Ingénierie optique

Semaine 8 – partie 1

Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie

EPFL

Polarisation de la lumière

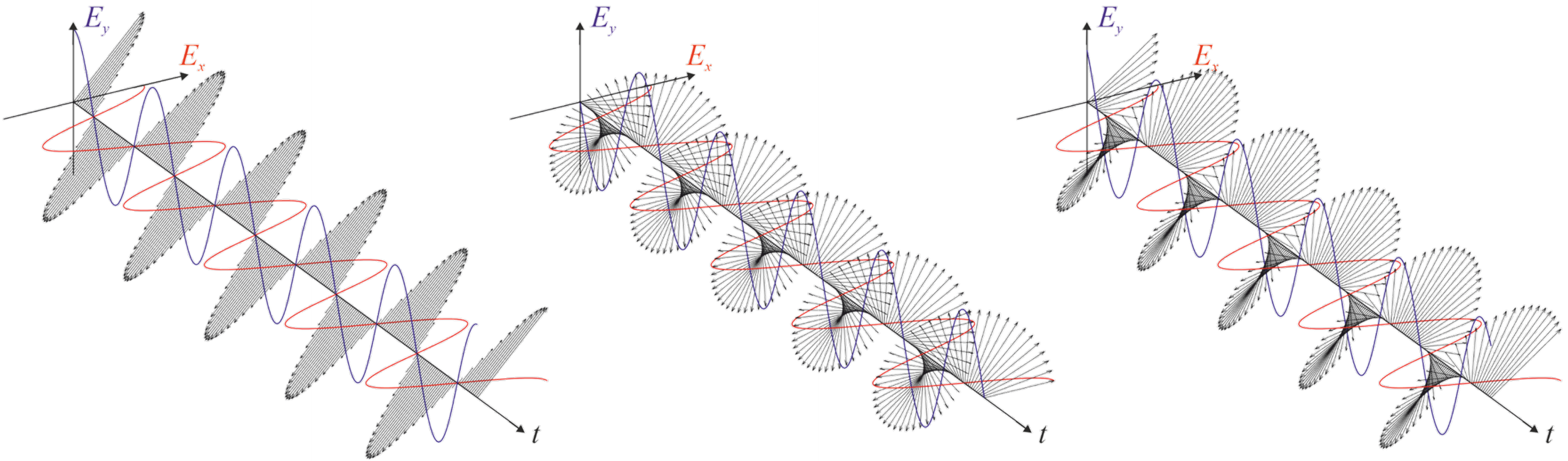
$$E_x(z,t) = a_x \cos\left(-kz + \omega t + \phi_x\right)$$
$$E_y(z,t) = a_y \cos\left(-kz + \omega t + \phi_y\right)$$
$$\phi = \phi_y - \phi_x$$

- On se concentre sur le sens de rotation dans le temps, lorsque la lumière vient vers nous:
  - Rotation dans le sens des aiguilles d'une montre → polarisation à droite
  - Rotation dans le sens contraire des aiguilles d'une montre → polarisation à gauche
- On peut décomposer cette ellipse selon deux axes a_x, a_y → <u>deux composantes du champ électrique</u>
- La différence de phase ϕ entre ces deux composantes détermine la polarisation de la lumière

Onde polarisée circulairement (évolution dans le temps)

- Il est intéressant d'observer l'évolution de chaque composante du champ:

$a_x = 1,\ a_y = 1,\ \phi = 0$ $\quad$ $a_x = 1,\ a_y = 1,\ \phi = \pi / 2$ $\quad$ $a_x = 1,\ a_y = 1,\ \phi = \pi / 4$



Polarisation linéaire à 45°

Polarisation circulaire à droite (rotation dans le sens des aiguilles d'une montre)

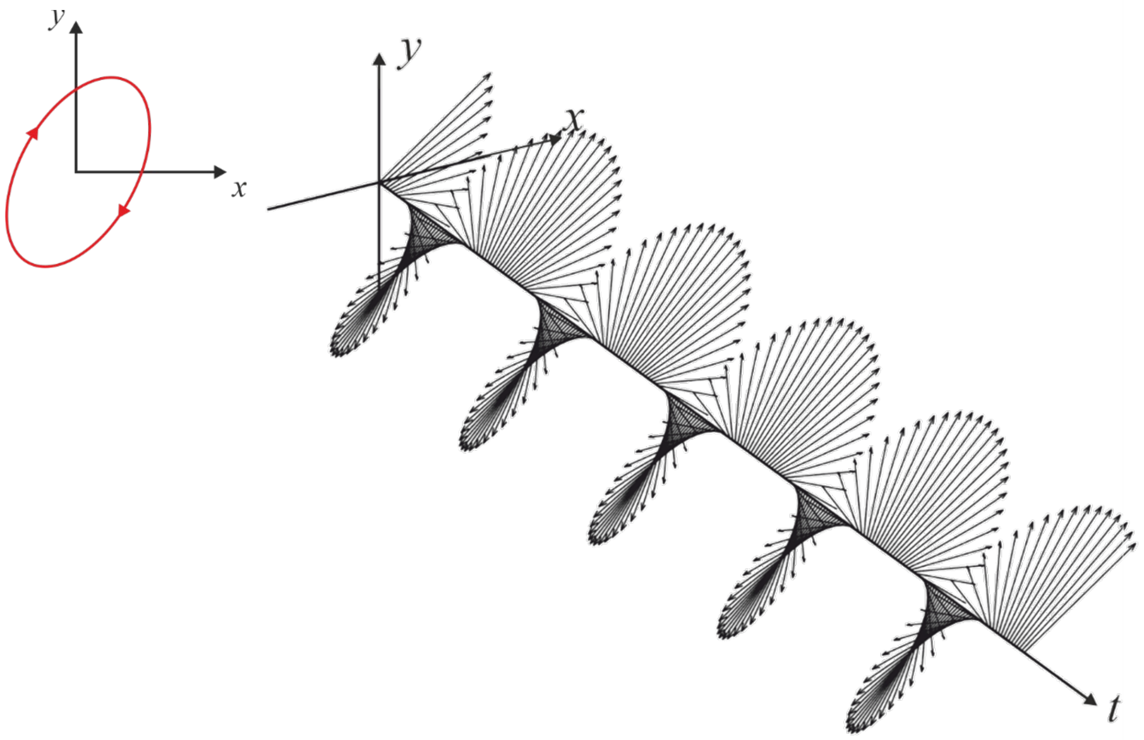
Polarisation elliptique à droite (rotation dans le sens des aiguilles d'une montre)

Onde polarisée elliptiquement (évolution dans le temps)

- Le champ électrique décrit une ellipse

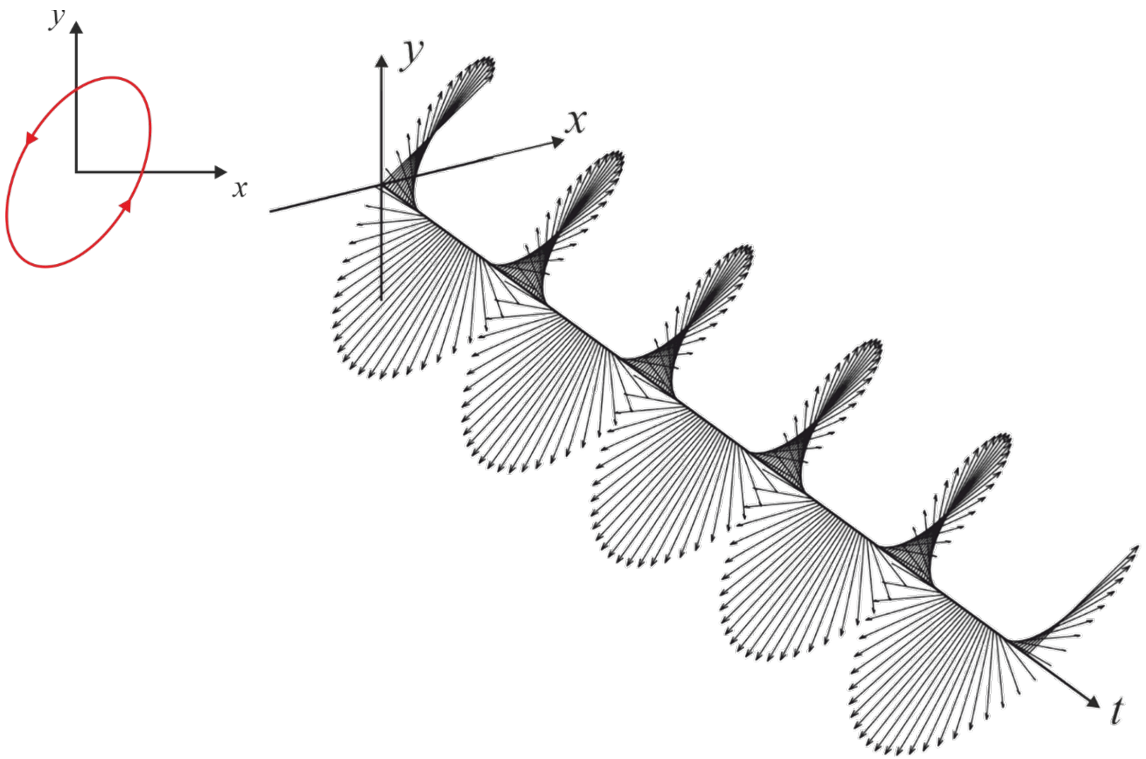
$$a_x = 1,\ a_y = 1,\ \phi = \pi / 4$$

(rotation dans le temps dans le sens des aiguilles d'une montre → polarisation à droite)



$$a_x = 1,\ a_y = 1,\ \phi = -\pi / 4$$

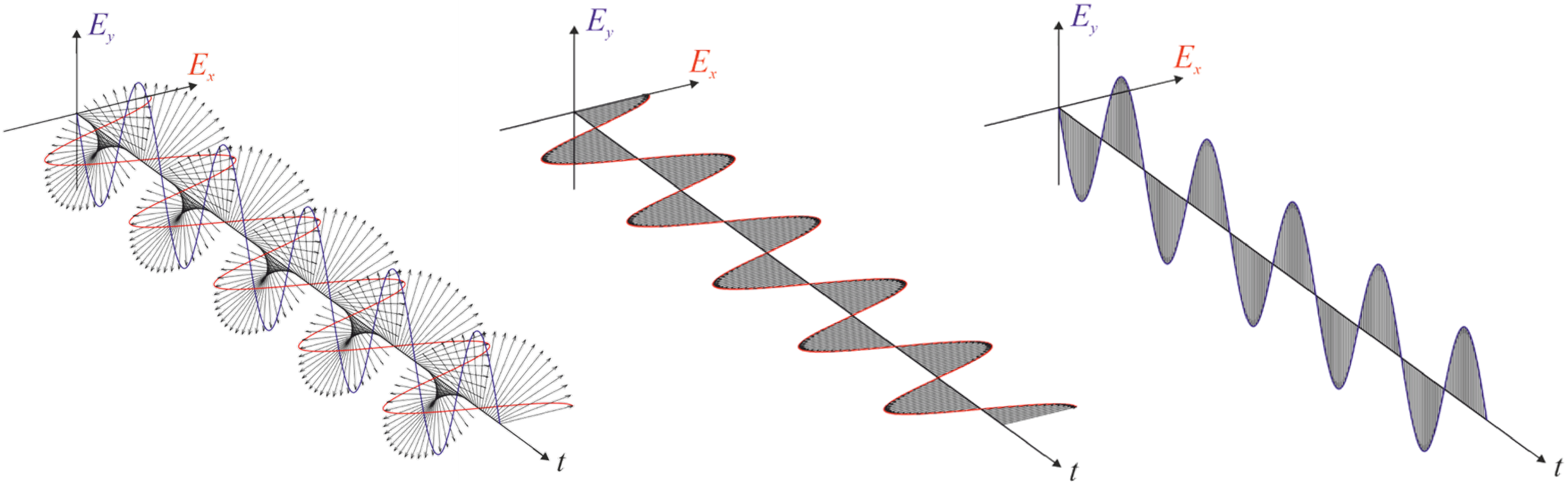
(rotation dans le temps dans le sens contraire des aiguilles d'une montre → polarisation à gauche)



Polariseurs – Première prise de contact

- Considérons une onde polarisée circulairement à droite; si on ne garde qu'une composante du champ, il reste une onde polarisée linéairement:

$$a_x = 1,\ a_y = 1,\ \phi = \pi / 2$$



Polarisation circulaire à droite (rotation dans le sens des aiguilles d'une montre)

Polarisation linéaire horizontale

Polarisation linéaire verticale

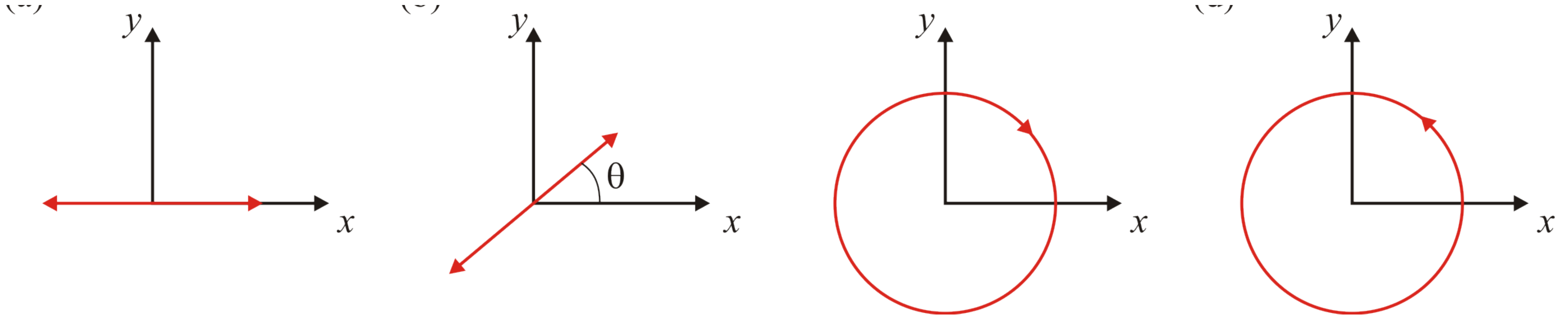
Vecteurs de Jones

$$\mathbf{E}(z,t)=\begin{pmatrix} E_x(z,t) \\ E_y(z,t) \end{pmatrix} = \mathbf{A}e^{-jkz}e^{j\omega t} = \begin{pmatrix} \tilde{a}_x \\ \tilde{a}_y \end{pmatrix} e^{-jkz}e^{j\omega t} = \begin{pmatrix} a_x e^{j\phi_x} \\ a_y e^{j\phi_y} \end{pmatrix} e^{-jkz}e^{j\omega t} = \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \end{pmatrix} e^{-jkz}e^{j\omega t}$$

- Les vecteurs de Jones permettent de caractériser la polarisation de la lumière:

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \end{pmatrix}$$

- Quelques cas particuliers pour $|A_x|^2 + |A_y|^2$ =1:



