilité), durée de vie τ [s] (=temps, noté aussi t); caractérisent l'évolution du nombre de photons produits par une transition optique:

$$p = \frac{1}{\tau}$$



Pour une molécule:

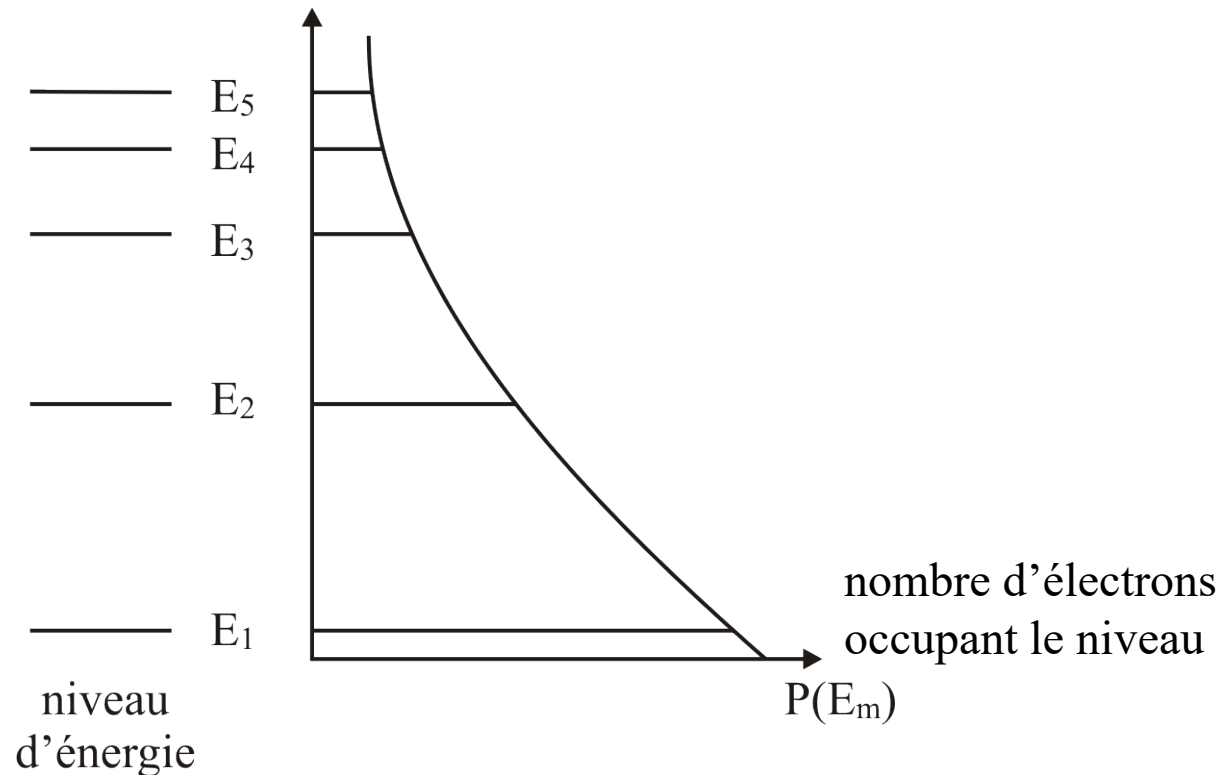
Fluorescence: $\tau \approx 10$ ns

Phosphorescence: $\tau \approx 1$ ms

Occupation des niveaux d'énergie en fonction de la température

- Les niveaux sont donnés par la structure des atomes/molécules/solides (diagramme de Jablonski)
- Leur occupation (sans excitation, à l'équilibre thermique) dépend de la température et suit la loi de Boltzmann:

$$P(E_m) \propto \exp(-E_m/KT), \quad m = 1, 2, 3, \dots$$



Occupation des niveaux d'énergie en fonction de la température

- La distribution de Boltzmann correspond à une distribution par équipartitions
- Si on a N atomes, le rapport des populations dans les niveaux 1 et 2 est

$$\frac{N_2}{N_1} = \exp\left(-\frac{E_2 - E_1}{KT}\right)$$

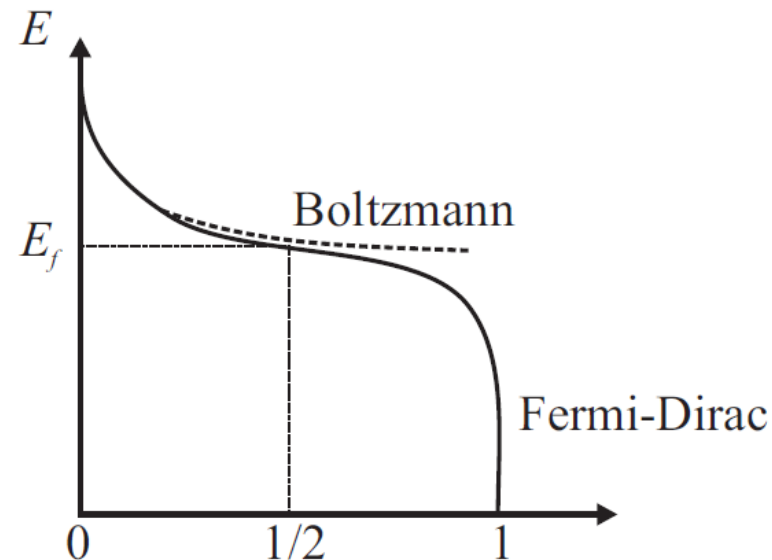
- Ce rapport dépend de la température; à $T = 0^\circ \text{K}$ tous les atomes sont dans le niveau fondamental
- En augmentant la température, la population des niveaux d'énergies supérieures augmente
- A l'équilibre, la population d'un niveau d'énergie donné est toujours plus grande que celle des niveaux d'énergies supérieures
- Ce n'est pas nécessairement le cas hors équilibre: il peut alors y avoir une inversion de population \rightarrow lasage

Dépendance en température

- Dans un système quantique, on doit aussi tenir compte du principe d'exclusion de Pauli qui empêche qu'un état d'énergie/spin soit occupé par plus d'un électron
- La probabilité qu'un niveau d'énergie E soit occupé suit alors la distribution de Fermi-Dirac:

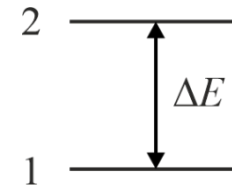
$$f(E) = \frac{1}{\exp((E - E_f)/KT) + 1}$$

- Au dessus de l'énergie de Fermi E_f , cette distribution s'approche de la distribution de Boltzmann
- Les transitions qui jouent un rôle en optique ont une énergie plus grande que l'énergie de Fermi