$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{J} = \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{pmatrix} \qquad \mathbf{J} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ j \end{pmatrix} \qquad \mathbf{J} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ -j \end{pmatrix}$$

circulaire droite — circulaire gauche

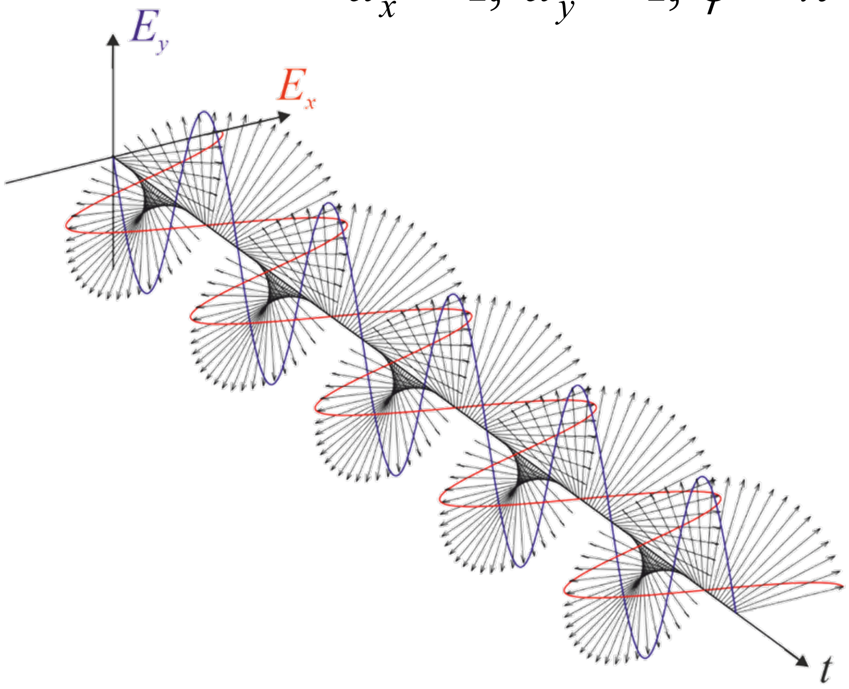
Lien entre la notation complexe du vecteur de Jones et la phase

- Onde polarisée circulairement:

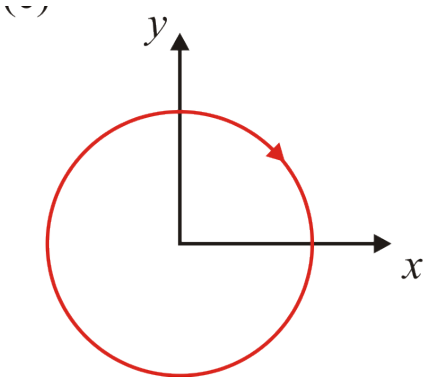
$$E_x(z,t) = a_x \cos(-kz + \omega t + \phi_x)$$
$$E_y(z,t) = a_y \cos(-kz + \omega t + \phi_y)$$
$$\phi = \phi_y - \phi_x$$

$$a_x = 1,\ a_y = 1,\ \phi = \pi / 2$$

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \end{pmatrix}$$



Polarisation circulaire à droite
(rotation dans le sens des aiguilles d'une montre)

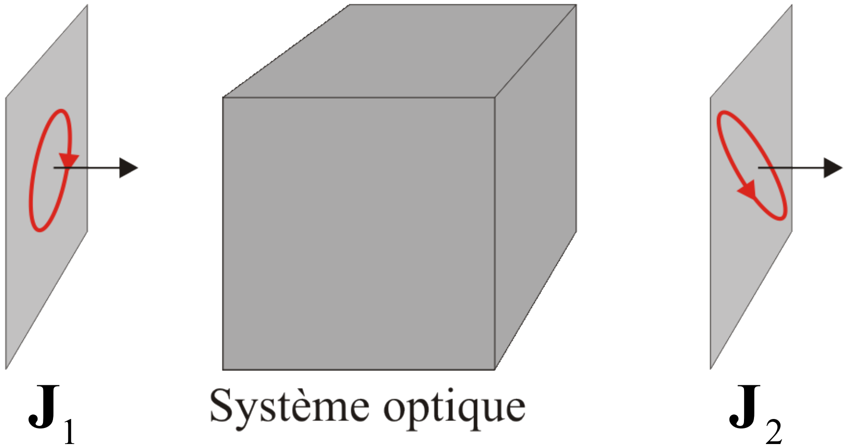


$$\mathbf{J} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ j \end{pmatrix}$$

circulaire droite

Matrices de Jones

- Les matrices de Jones indiquent comment un système optique modifie la polarisation de la lumière (i.e. le vecteur de Jones):



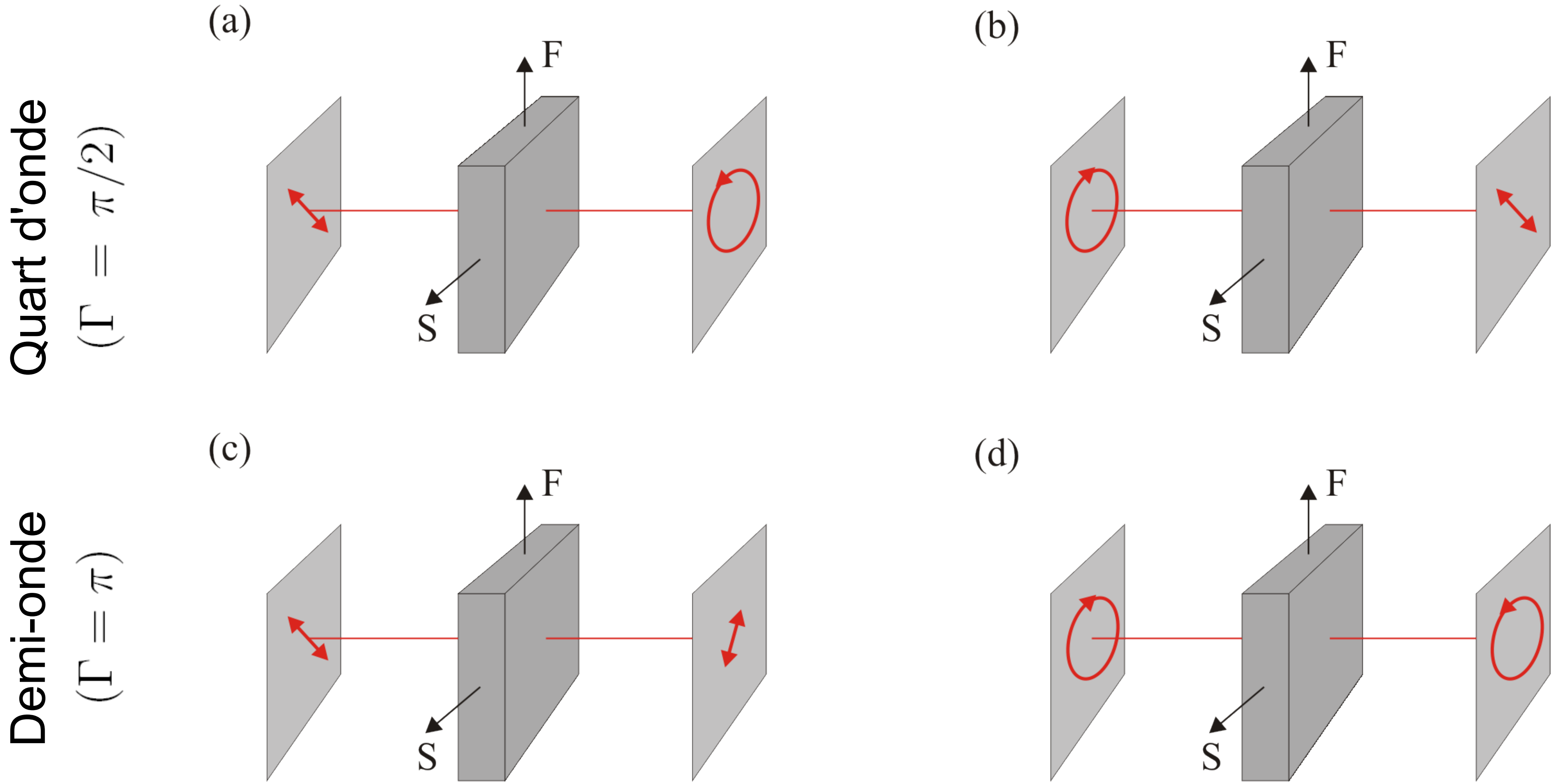
- On suppose une relation linéaire $\mathbf{J}_2 = \mathbf{T} \cdot \mathbf{J}_1$:

$$\boxed{\mathbf{T} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix}}$$

Matrices de Jones

- Quelques éléments optiques particuliers
  - polariseur linéaire (selon x): $\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
  - polariseur à un angle θ: $\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \cos^2\theta & \cos\theta\sin\theta \\ \sin\theta\cos\theta & \sin^2\theta \end{pmatrix}$
  - retardateur (avec une phase Γ): $\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-j\Gamma} \end{pmatrix}$
  - rotateur (tourne la polarization d'un angle θ): $\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$

Retardateurs: Lame quart d'onde et demi-onde



Ingénierie optique

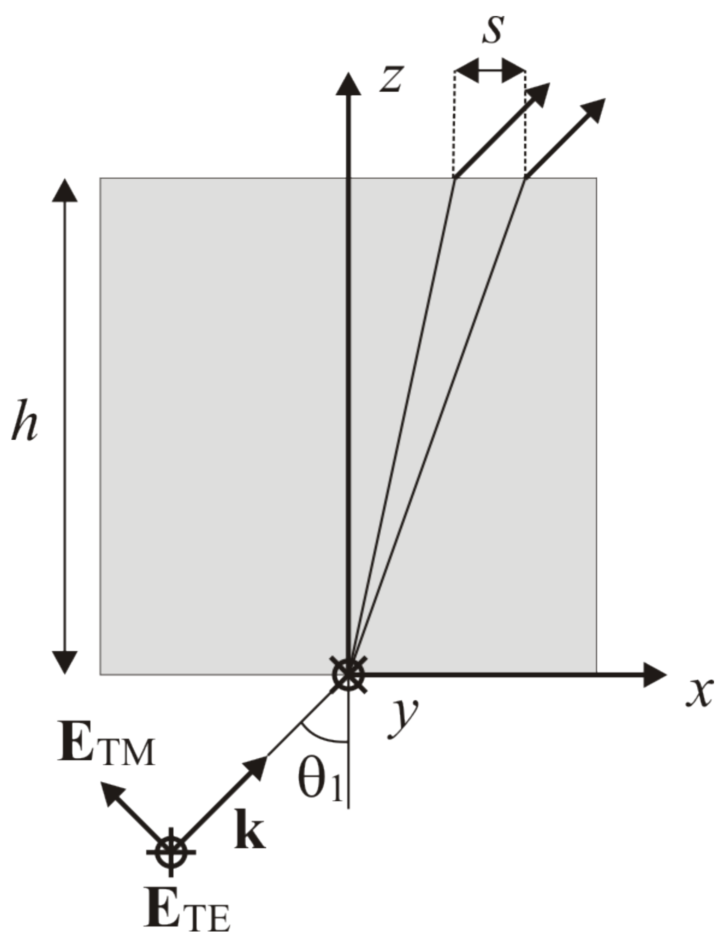
Semaine 8 – partie 2

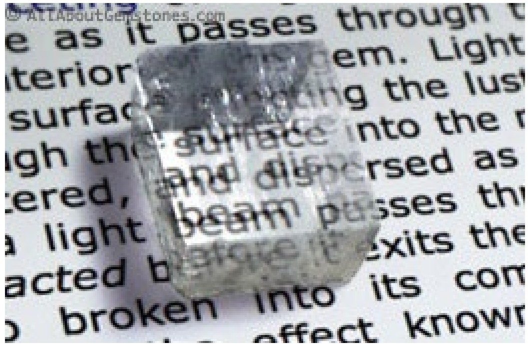
Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie

EPFL

Birefringence

- Chaque polarisation voit un autre cristal (un autre indice de réfraction) et est donc reffractée différement

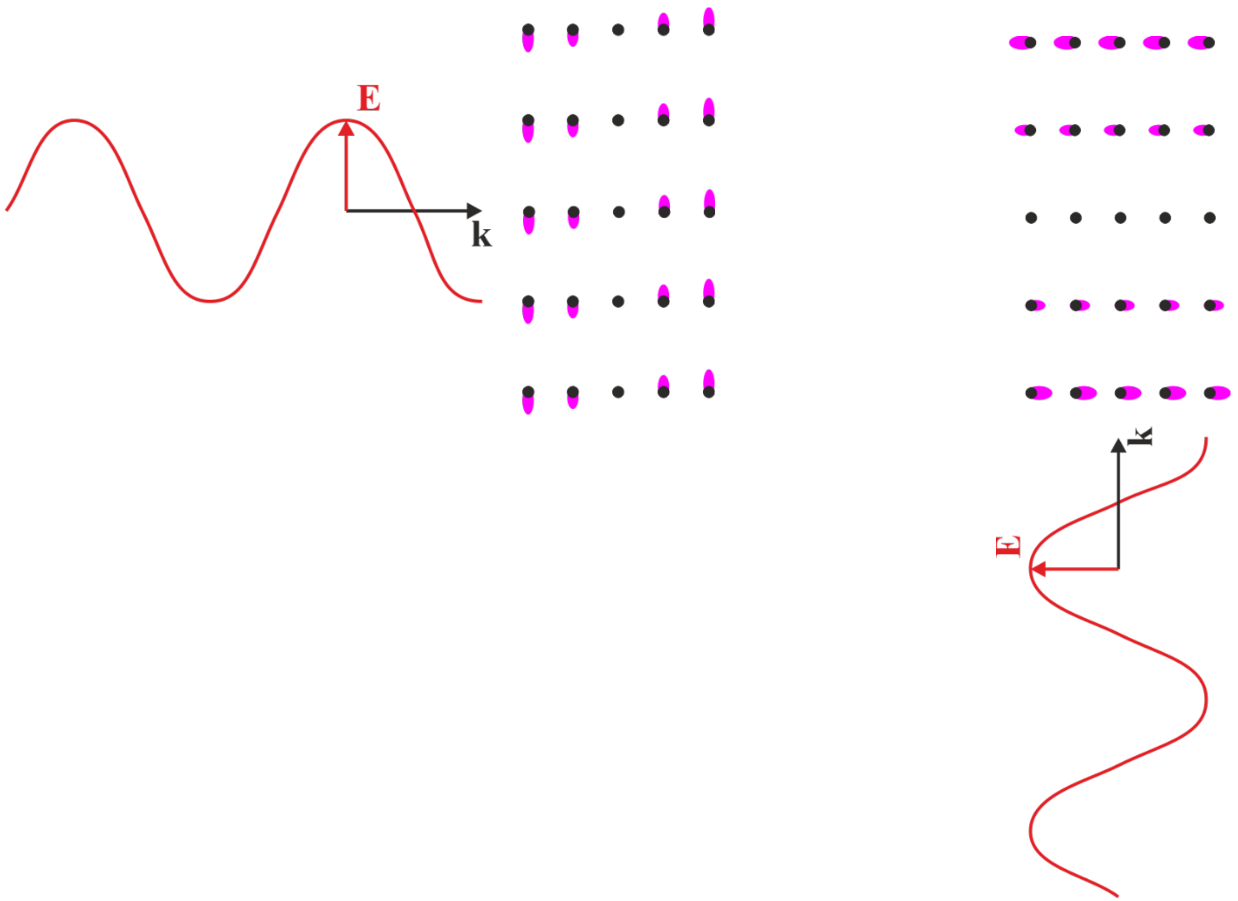




Matériau anisotrope

$$\boxed{\mathbf{D}(\mathbf{r},t) = \epsilon_0\mathbf{E}(\mathbf{r},t) + \mathbf{P}(\mathbf{r},t) = \epsilon_0\epsilon_r(\mathbf{r},t)\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \epsilon_0(1+\chi(\mathbf{r},t))\mathbf{E}(\mathbf{r},t)}$$

- L'interaction dépend de l'orientation <u>du champ électrique</u> par rapport au crystal



Matériaux anisotropes

- C'est le champ $\mathbf{D}$ qui caractérise la réponse de la matière:

$$\boxed{\mathbf{D}(\mathbf{r},t)=\epsilon_0\mathbf{E}(\mathbf{r},t)+\mathbf{P}(\mathbf{r},t)=\epsilon_0\epsilon_r(\mathbf{r},t)\mathbf{E}(\mathbf{r},t)=\epsilon_0(1+\chi(\mathbf{r},t))\mathbf{E}(\mathbf{r},t)}$$

- Pour un cristal, la permittivité devient tensorielle:

$$\begin{pmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}$$

- On peut cependant toujours la diagonaliser dans les axes principaux du cristal (axes cristallographiques):

$$\boxed{\begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix}}$$

- Matériau isotrope: 1 seul indice de réfraction

$$\varepsilon_1=\varepsilon_2=\varepsilon_3=\varepsilon \qquad D=\varepsilon E=\varepsilon_0\varepsilon_r E \qquad n=\sqrt{\varepsilon_r}$$

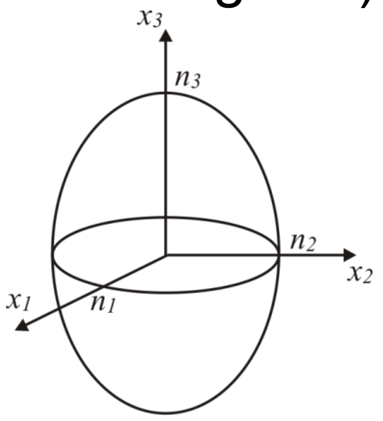
Matériaux anisotropes

- Matériau anisotrope: 3 indices de réfraction différents

$$n_1 = \sqrt{\epsilon_1/\epsilon_0} \qquad n_2 = \sqrt{\epsilon_2/\epsilon_0} \qquad n_3 = \sqrt{\epsilon_1/\epsilon_0}$$

- Ellipsoïde d'indices (axes principaux, dans lesquels ε est diagonal):

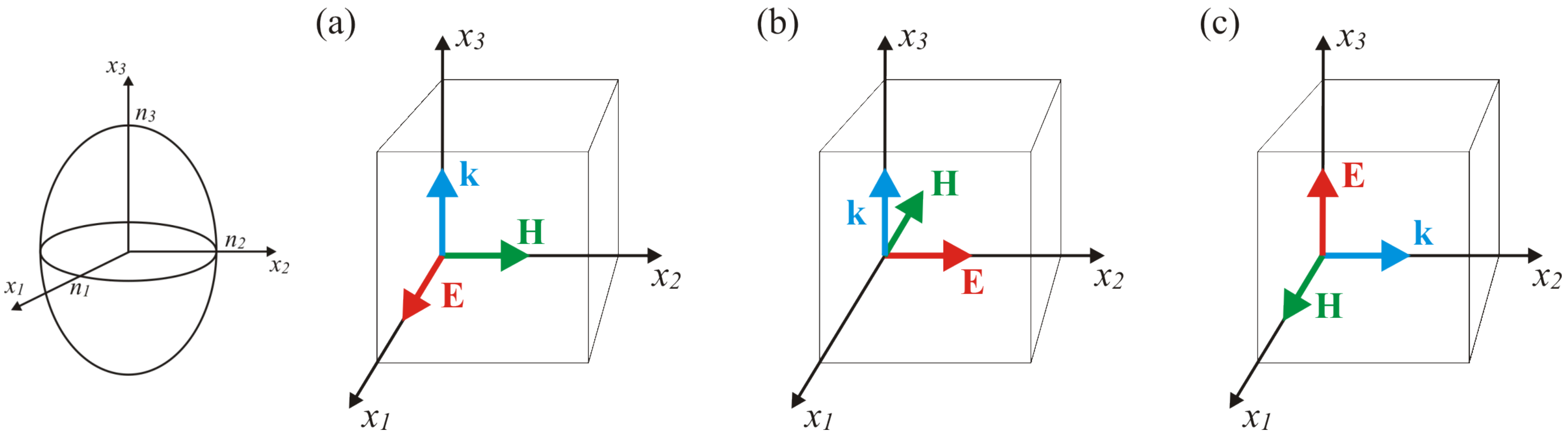
$$\frac{x_1^2}{n_1^2} + \frac{x_2^2}{n_2^2} + \frac{x_3^2}{n_3^2} = 1$$



- Il existe donc trois familles de matériaux:
  - anisotrope ou biaxial (trois indices différents)
  - uniaxial $(n_1 = n_2 \neq n_3)$ (deux indices identiques, la plupart des cristaux)
  - isotrope $(n_1 = n_2 = n_3)$ (l'ellipsoïde d'indices est une sphère)

Propagation le long d'un axe principal

- C'est l'interaction avec <u>le champ électrique</u> (pas avec la direction de propagation) qui détermine l'indice de réfraction, donc la vitesse de propagation et le vecteur d'onde



$$D_1 = \epsilon_1 E_1 \qquad c_0/n_2 \qquad c_0/n_3$$

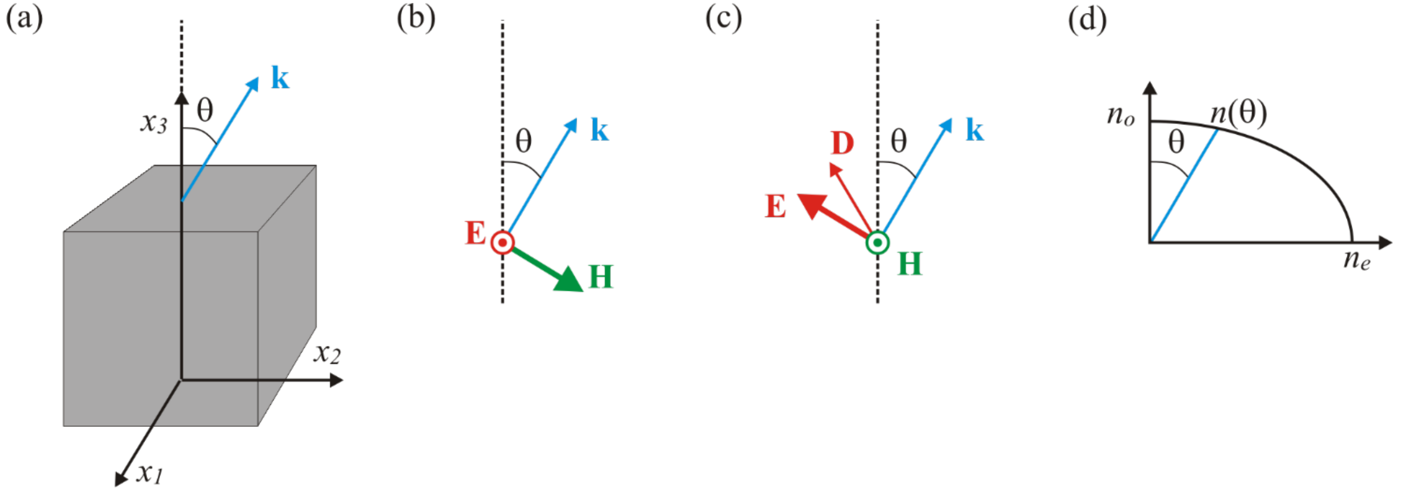
$$k = n_1 k_0 \qquad k = n_2 k_0 \qquad k = n_3 k_0$$

Cristal uni-axial

- Beaucoup de cristaux utilisés en optique ont une direction privilégiée qui correspond à la direction de croissance et sont isotropes dans les deux autres directions
- Un indice extraordinaire ε_e, n_e et deux indices ordinaires ε_o, n_o:

$$\begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon_o & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_o & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_e \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix} \qquad n_{e/o} = \sqrt{\varepsilon_{e/o}}$$

- La propagation selon les axes donne un indice ordinaire ou extraordinaire
- Pour une autre direction de propagation, on observe suivant la polarisation un indice intermédiaire entre n_o et n_e :



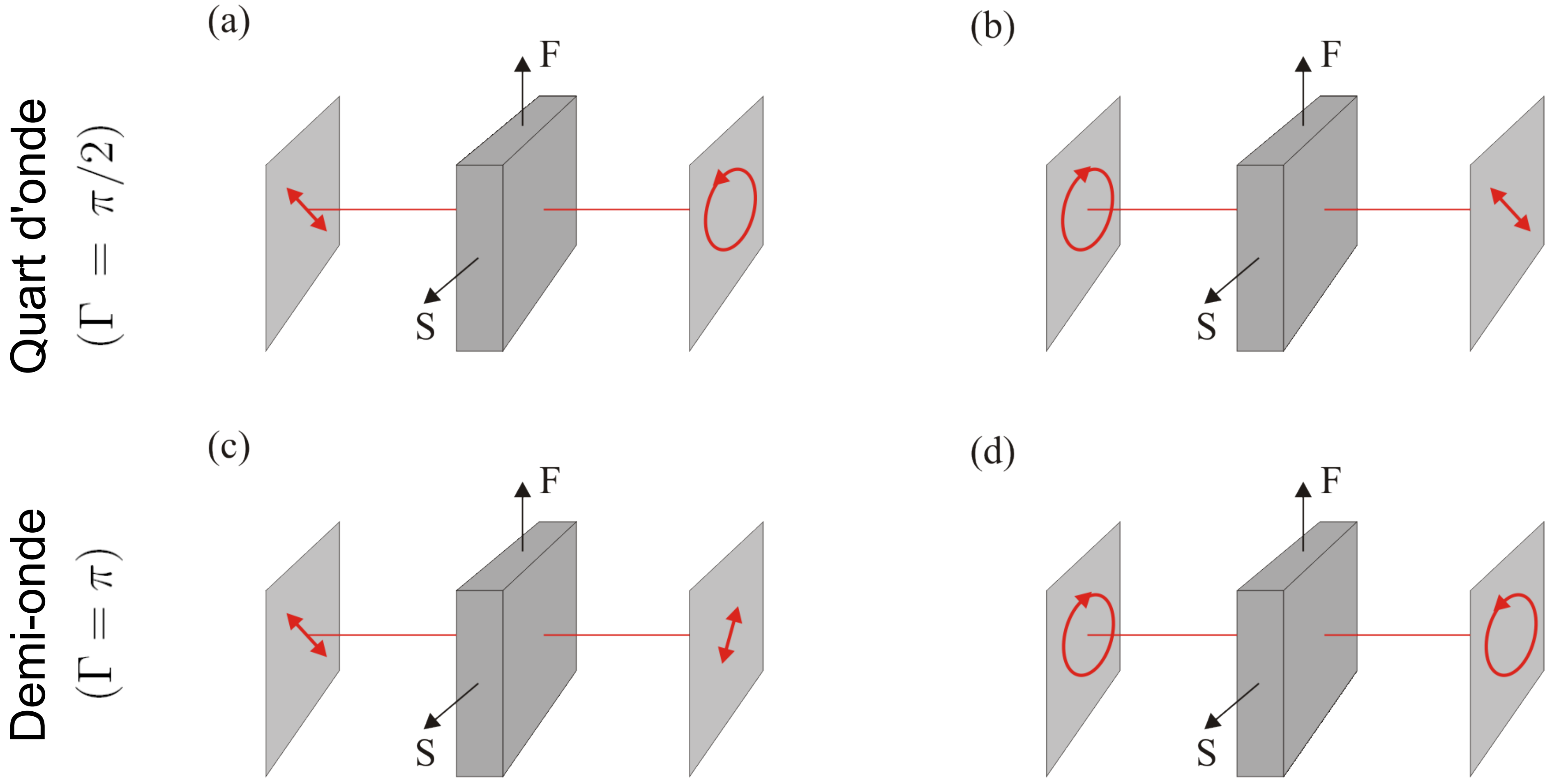
Ingénierie optique

Semaine 8 – partie 3

Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie

EPFL

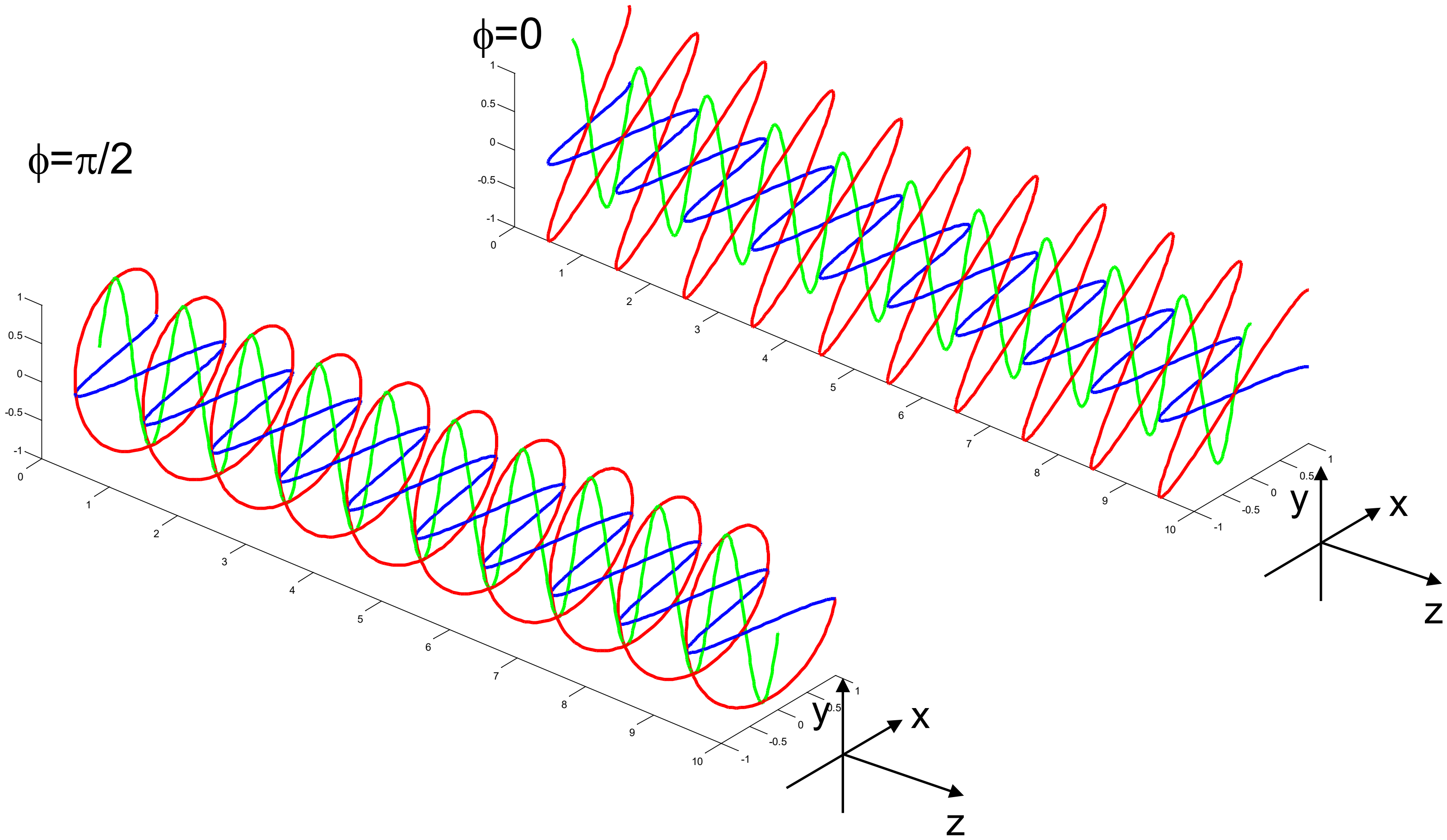
Retardateurs: Lame quart d'onde et demi-onde



Olivier J.F. Martin

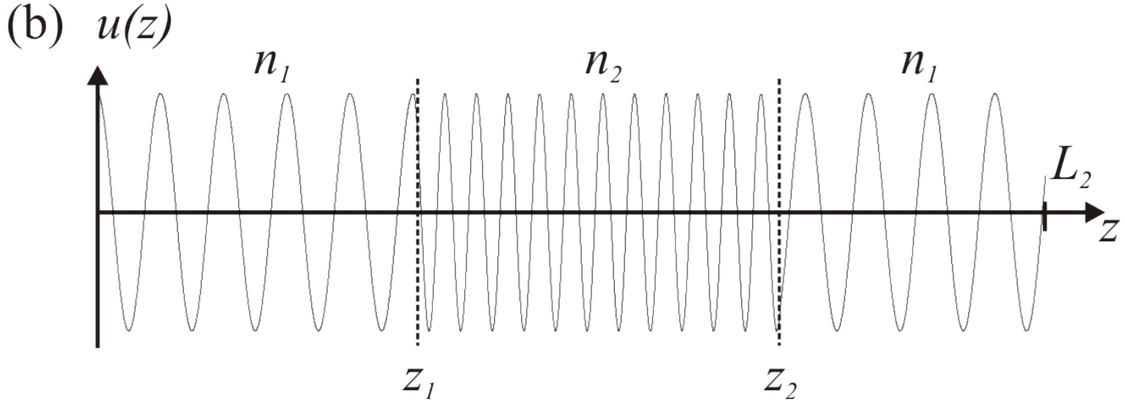
Evolution de la polarisation – Matériau <u>isotrope</u>