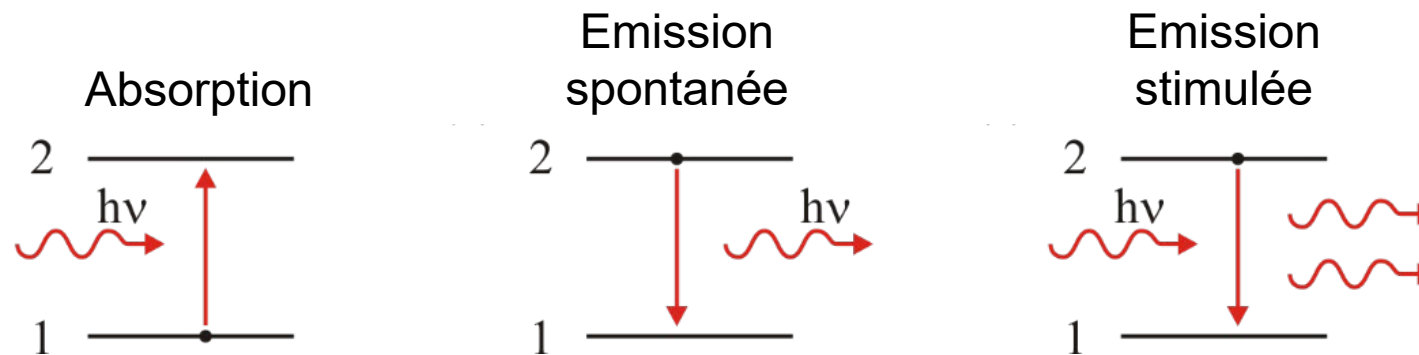


Transitions optiques et coefficients d'Einstein

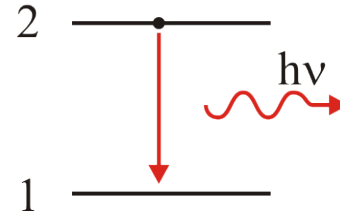
- Les transitions sont déterminées par la différence d'énergie entre les niveaux concernés (par exemple d'un atome), cette différence détermine la fréquence de la radiation:

$$\Delta E = E_2 - E_1 = h\nu_0$$


- On considère un volume V avec une certaine quantité de photons
- Dans un premier temps on considère des photons monochromatiques à la fréquence ν (qui peut être ν_0 mais pas nécessairement)
- Il existe trois types de transitions qui dépendent de l'état quantique de l'atome:



Transitions optiques

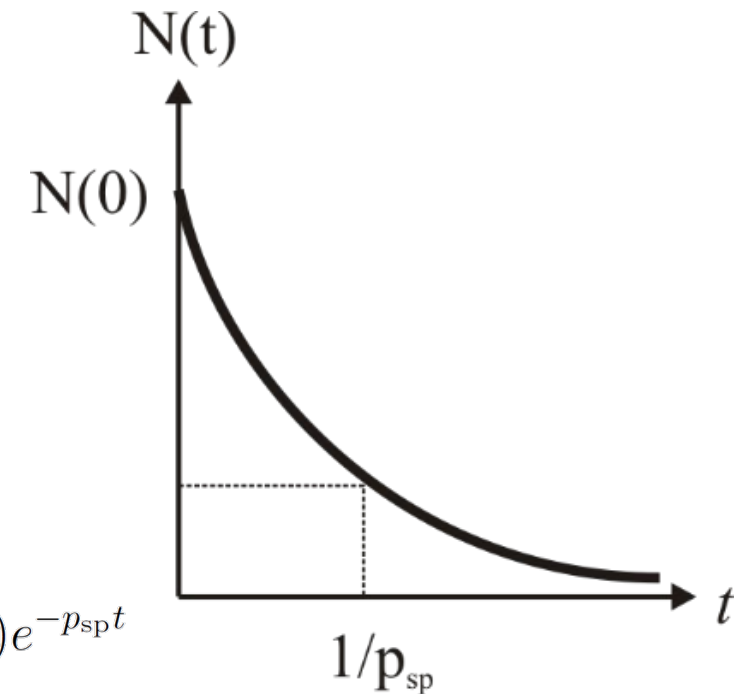


- Emission spontanée:

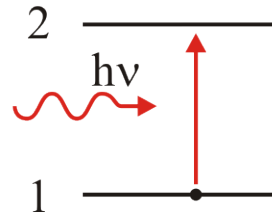
- probabilité de transition $2 \rightarrow 1$ par unité de temps pour un volume V :

$$p_{\text{sp}} = \frac{c}{V} \sigma(\nu)$$

- $\sigma(\nu)$ section efficace de transition [cm^2], centrée autour de ν_0
- probabilité d'émettre un photon de façon spontanée dans l'intervalle Δt : $p_{\text{sp}} \Delta t$.
- pour N atomes, $\Delta N = N p_{\text{sp}} \Delta t$ feront une transition pendant l'intervalle Δt ; $dN / dt = -p_{\text{sp}} N$
- évolution de la population d'atomes excités: $N(t) = N(0) e^{-p_{\text{sp}} t}$



Transitions optiques



- Absorption:

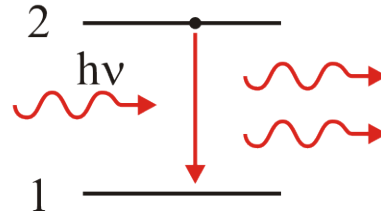
- probabilité de transition $1 \rightarrow 2$ par unité de temps pour un volume V :

$$p_{\text{ab}} = \frac{c}{V} \sigma(\nu)$$

- c'est la même loi que pour l'émission spontanée
- si on a n photons dans le volume V (on utilise P_{ab}):

$$P_{\text{ab}} = n \frac{c}{V} \sigma(\nu)$$

Transitions optiques



- Emission stimulée:

- probabilité de transition $2 \rightarrow 1$ par unité de temps pour un volume V :

$$p_{\text{st}} = \frac{c}{V} \sigma(\nu)$$

- c'est la même loi que pour l'émission spontanée et l'absorption

- pour n photons dans le volume V : $P_{\text{st}} = n \frac{c}{V} \sigma(\nu)$

- **le photon émis est cohérent, il a la même phase que le photon incident !**

- comme $P_{\text{st}} = P_{\text{ab}}$ on introduit un symbole unique pour la densité de probabilité d'émission stimulée ou d'absorption: $W_i = P_{\text{st}} = P_{\text{ab}}$ (les deux phénomènes qui nécessitent la présence d'un photon)

Section efficace, ligne spectrale, force d'oscillateur

- Probabilité totale d'émettre un photon: $p_{\text{sp}} + P_{\text{st}} = (n + 1) \frac{c}{V} \sigma(\nu)$
- La section efficace $\sigma(\nu)$ peut prendre différentes formes:

- Lorentz:

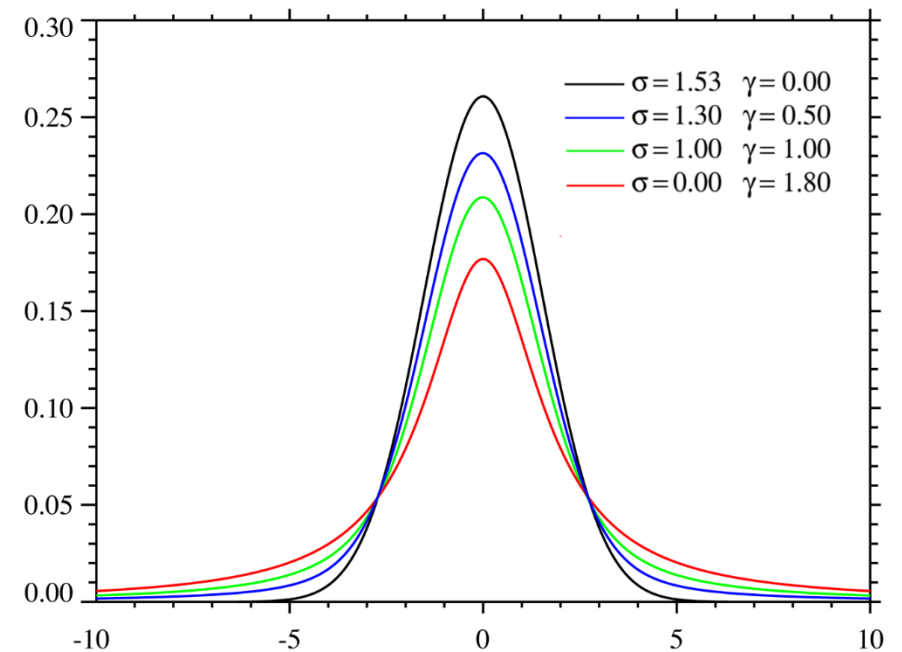
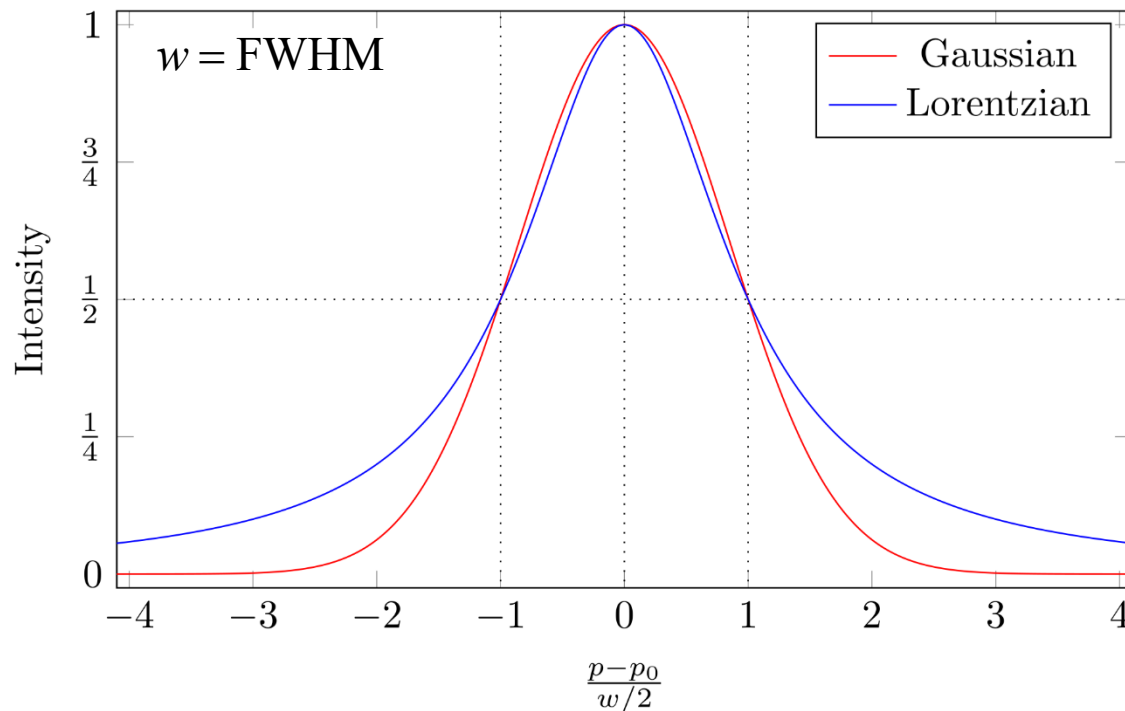
$$L(x) = \frac{1}{1+x^2} \quad x = \frac{p-p_0}{w/2}$$

- Gauss:

$$G(x) = e^{-(\ln 2)x^2}$$

- Voigt:

$$V(x; \sigma, \gamma) = \int_{-\infty}^{\infty} G(x'; \sigma) L(x - x'; \gamma) dx'$$

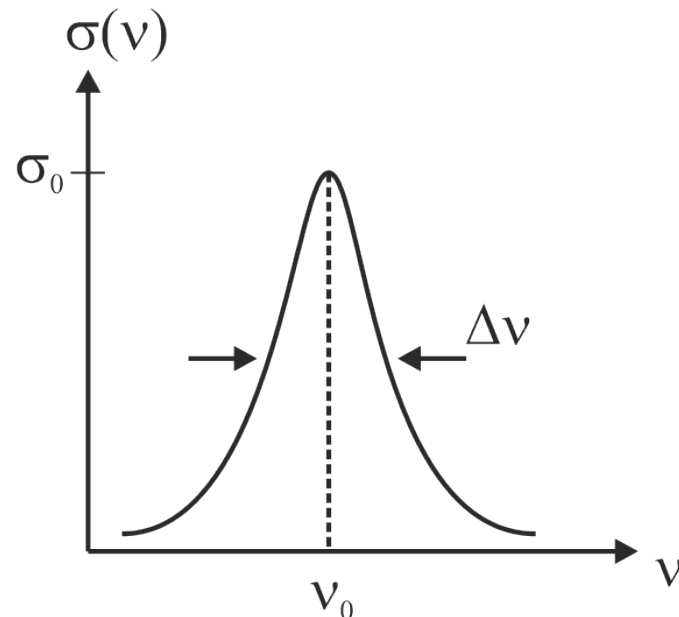


- FWHM: full width at half maximum

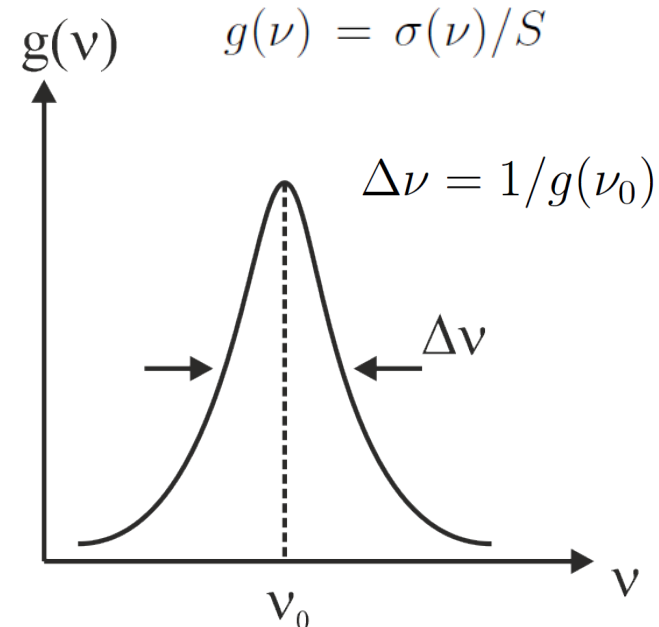
Section efficace, ligne spectrale, force d'oscillateur

- Section efficace centrée autour de ν_0 , où les transitions sont les plus probables
- La force d'oscillateur $S = \int_0^\infty d\nu \sigma(\nu)$ caractérise la probabilité d'absorption ou d'émission de radiation sur l'entier du spectre, elle indique la propension qu'a un système d'interagir avec la lumière
- Pour comparer différents systèmes, on définit une ligne spectrale dont la surface vaut 1:

Force d'oscillateur (surface= S)



Ligne spectrale (surface=1)