- La différence de phase ϕ entre les composantes transverses du champ électrique détermine la polarisation
- ϕ reste constant, la <u>polarisation ne change pas</u> dans un matériau isotrope



Rappel: accumulation de la phase

- Comme la longueur d'onde dépend du milieu, la phase accumulée dépend aussi du milieu:
  - plus rapide lorsque n est grand
  - plus lente lorsque n est petit

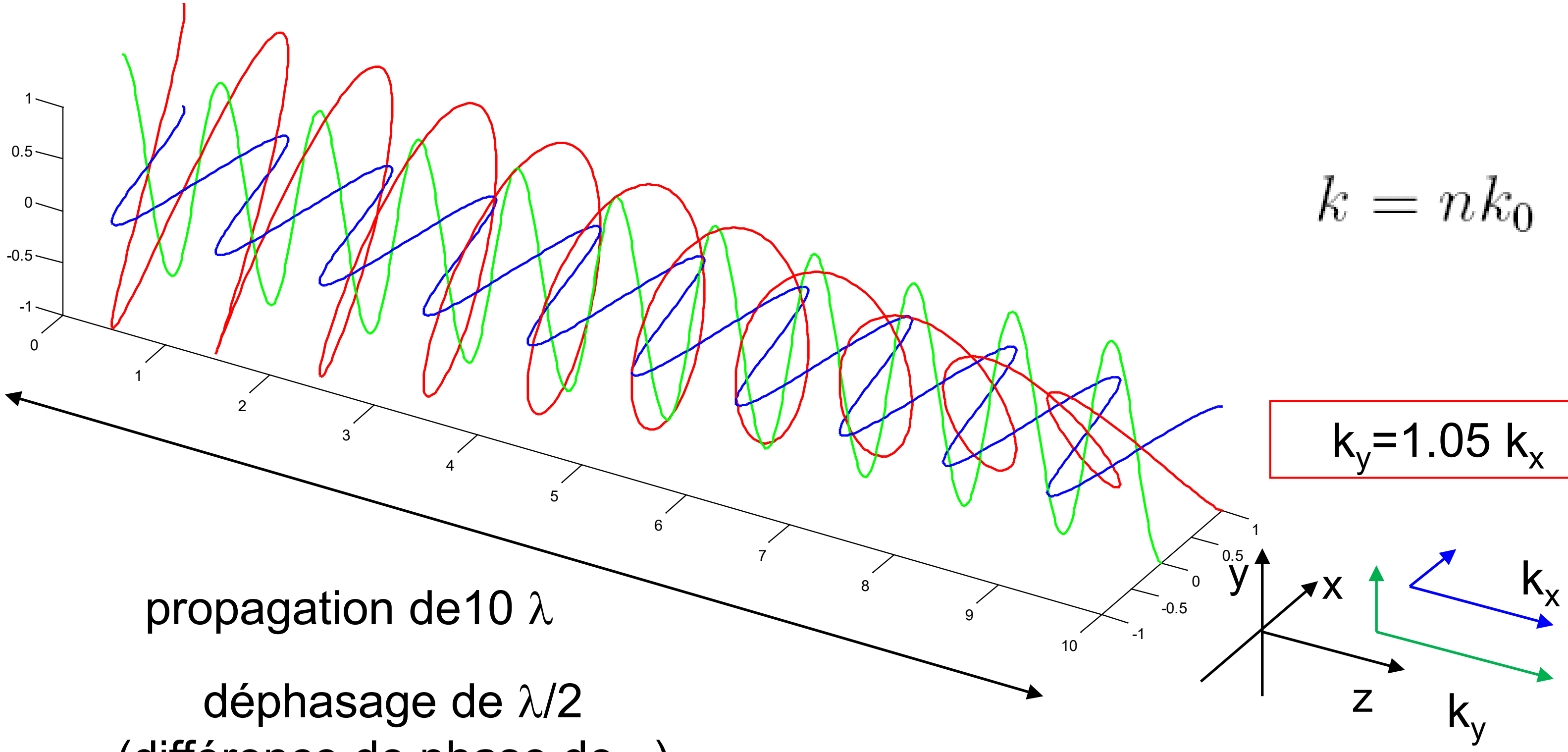


- Dans un cristal, la phase accumulée va dépendre de la polarisation et peut être différente pour chacune des composantes du champ électrique!
- La phase accumulée sur une distance d s'obtient à partir du vecteur de propagation:

$$\phi = kd = nk_0 d = \frac{2\pi}{\lambda} d = n \frac{2\pi}{\lambda_0} d$$

Evolution de la polarisation – Matériau <u>anisotrope</u>

- La différence de phase entre les deux composantes transverses change, si chaque composante se déplace avec un autre vecteur de propagation



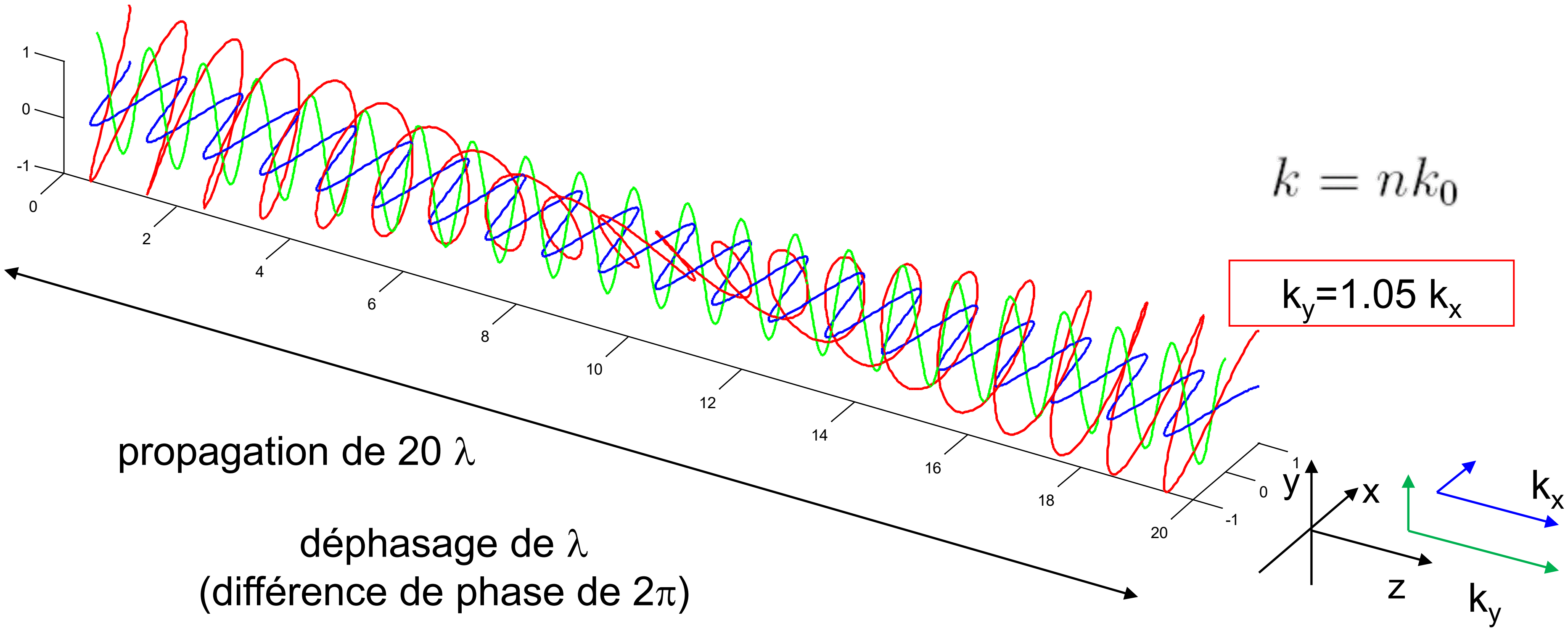
$$k = nk_0$$

k_y=1.05 k_x

déphasage de λ/2
(différence de phase de π)

Evolution de la polarisation – Matériau anisotrope

- Plus on propage loin, plus le déphasage augmente…
- … mais son effet demeure périodique (période 2π) → l'épaisseur du cristal contrôle l'effet sur la polarisation!



$$k = nk_0$$

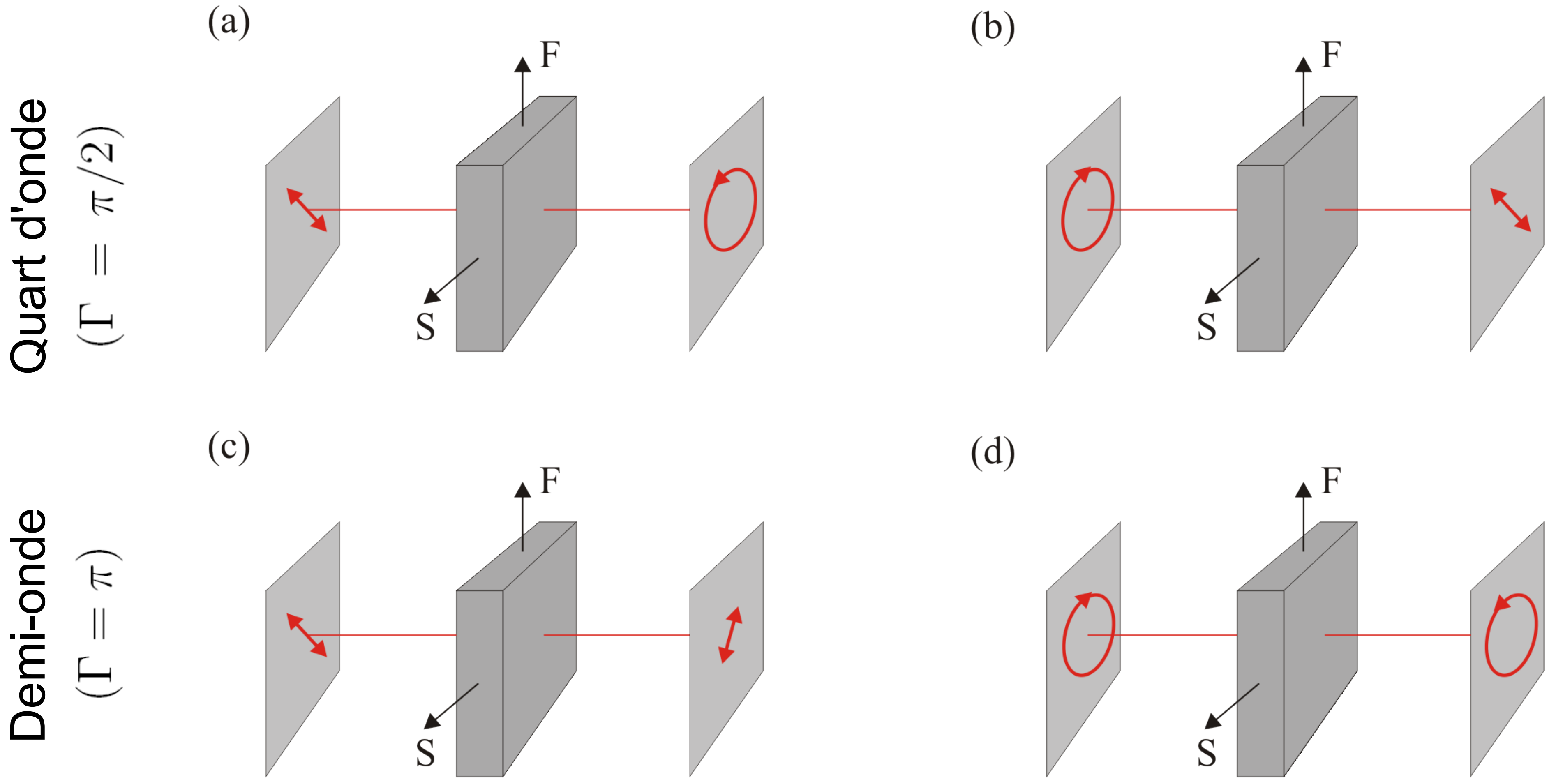
k_y=1.05 k_x

propagation de 20 λ

déphasage de λ
(différence de phase de 2π)

Retardateurs – Lame quart d'onde et demi-onde

- Généralement on propage toujours selon un axe du cristal

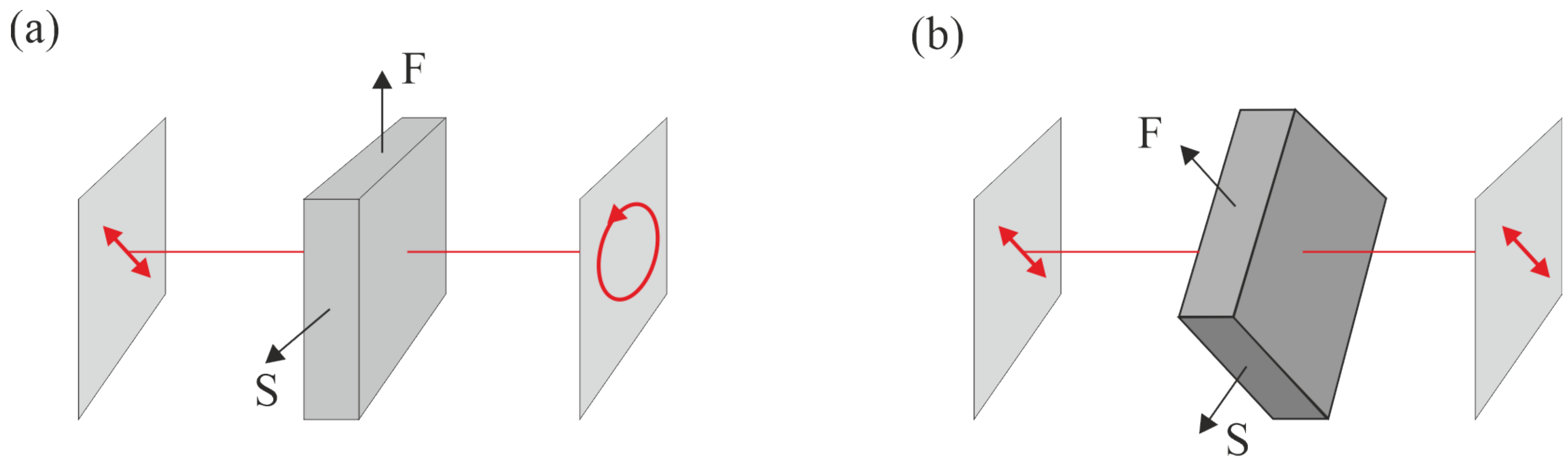


Retardateurs – Lame quart d'onde et demi-onde

- On ajuste la polarisation par rapport aux axes du cristal
- Si la polarisation est selon un axe du cristal, on ne voit pas l'effet du cristal sur la polarisation !