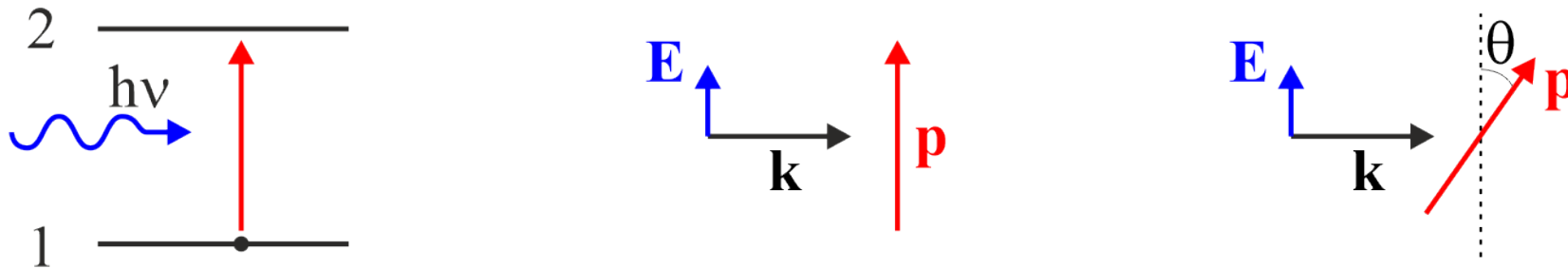


Coefficients d'Einstein

- Jusqu'à présent, nous avons implicitement calculé ce qui se passe dans un volume V ; il est possible de considérer des grandeurs qui ne dépendent pas du volume
- On introduit une nouvelle force d'oscillateur \bar{S} et la ligne spectrale $\bar{\sigma}(\nu) = \bar{S} g(\nu)$
- Des calculs basés sur la distribution de photons et moyennés sur toutes les orientations possibles du moment dipolaire de l'atome et la polarisation du photon permettent d'obtenir:

$$\bar{\sigma}(\nu) = \frac{\lambda^2}{8\pi t_{\text{sp}}} g(\nu)$$

- En effet, on peut considérer une transition atomique comme un dipôle...



- ... et comprendre que l'orientation entre le champ et le dipôle va jouer un rôle

Coefficients d'Einstein

$$\bar{\sigma}(\nu) = \frac{\lambda^2}{8\pi t_{\text{sp}}} g(\nu)$$

- Le coefficient t_{sp} est un temps qui correspond à la durée de vie de la transition $2 \rightarrow 1$
- On le relie à la probabilité d'émission spontanée:

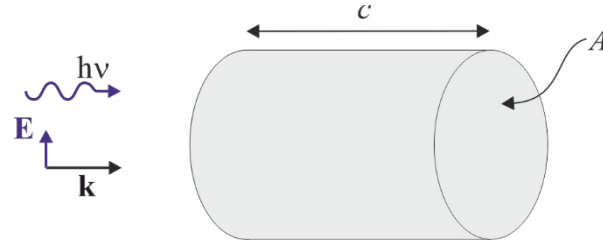
$$P_{\text{sp}} = \frac{1}{t_{\text{sp}}}$$

- Dans un laser, on aura une compétition entre l'émission stimulée (qui fait gagner des photons) et l'absorption (qui fait perdre des photons)
- Considérons tout d'abord un flux de photons monochromatiques ϕ , d'intensité I et de fréquence ν :

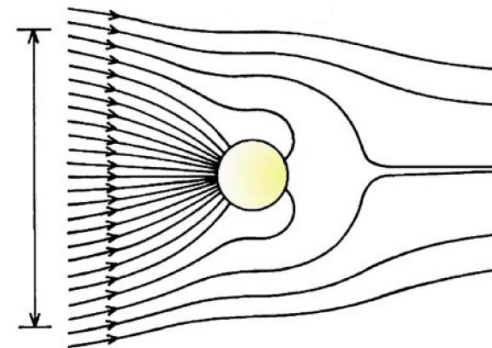
$$\phi = \frac{I}{h\nu} \left[\text{photons/cm}^2 \text{ s} \right]$$

- Ce flux de photons interagît avec un atome de fréquence de résonance ν_0
- On souhaite calculer la probabilité d'interaction $W_i \equiv P_{\text{ab}} = P_{\text{st}}$

Coefficients d'Einstein



- On peut considérer que le flux de photons ϕ occupe un volume V dans l'espace et le temps, construit sur un cylindre de base A , longueur c et volume $V=cA$ [cm^3/s]
- Le flux de photons (photons/s) qui traverse la base du cylindre est ϕA
- Comme les photons vont à la vitesse c , on a à chaque instant $n = \phi A = \phi V / c$ photons dans volume; on en déduit: $\phi = nc / V$
- Nous avons vu précédemment que $P_{\text{ab}} = n \frac{c}{V} \sigma(\nu)$ (probabilité d'absorption)
- On en déduit donc $P_{\text{ab}} \equiv P_{\text{st}} \equiv W_i = \phi \sigma(\nu)$



Coefficients d'Einstein

- Dans un laser, on aura différentes longueurs d'onde, on doit donc généraliser ce résultat pour un spectre de photons $\rho(\nu)$ que l'on va supposer large
- On a maintenant deux dépendances en fréquence: la transition optique $g(\nu)$ (centrée autour de ν_0) et la distribution des photons dans la cavité $\rho(\nu)$
- On intègre la relation $W_i = nc\sigma(\nu)/V$ sur l'entier du spectre:

$$W_i = \int_0^\infty \frac{\rho(\nu)V}{h\nu} \frac{c}{V} \sigma(\nu) d\nu \simeq \frac{\rho(\nu_0)c}{h\nu_0} \int_0^\infty \sigma(\nu) d\nu = \frac{\rho(\nu_0)}{h\nu_0} c\bar{S} = \frac{\lambda^3}{8\pi h t_{\text{sp}}} \rho(\nu_0)$$

- on a utilisé le fait que $\sigma(\nu)$ varie rapidement autour de ν_0 , alors que $\rho(\nu)$ est une distribution large en fréquence
- on a introduit la longueur d'onde correspondant à la transition $\lambda = c / \nu_0$
- on s'est souvenu que $\bar{S} = \lambda^2 / 8\pi t_{\text{sp}}$

Coefficients d'Einstein

- On a donc la probabilité d'absorption ou d'émission stimulée: $W_i = \frac{\lambda^3}{8\pi h t_{sp}} \rho(\nu_0)$
- En introduisant le nombre moyen de photons participant à la transition: $\bar{n} = \frac{\lambda^3}{8\pi h} \rho(\nu_0)$
- On récrit la probabilité d'absorption ou d'émission stimulée: $W_i = \frac{\bar{n}}{t_{sp}}$
- En 1916, Einstein a étudié le rapport entre émission spontanée et stimulée pour une distribution de photons $\sigma(\nu)$ et a introduit les coefficients A et B:

$$P_{sp} = A$$

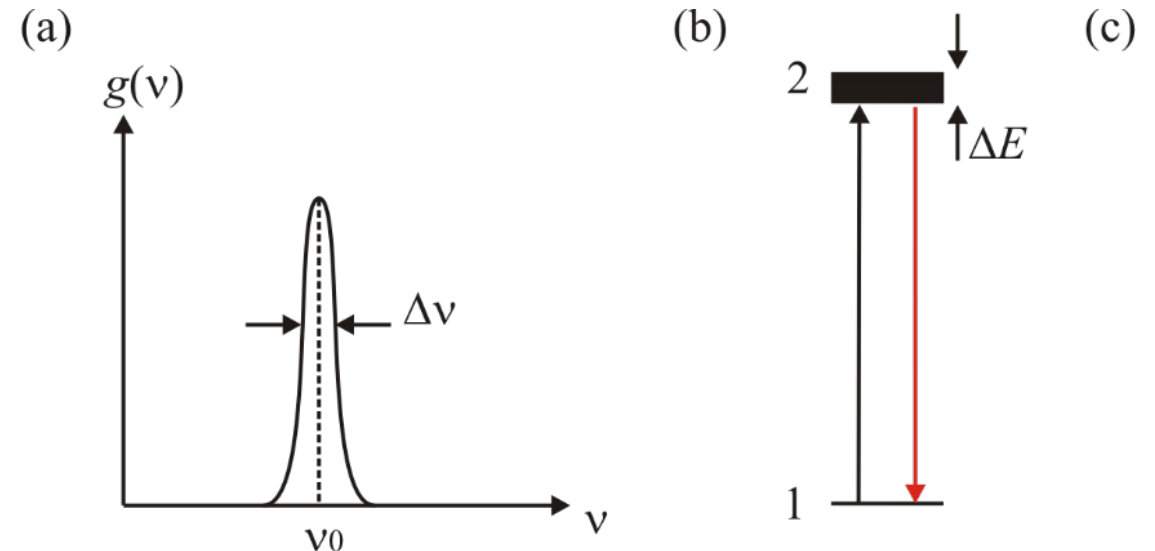
$$W_i = B\rho(\nu_0)$$

$$A = \frac{1}{t_{sp}} \quad \frac{B}{A} = \frac{\lambda^3}{8\pi h}$$
$$B = \frac{\lambda^3}{8\pi h t_{sp}}$$

Rapport entre les émissions stimulée et spontanée

Coefficients d'Einstein

- Le taux d'émission spontanée pour un atome excité dans l'état 2 est constant et vaut $A = 1/t_{sp}$
- Le taux d'émission stimulée occasionné par une source polychromatique est proportionnel à la densité d'énergie lumineuse à la fréquence ν_0 de la transition considérée: $W_i = B\rho(\nu_0)$
- Si l'on observe le spectre de la radiation émise par un ensemble d'atomes tous semblables, on s'attend à n'observer qu'un pic très mince de fréquence correspondant à la transition entre les deux niveaux concernés. Dans la réalité on observe un pic relativement, on parle d'élargissement, « lifetime broadening » en anglais

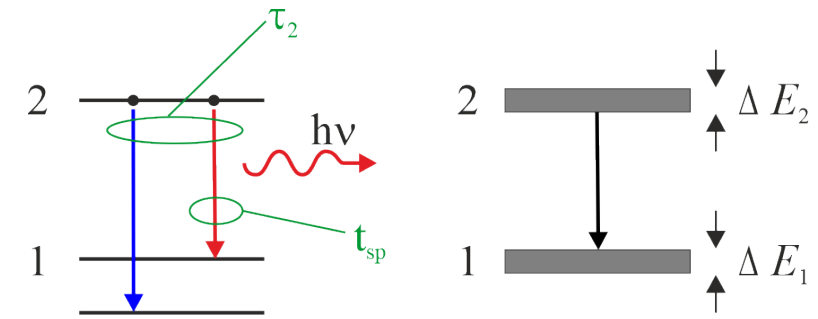


Broadening

- La dé-excitation spontanée radiative du niveau 2 vers le niveau 1, est caractérisée par la durée de vie $t_{sp} = 1/p_{sp}$
- Il existe d'autres canaux de dé-excitation qui ne sont pas radiatifs
- Par définition, τ_2 représente la durée de vie du niveau 2 et inclut tous les canaux possibles de dé-excitation, ainsi on a pour les taux de dé-excitation $1/\tau_2 \geq 1/t_{sp}$
- Comme nous avons un phénomène statistique pour l'occupation dans le temps des niveaux d'énergie, la transformée de Fourier **temps** \leftrightarrow **énergie** (=fréquence) donne une incertitude sur la fréquence de la transition et un élargissement des niveaux d'énergie 1 et 2: $\Delta E_1 = h / 2\pi\tau_1$, $\Delta E_2 = h / 2\pi\tau_2$
- Variation d'énergie (=fréquence) pour la transition $2 \rightarrow 1$:

$$\Delta E = \frac{h}{2\pi} \left(\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} \right) = \frac{h}{2\pi} \frac{1}{\tau}$$

$$\Delta \nu = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} \right)$$

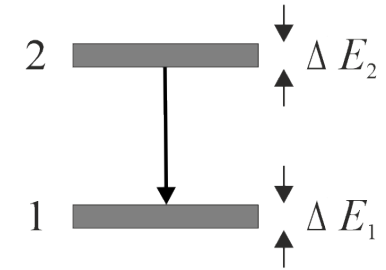
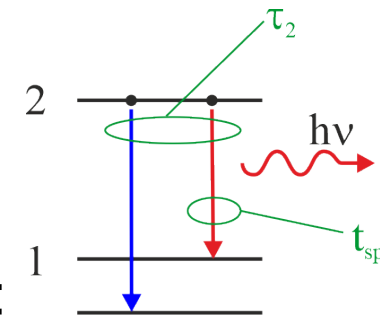


Broadening

- Variation d'énergie (=fréquence) pour la transition 2 → 1:

$$\Delta E = \frac{h}{2\pi} \left(\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} \right) = \frac{h}{2\pi} \frac{1}{\tau}$$

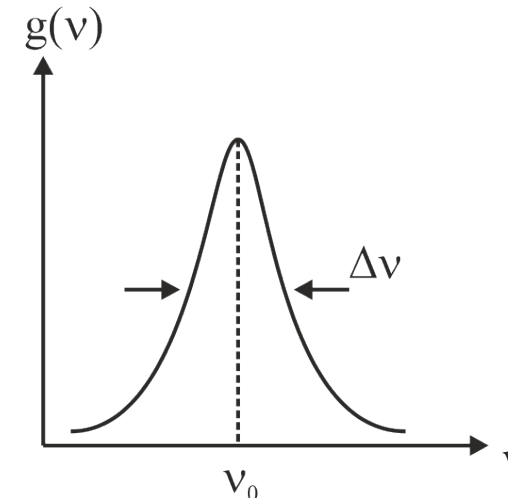
$$\Delta \nu = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} \right)$$



- Cette variation d'énergie donne une ligne spectrale en forme de Lorentzienne:

Ligne spectrale (surface=1)

$$g(\nu) = \frac{\Delta \nu / 2\pi}{(\nu - \nu_0)^2 + (\Delta \nu / 2)^2}$$



- Dans un système gazeux, la collision des atomes (→ dissipation d'énergie) peut donner aussi un élargissement du spectre, «collision broadening» en anglais

Ingénierie optique

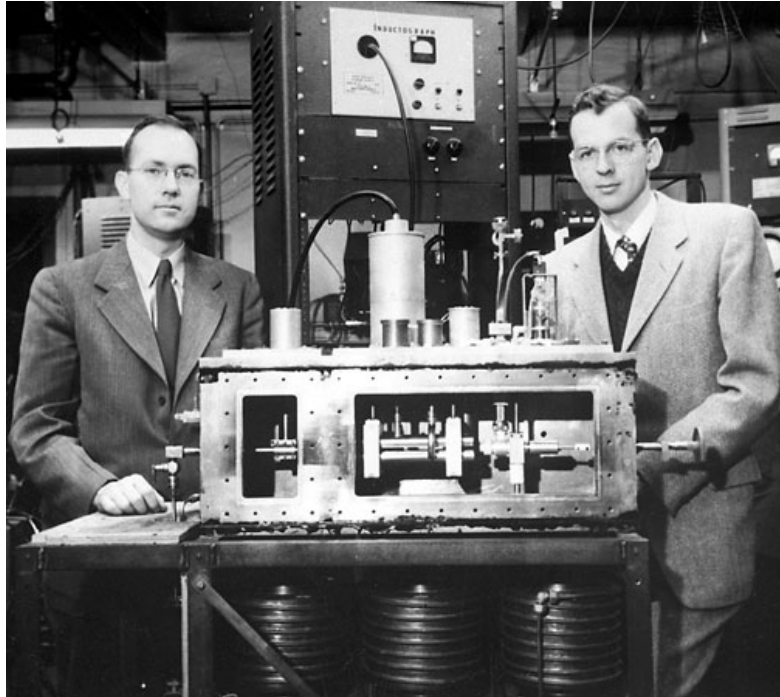
Semaine 12 – partie 3

Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie



Lasers

- **L**ight **A**mplification by **S**timulated **E**mission of **R**adiation
- **M**icrowave **A**mplification by **S**timulated **E**mission of **R**adiation