Quart d'onde

$(\Gamma = \pi/2)$



Ingénierie optique

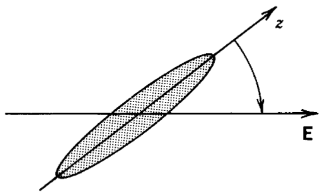
Semaine 8 – partie 4

Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie

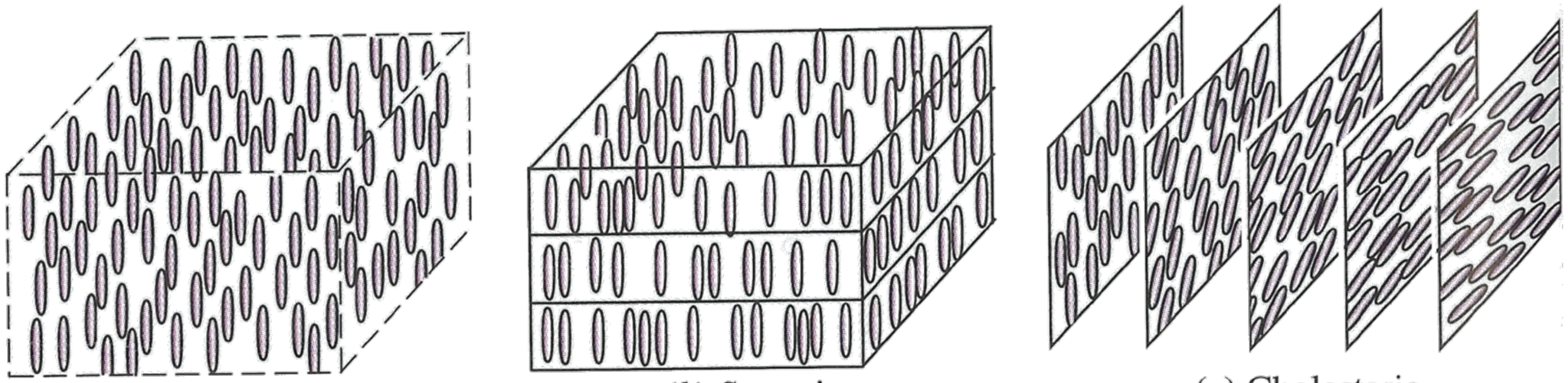
EPFL

Cristaux liquides et biréfringence

- Longues molécules (quelques nm) qui présentent une permittivité anisotrope et peuvent s'aligner dans des directions spécifiques selon le champ électrique appliqué
- Il existe trois phases pour les cristaux liquides
  - Nématique: même orientation, position arbitraire
  - Smétique: même orientation, organisation en couches
  - Cholestérique: orientation hélicale le long d'un axe

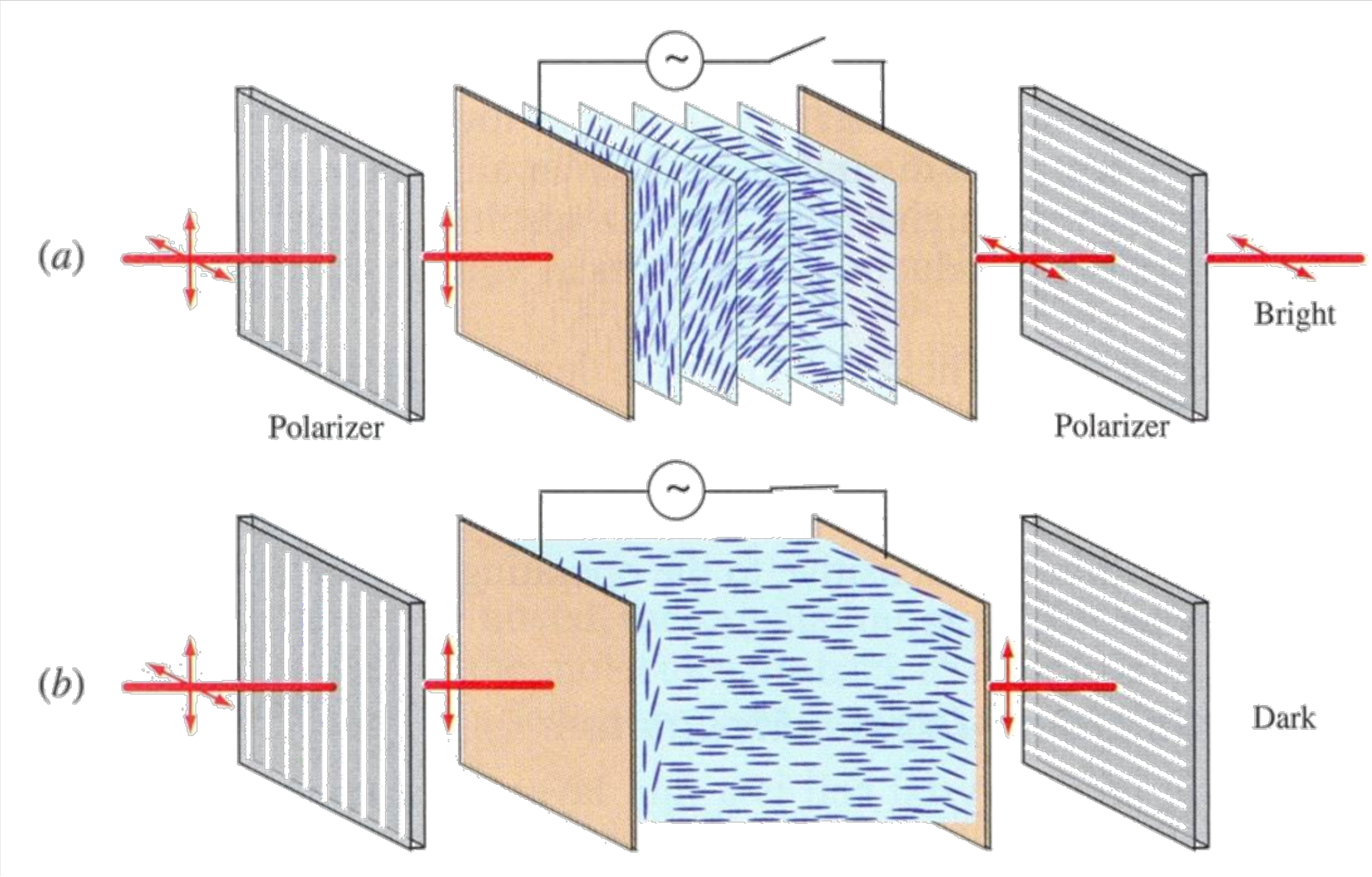


$$\begin{pmatrix} \epsilon_o & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_o & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_e \end{pmatrix}$$


(*a*) Nematic (*b*) Smectic (*c*) Cholesteric

Application comme modulateur de lumière

- En combinaison avec deux polariseurs croisés

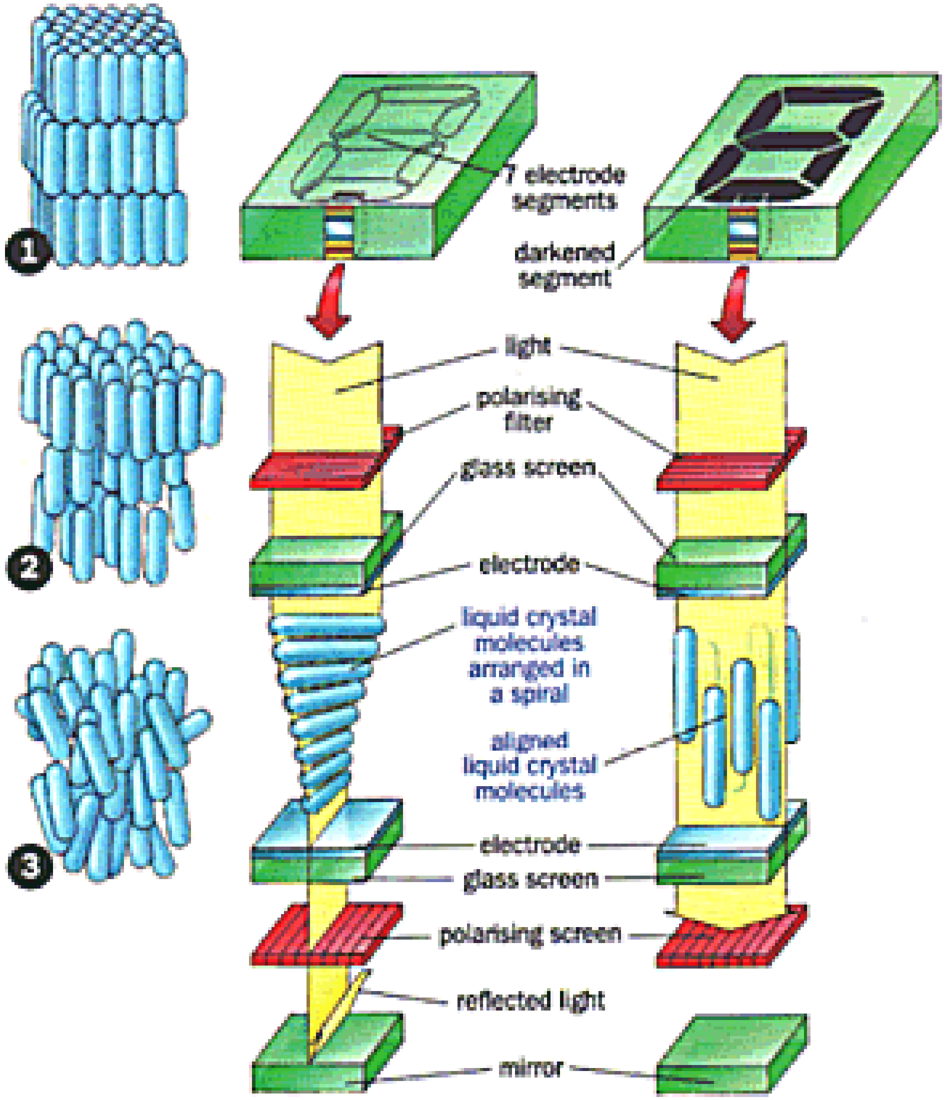


Twisted state

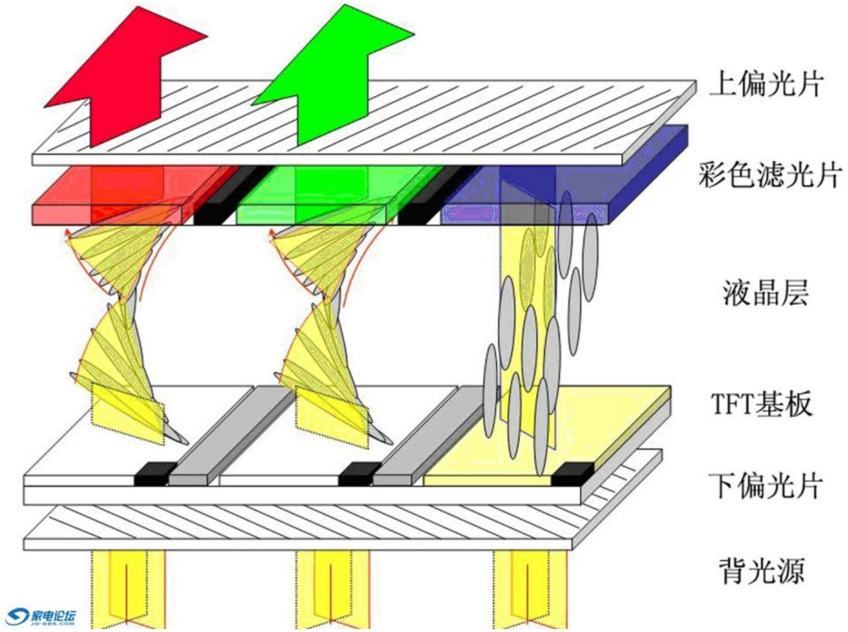
Untwisted state

B.E.A. Saleh & M.C. Teich, Fundamentals of photonics (Wiley 1991)

Application comme display



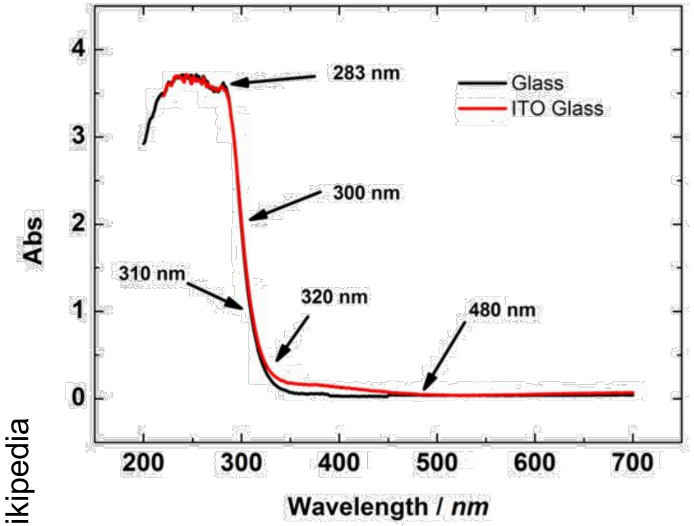
wikipedia



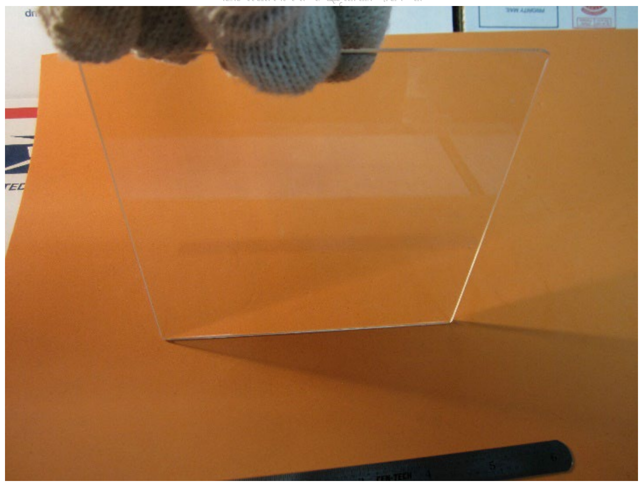
jdbbs.com

ITO – Un composant essentiel pour tous ces dispositifs (et le photovoltaïque)

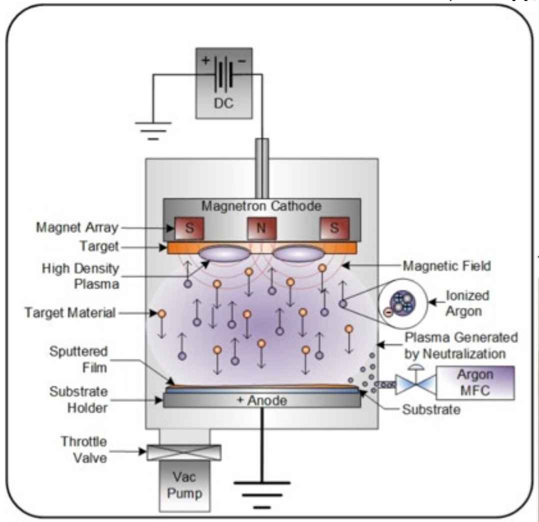
- Indium Tin Oxide (oxyde d’indium dopé à l’étain 90% In_2O_3 :10% SnO)
- Marché mondial ~2.2 Mrd US$
- Aussi transparent que le verre, très bon conducteur, peut se déposer à très large échelle