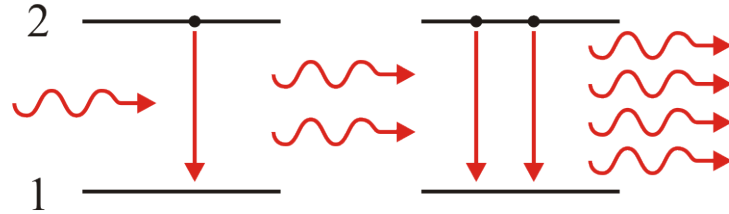
Townes, Gordon (et Zeiger)
1954

prl.aps.org

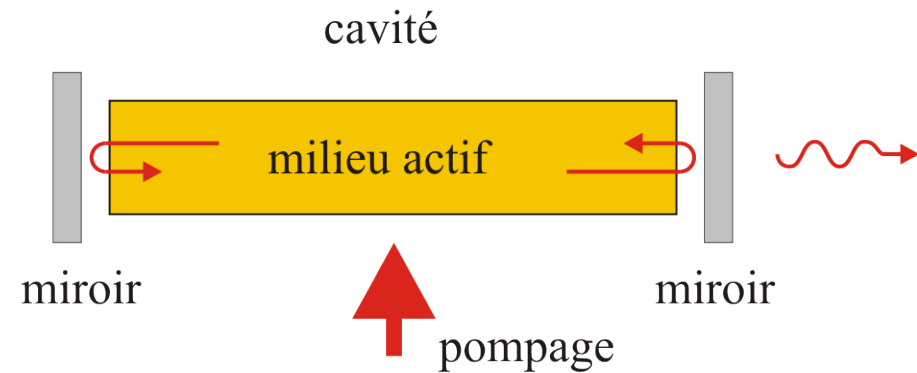
- 1958: Shalow et Townes, travail théorique
- 1960: Maiman premier laser rubis
- 1962: première diode laser
- 1964: prix Nobel (Basov, Prokhorov et Townes)

Lasers – Principe

(a)



(b)



- Objectif: amplifier la lumière et créer un rayonnement cohérent (donc avec une très petite largeur spectrale) en utilisant l'interaction lumière-matière
- Ingrédients?
 - émission stimulée – milieu actif
 - pompage – optique, électrique, chimique
 - feedback et effet de filtre – cavité, résonateur

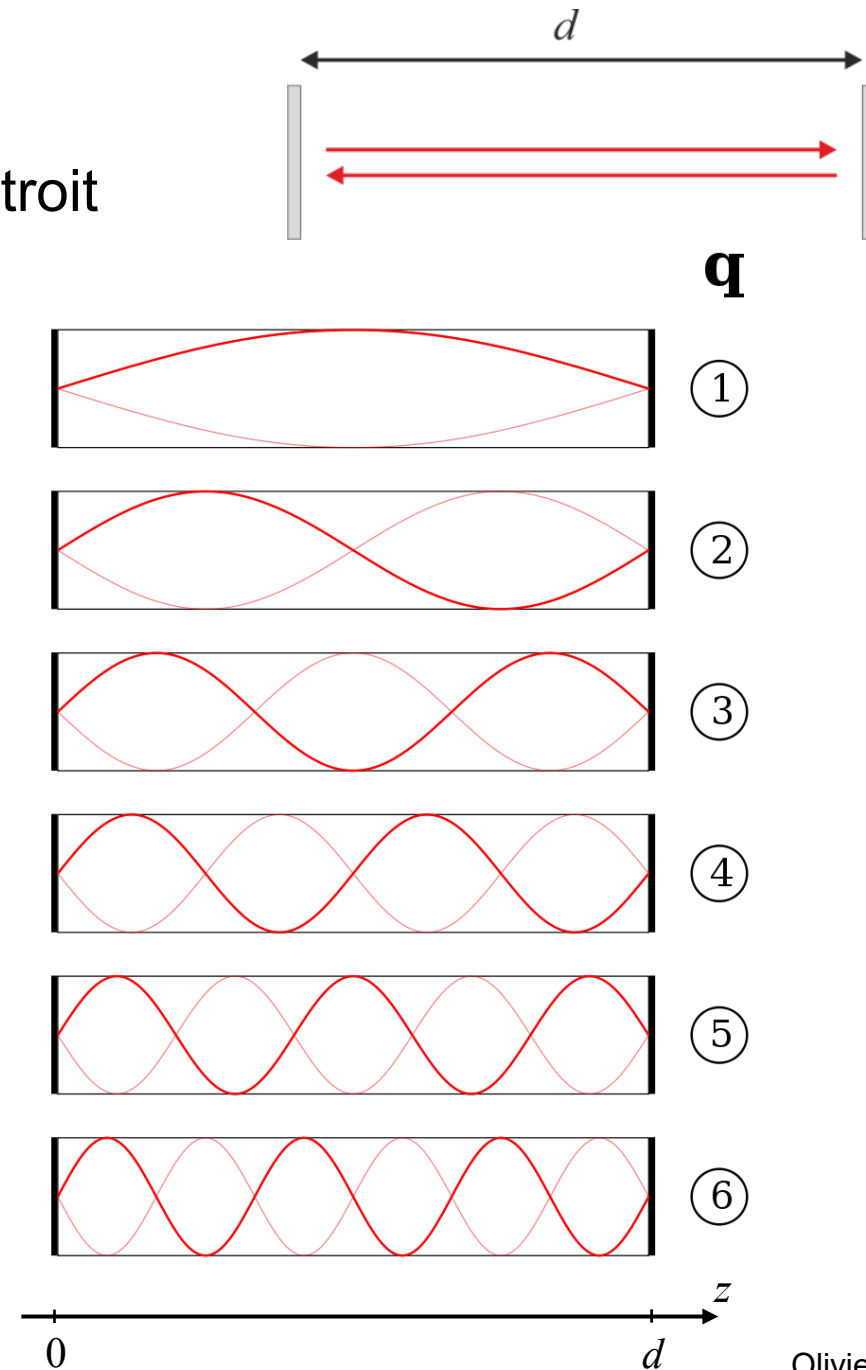
Cavité laser (Fabry-Perot)

- Rôle principal: créer un spectre d'émission étroit
- Champ électrique dans la cavité
(mode de la cavité):