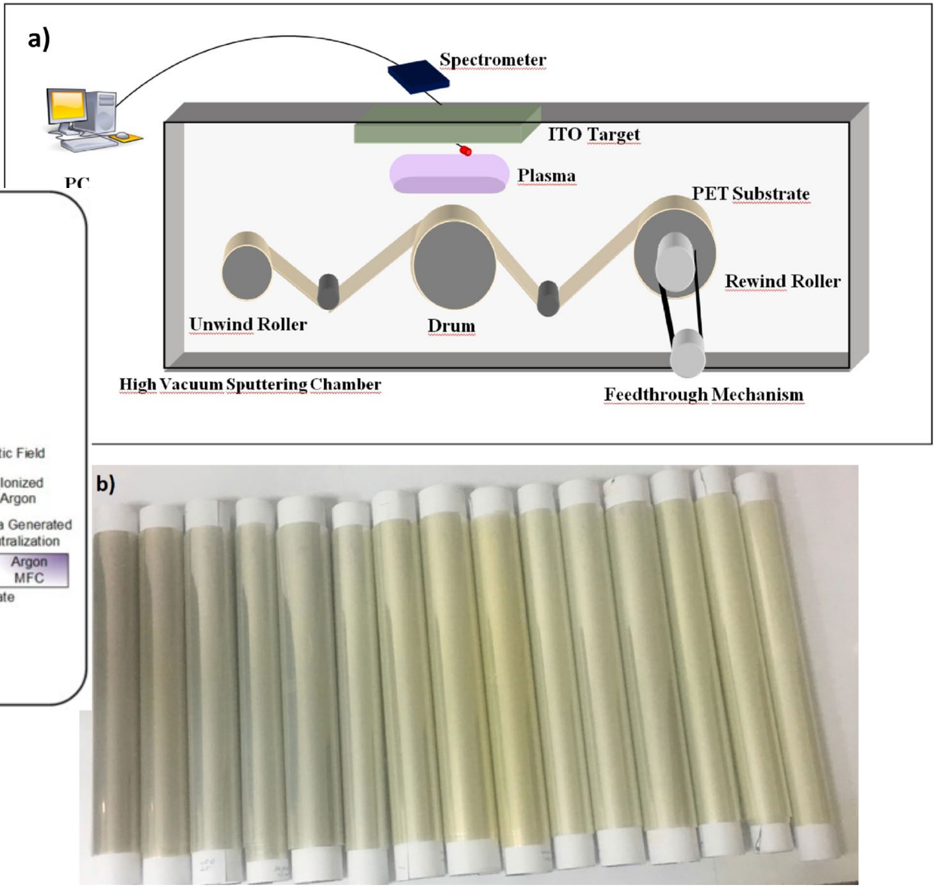


Wikipedia



Magnetron sputtering





Y. Demirhan, Renewable Energy vo. 146, p. 1549 (2020)

Olivier J.F. Martin

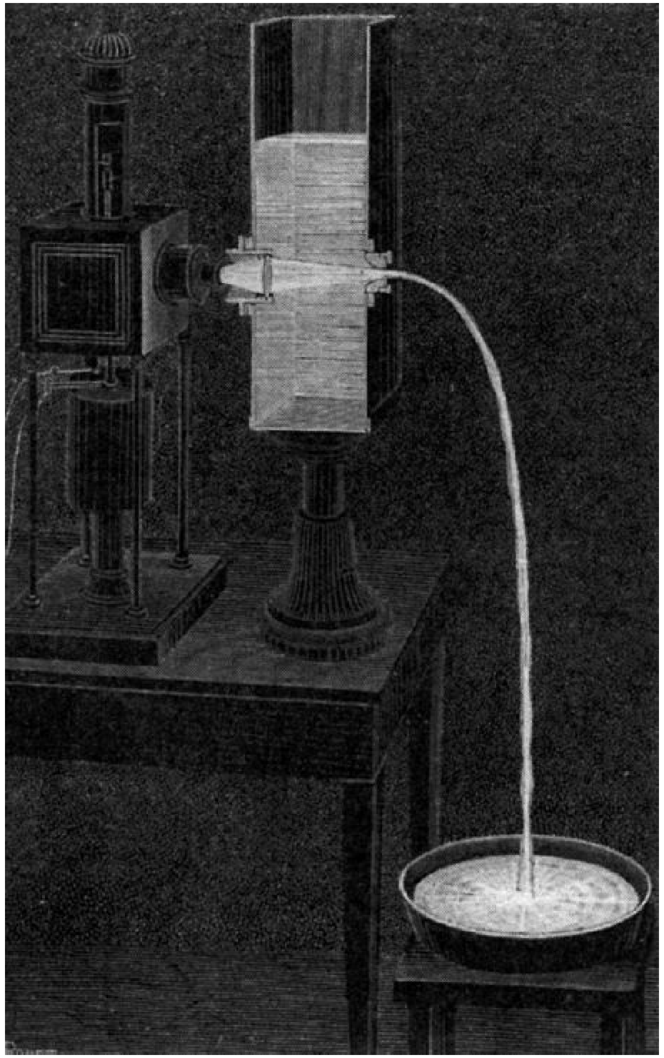
Ingénierie optique

Semaine 8 – partie 5

Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie

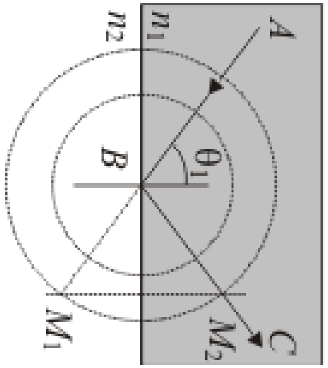
EPFL

Guides d’ondes et fibres optiques

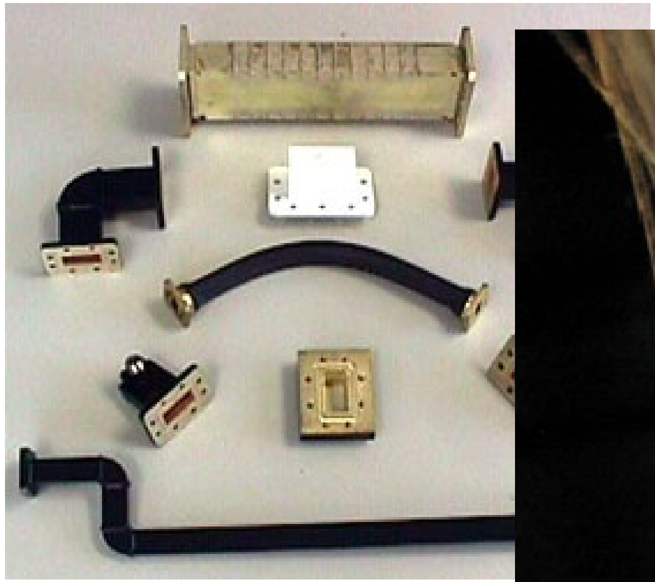


Jean-Daniel Colladon (1802-1893)
www.wikipedia.org

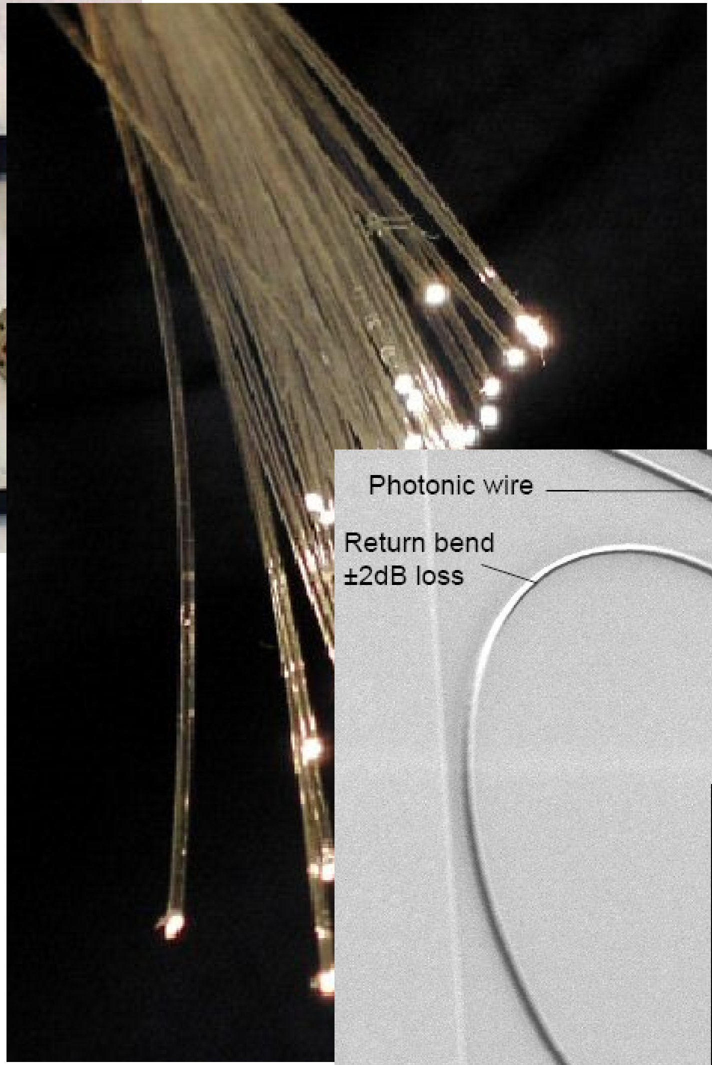
Réflexion
interne
totale



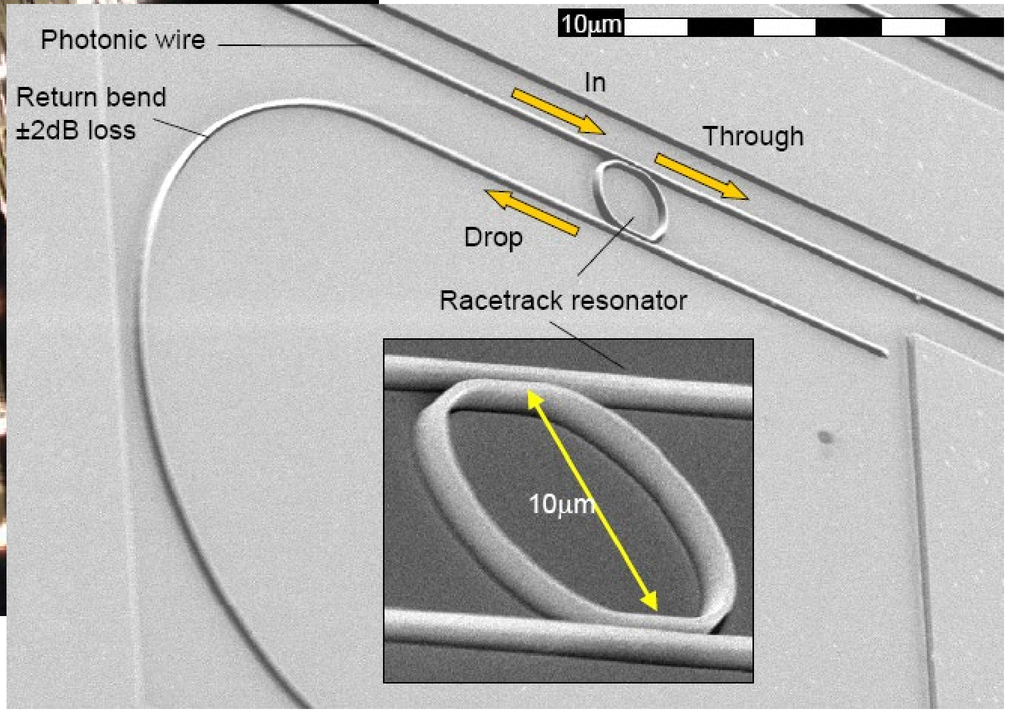
Guides d'ondes



Antek systems



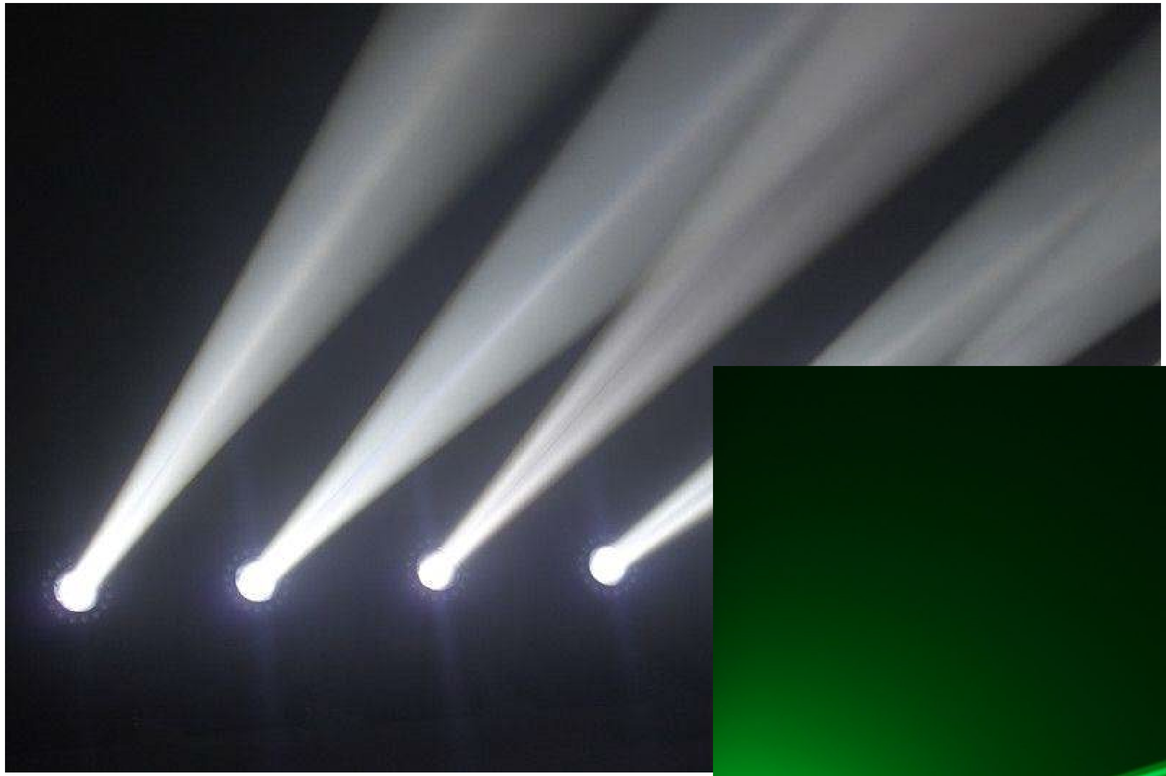
wikimedia

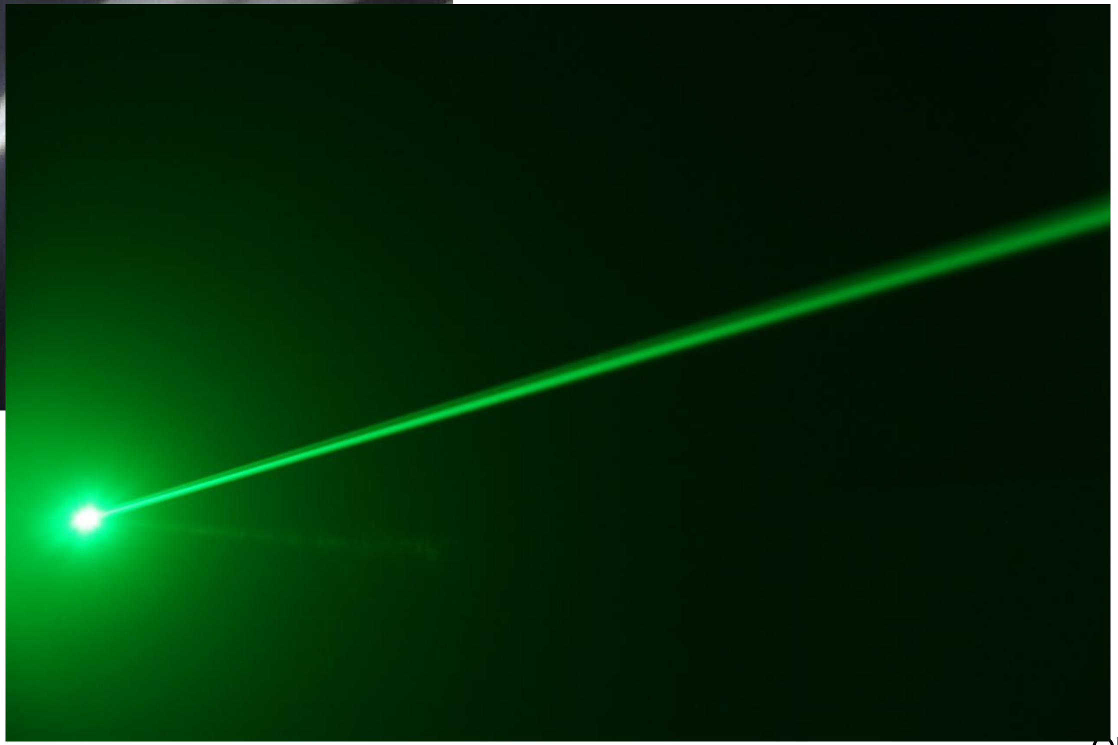


IMEC, Ghent University

Propagation dans l’espace libre

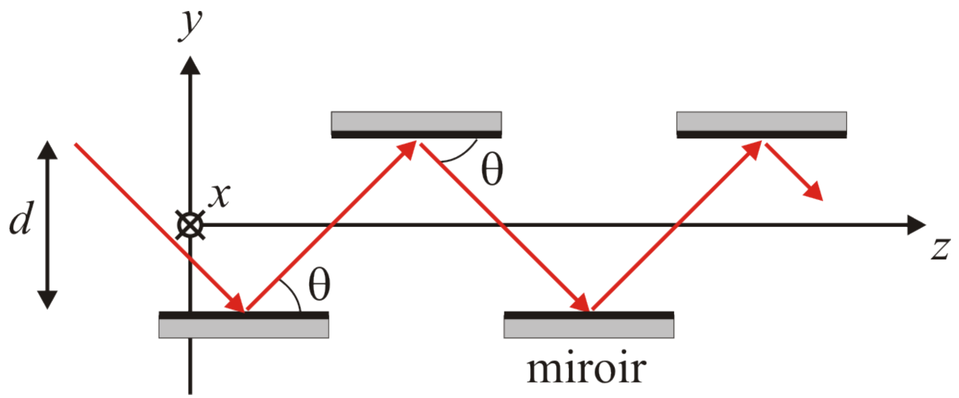
- La lumière diffuse, l’intensité diminue et le faisceau s’élargit





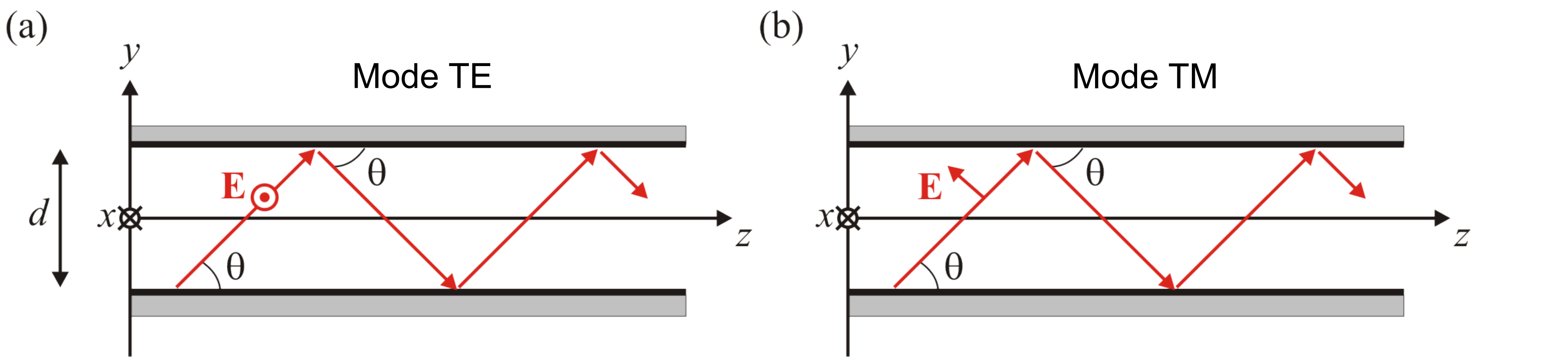
Guides d'onde

- Il faut confiner la lumière latéralement pour pouvoir la guider sur de grandes distances → guide d'onde
- Modèle simplifié par réflexions successives sur les bords du guide:



- Pas tous les angles θ sont propagés (ouverture numérique NA du guide)
- → modes du guide

Guides d'onde miroir planaire

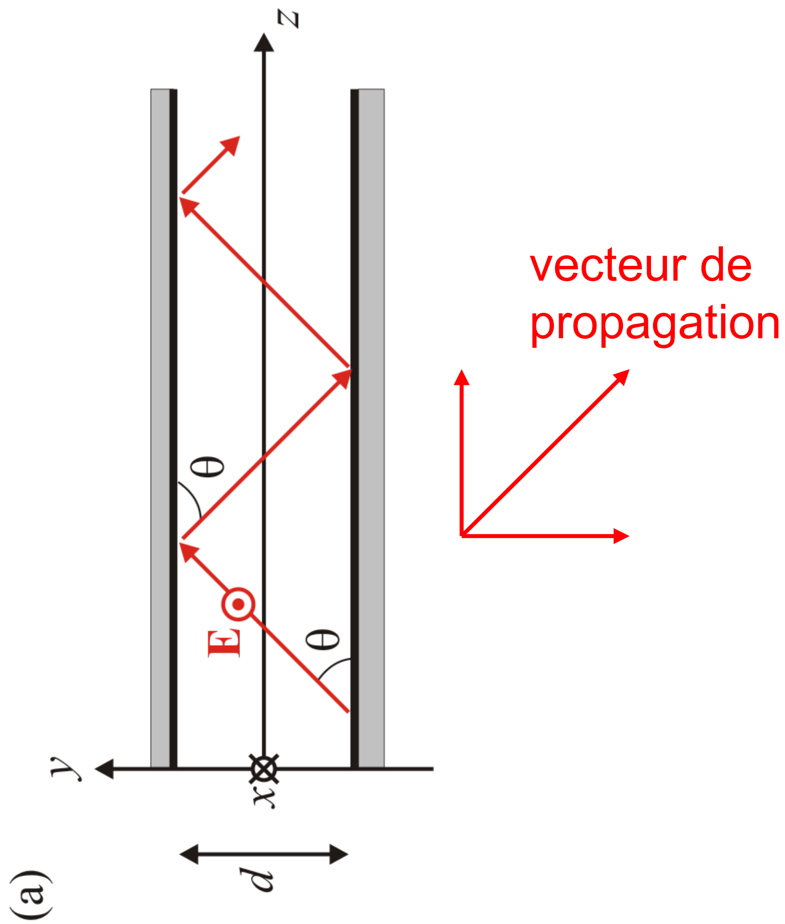


- Invariance dans la direction x (guide 1D)
- Propagation dans le plan y–z , dans la direction z
- Réflexion parfaite sur chaque miroir
- Deux polarisations:
  - Transverse électrique (TE) (champ $\mathbf{E}$ perpendiculaire au plan y–z)
  - Transverse magnétique (TM) (champ $\mathbf{H}$ perpendiculaire y–z)
- Guide rempli de matériau d'indice n

Escalade dans une cheminée

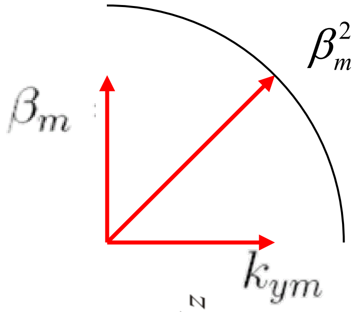
- La largeur des bras fixe la vitesse de progression (mode)

www.kairn.com

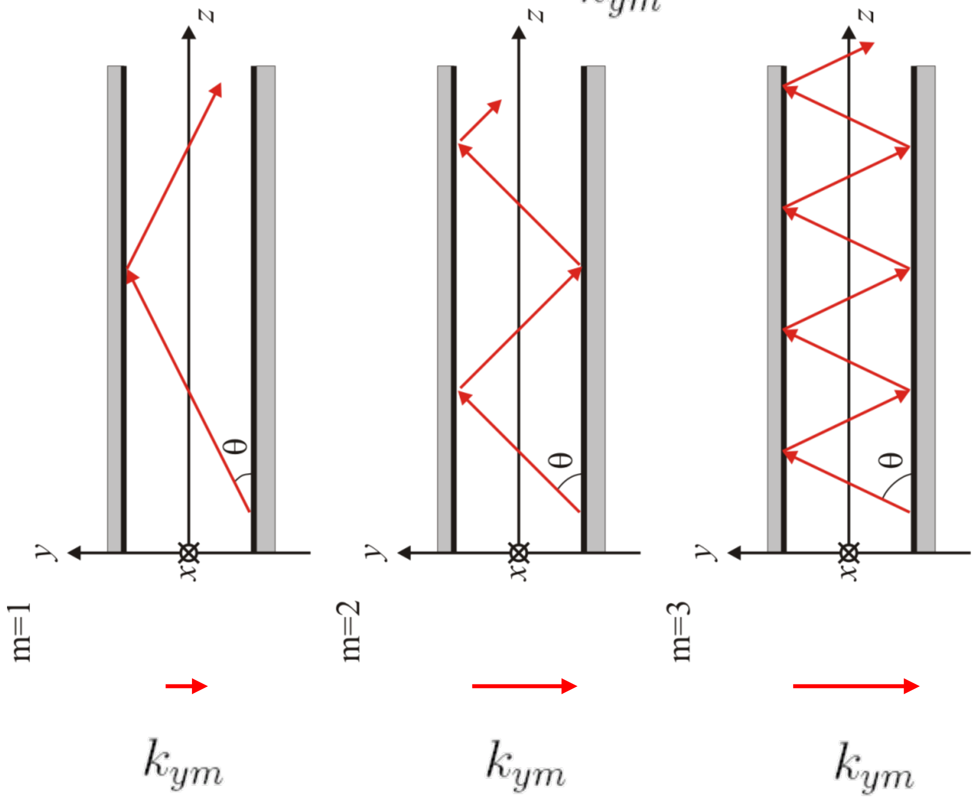


Propagation des modes

- Chaque mode est caractérisé par un vecteur transverse
- Le mode fondamentale se propage le plus vite dans le guide (zig-zague moins)
- Les modes plus élevés font beaucoup de zig-zags
- Comme $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ un petit vecteur k dans la direction transverse correspond à une grande "longueur d'onde" dans cette direction
- Inversement, un grand vecteur k dans la direction transverse correspond à une petite "longueur d'onde"



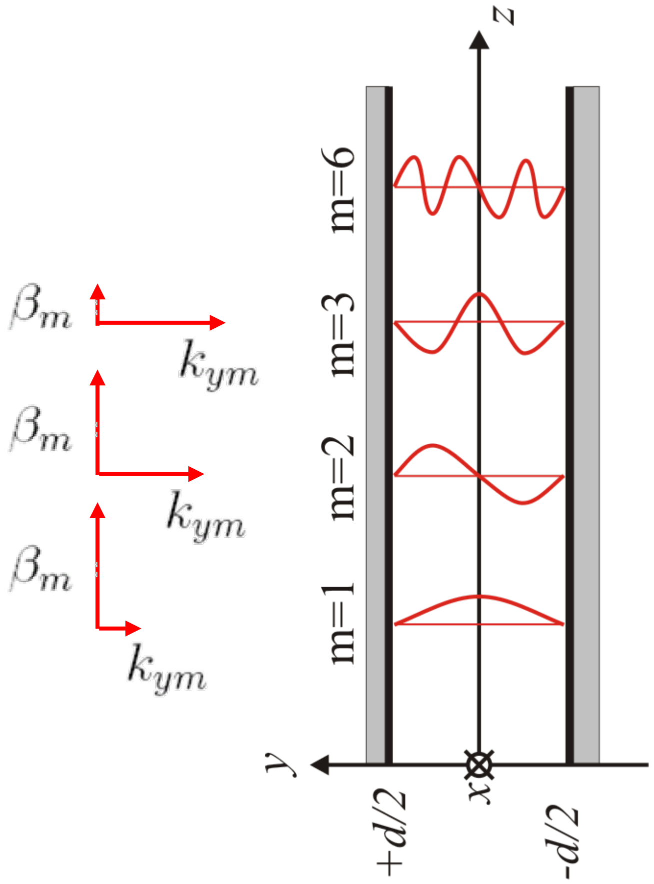
$$\beta_m^2 + k_{ym}^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$$

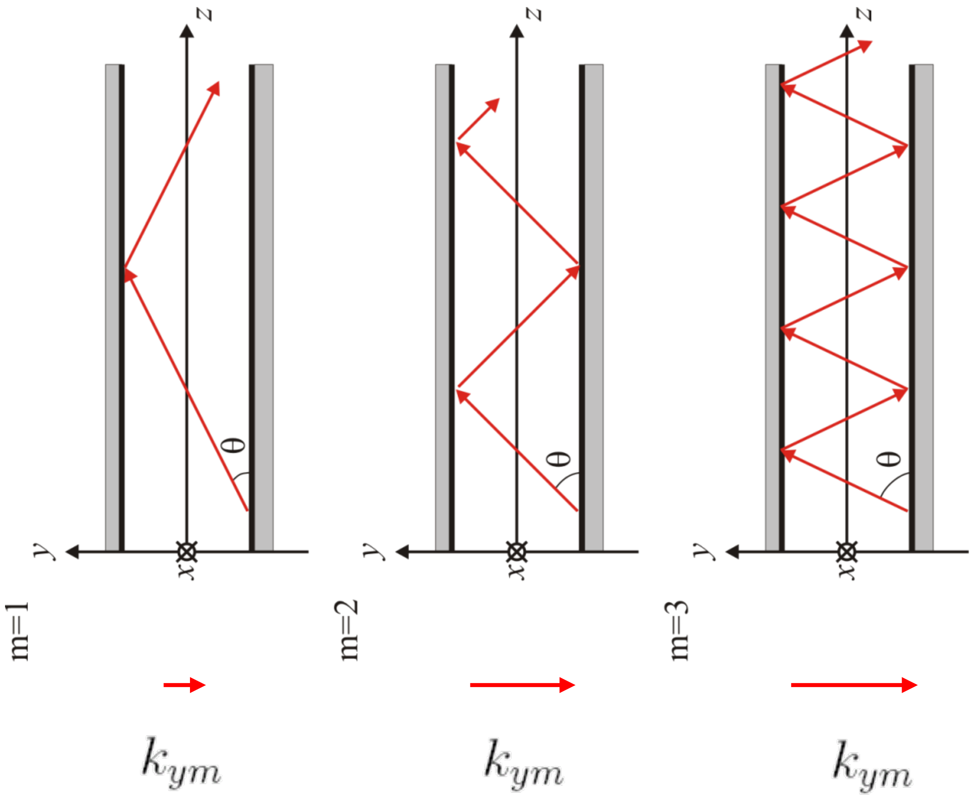


Propagation des modes

- Comme $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ un petit vecteur k dans la direction transverse correspond à une grande "longueur d'onde" dans cette direction