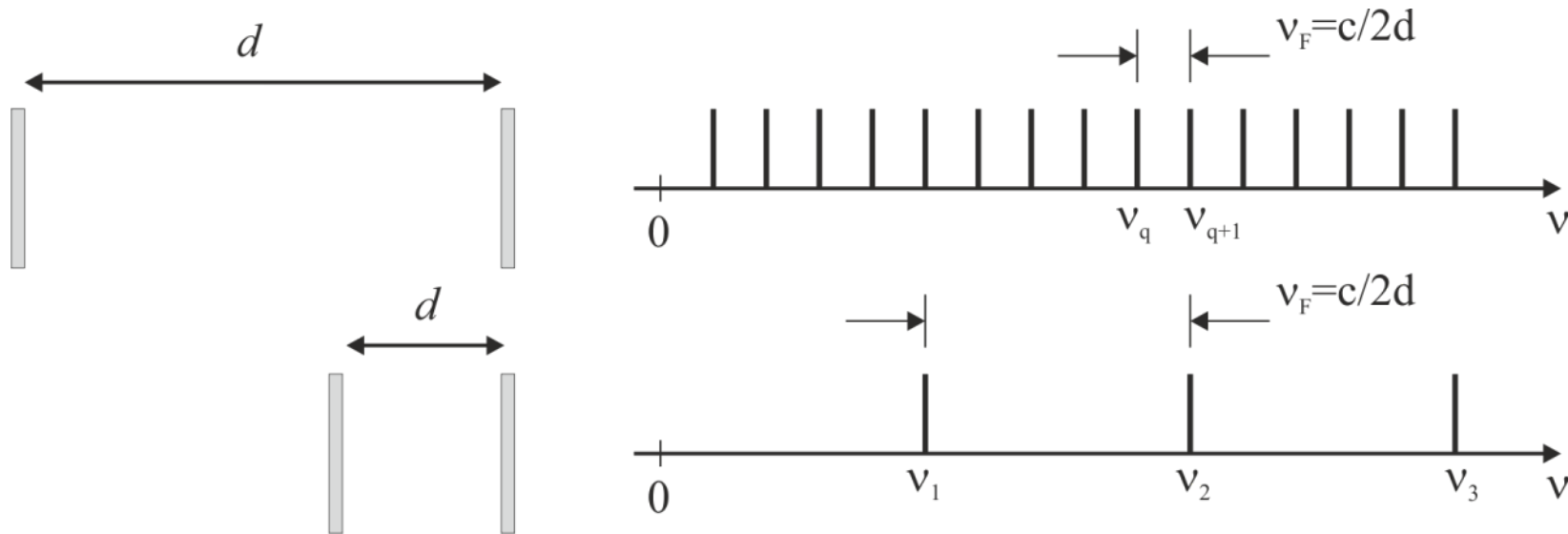
$$u(z, t) = \Re \{ U(z) \exp(j2\pi\nu t) \}$$
$$= \Re \{ A_q \sin(k_q z) \exp(j2\pi\nu_q t) \}$$

s'annule en $z=0$ et $z=d$

$$k_q = q \frac{\pi}{d} \quad (q = 1, 2, \dots)$$



Cavité laser (Fabry-Perot) – Miroirs parfaits

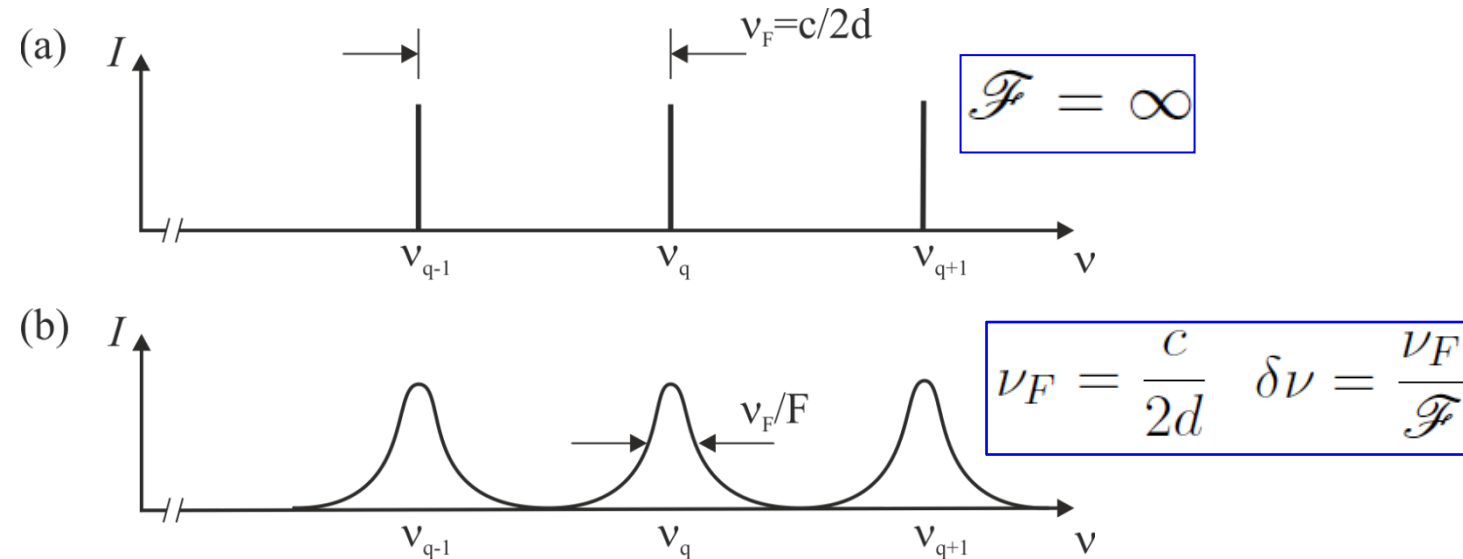


- On considère des miroirs ($r = 1$) parfaits et pas de perte dans le milieu se trouvant dans la cavité
- Les modes sont espacés régulièrement dans l'espace des fréquences ν
- Cet espacement (ν_F *free spectral range*) dépend de la taille de la cavité

$$\nu_q = \frac{ck_q}{2\pi} = q \frac{c}{2d}, \quad q = 1, 2, \dots$$

$$\nu_F = \frac{c}{2d}$$

Cavité laser (Fabry-Perot) – Miroirs réels



- Avec des miroirs réels ($r \neq 1$) ou de l'absorption dans la cavité, l'intensité diminue d'un facteur $|r|^2$ pendant un aller-retour et le spectre d'intensité prend une autre forme:

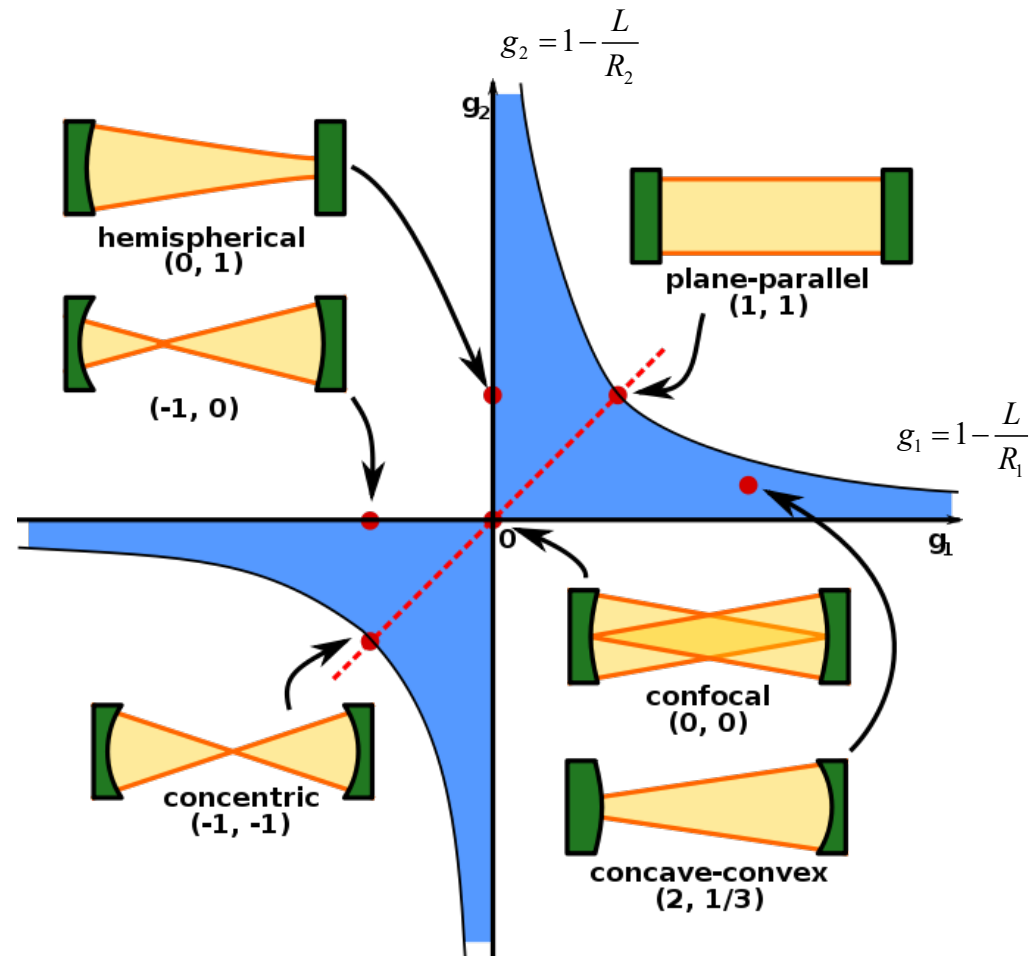
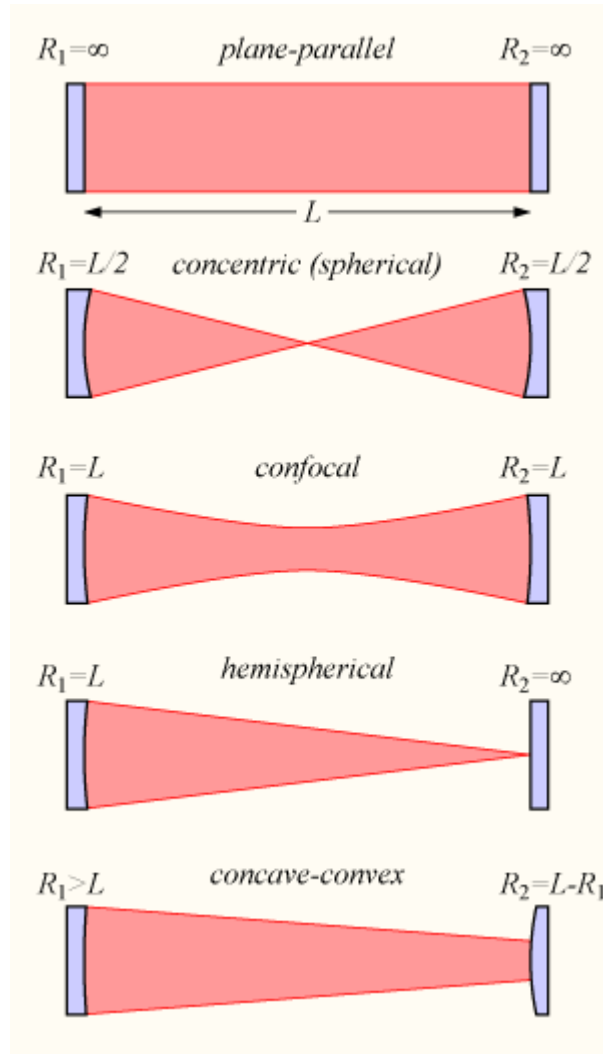
$$I = \frac{I_{\max}}{1 + (2\mathcal{F}/\pi)^2 \sin^2(\pi\nu/\nu_F)}, \quad I_{\max} = \frac{I_0}{(1 - |r|)^2}$$

- On a introduit la finesse de la cavité

$$\mathcal{F} = \frac{\pi \sqrt{|r|}}{1 - |r|}$$

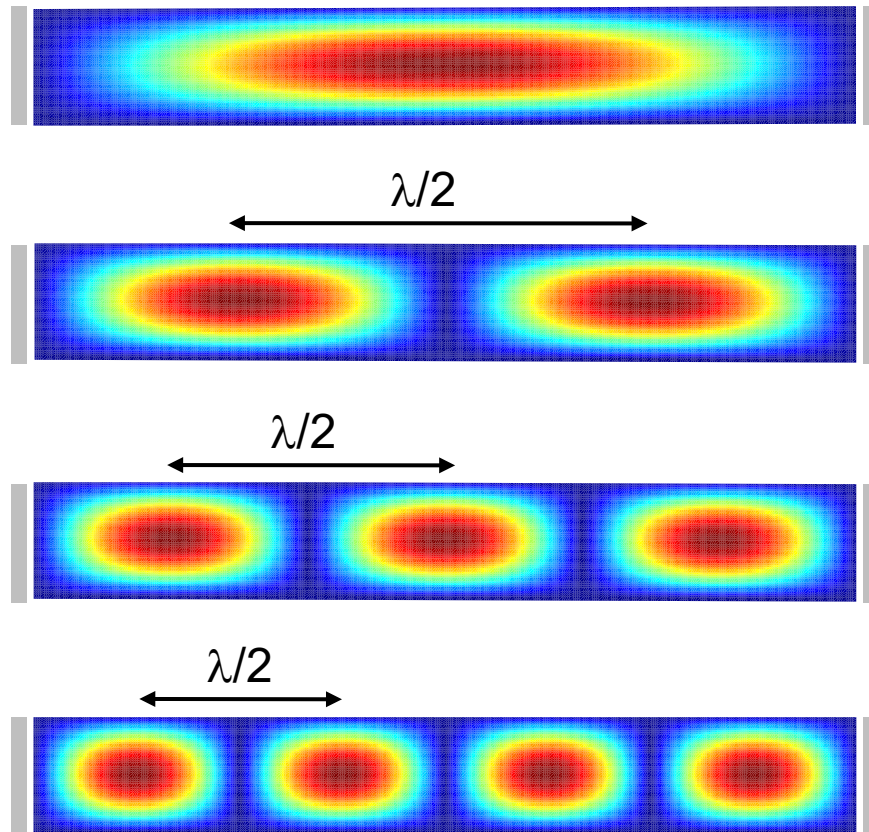
Cavité laser (Fabry-Perot) – Conditions de stabilité

- Il existe différentes géométries de résonateurs
- L'alignement d'un résonateur est primordial pour sa stabilité

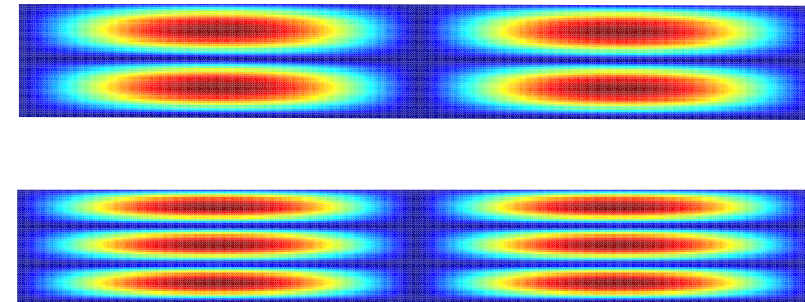


Cavité laser (Fabry-Perot) – Modes transverses

- La structure des modes est plus compliquée: il existe aussi une répartition transverse du champ électrique
- On essaie de limiter ces modes transverses



Modes transverses d'ordre plus élevés



Cavité optique

- Facteur de qualité d'une cavité:

$$Q = 2\pi \frac{\text{Energie emmagasinée}}{\text{Energie perdue par cycle}}$$

$$Q = \frac{\nu_0}{\nu_F} \mathcal{F}$$

- Valeur typique: 10^6 (il existe aussi des cavités lasers avec des très hauts facteurs de qualité $\sim 10^{11}$)