$$\beta_m^2 + k_{ym}^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$$

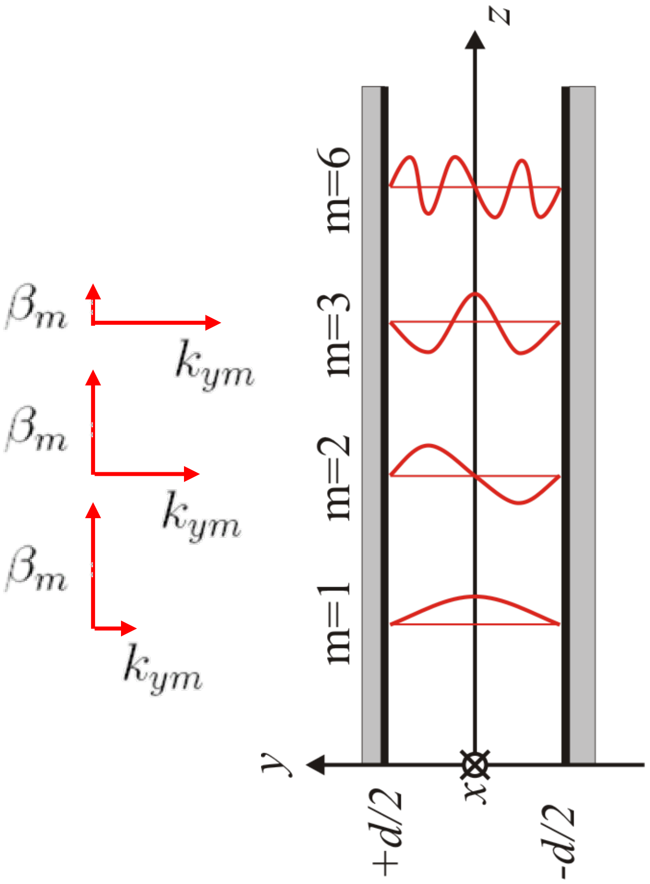


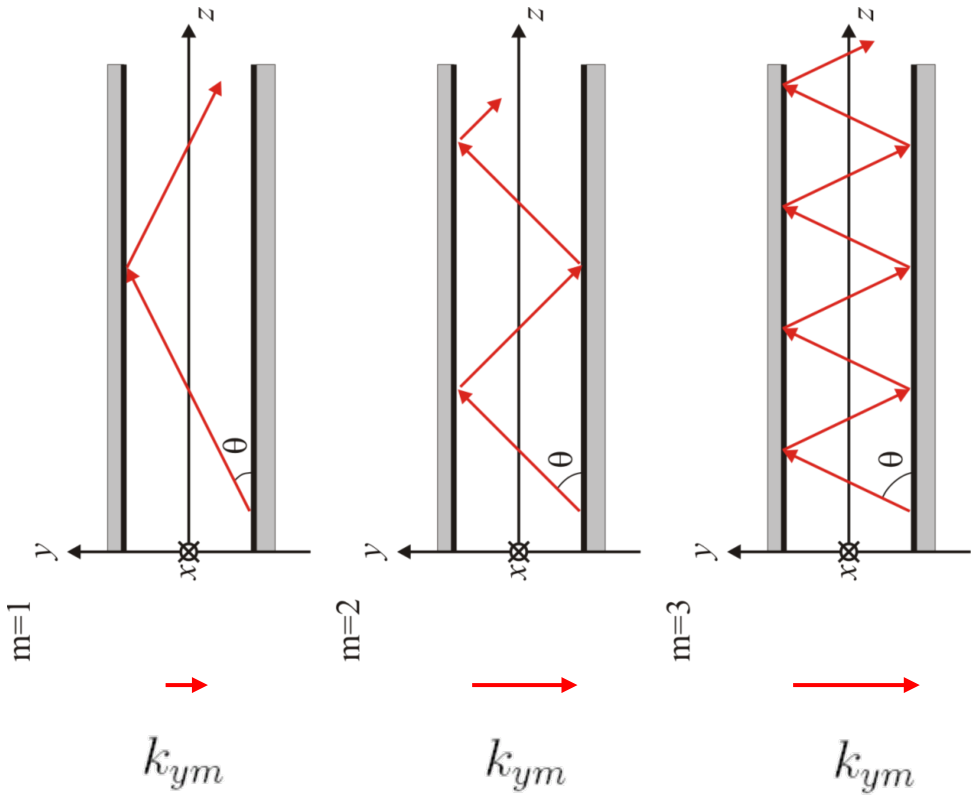


Propagation des modes

- Comme $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ un petit vecteur k dans la direction transverse correspond à une grande "longueur d'onde" dans cette direction

www.kairn.com





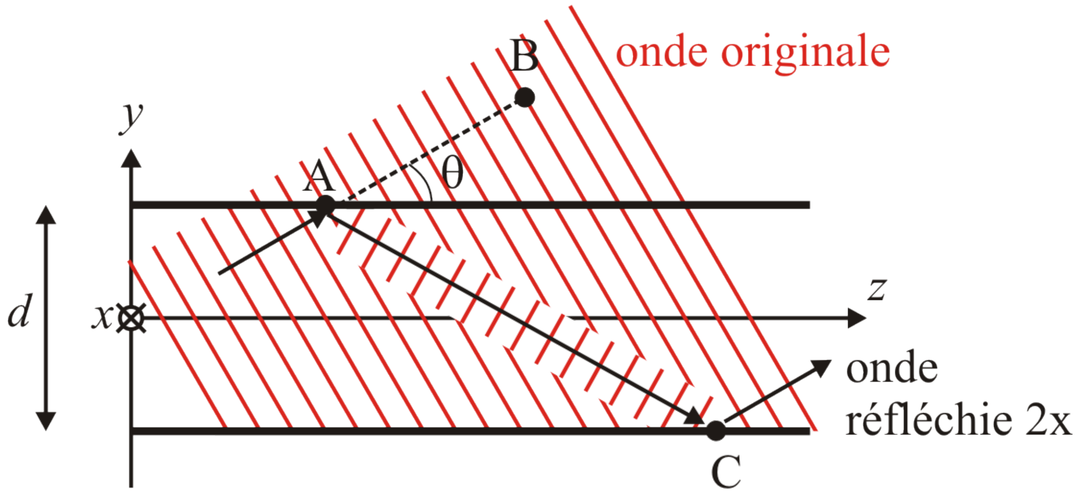
Ingénierie optique

Semaine 8 – partie 6

Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie

EPFL

Modes guidés – Calcul des vecteurs de propagation



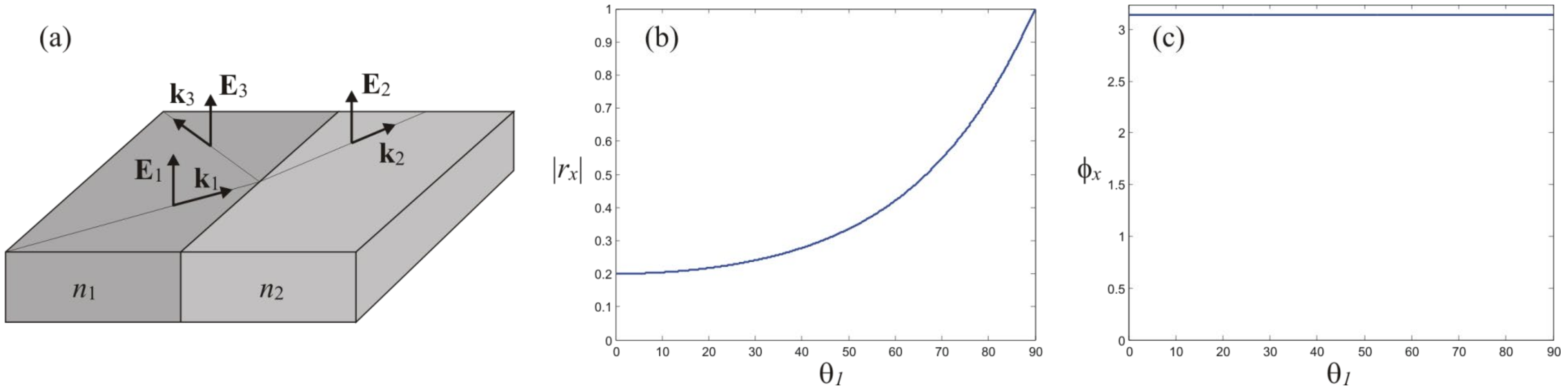
- On se concentre sur les modes TE et on cherche une condition pour avoir un mode guidé
- On impose que l'onde qui zig-zague en faisant deux réflexions successives est la même que l'onde originale (l'onde ne change pas en se propageant)
- Différence de phase de π à chaque réflexion

$$\Delta\phi = kAC - 2\pi - kAB = k(AC - AB) - 2\pi = 2\pi q \,,$$

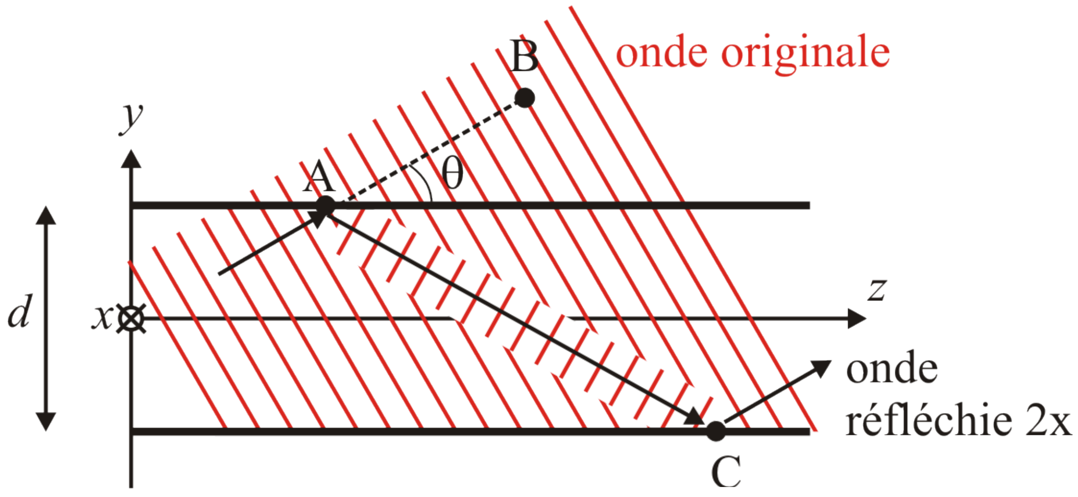
$$q = 0, 1, 2, \ldots \,.$$

Résumé d'un épisode précédent

- Réflexion externe TE $(n_1 < n_2)$ l'onde réfléchie est chaque fois déphasée de π



Modes guidés – Calcul des vecteurs de propagation



$$k(AC - AB) - 2\pi = 2\pi q$$

- On peut choisir le signe du saut de phase $\pm\pi$ à chaque réflexion
- "Un peu de géométrie" donne $AC - AB = 2d\sin\theta$
- Donc

$$k2d\sin\theta = 2\pi(q+1) \qquad q = 0, 1, 2, \ldots .$$

- Et finalement

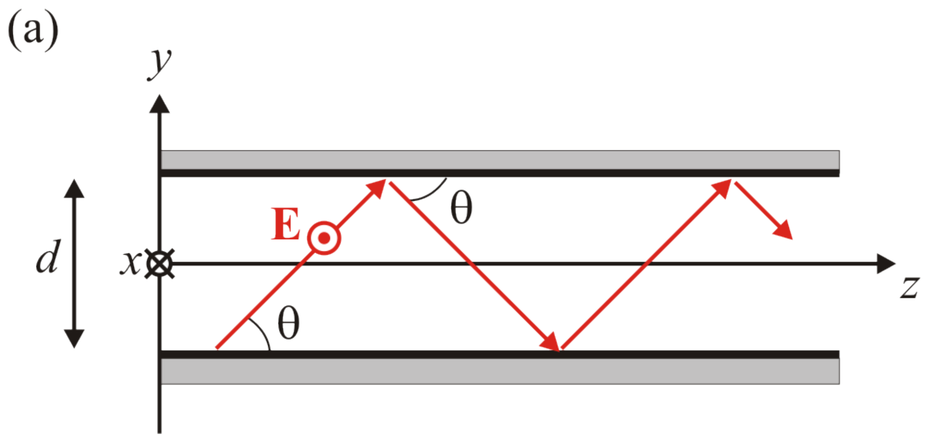
$$k2d\sin\theta = 2\pi m\,, \qquad m = 1, 2, 3, \ldots$$

Modes guidés – Calcul des vecteurs de propagation

- Pour être guidé (i.e. se propager sans changement) un mode doit donc satisfaire:

$$\boxed{sin\theta_m = m\frac{\lambda}{2d},} \qquad m = 1, 2, 3, \ldots .$$

- Quantification des modes
- Seuls des angles de propagation spécifiques θ_m sont possibles
- Pour le autres valeurs de θ l'onde ne se propage pas dans le guide



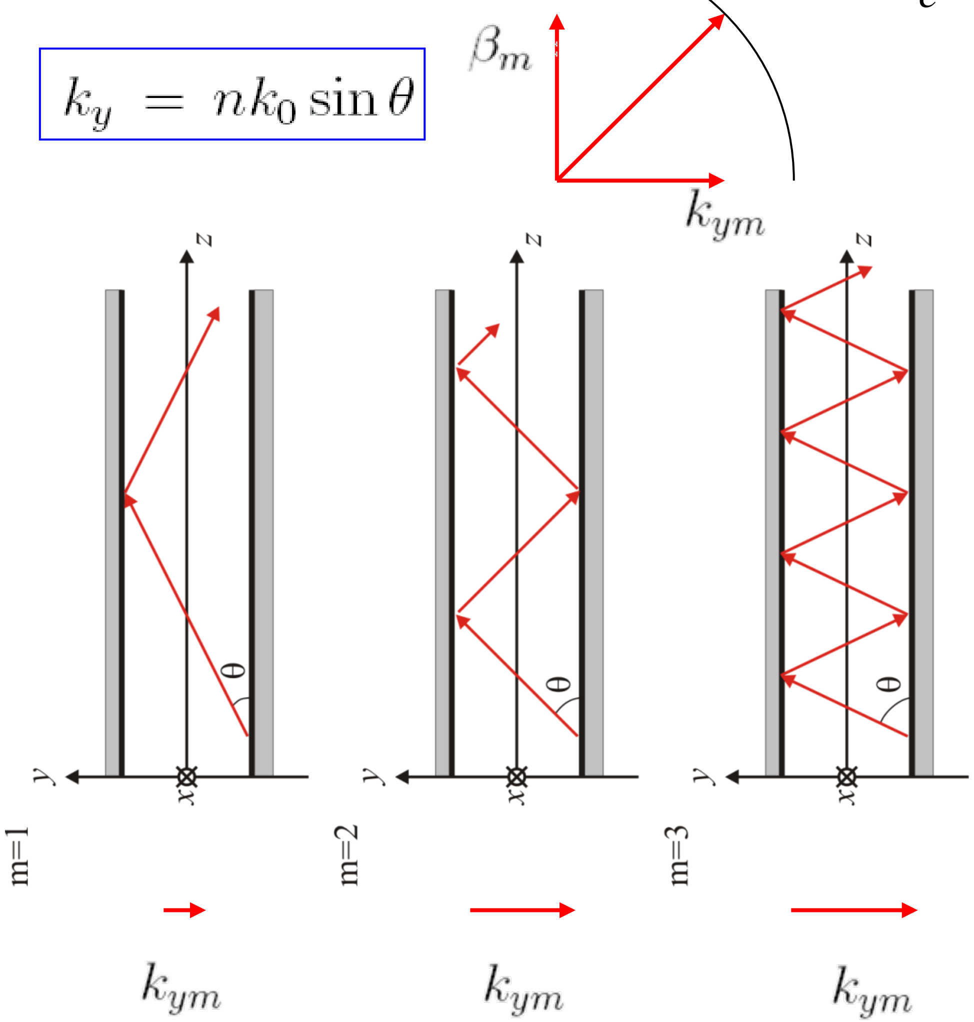
Modes guidés – Calcul des vecteurs de propagation

- Chaque mode est caractérisé par un vecteur transverse

www.kairn.com

$$\boxed{k_y = n k_0 \sin\theta}$$

$$\beta_m^2 + k_{ym}^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$$



Modes guidés – Calcul des vecteurs de propagation

- On a: $k_y = nk_0 \sin\theta$ $\quad k_0 = 2\pi / \lambda_0$ $\quad \sin\theta_m = m\dfrac{\lambda}{2d} = m\dfrac{\lambda_0}{2dn}$
- Composante transverse: $\boxed{k_{ym} = m\dfrac{\pi}{d}}$ $\quad m = 1, 2, 3, \ldots$
- Composante longitudinale: $\beta_m = k\cos\theta_m$

$$k^2 = k_{ym}^2 + \beta_m^2 \qquad \beta_m^2 = k^2 - \frac{m^2\pi^2}{d^2} \qquad m = 1, 2, 3, \ldots$$

- Construction géométrique: