

# Ingénierie optique

---

## Semaine 5 – partie 1

Olivier J.F. Martin  
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie



# Holographie

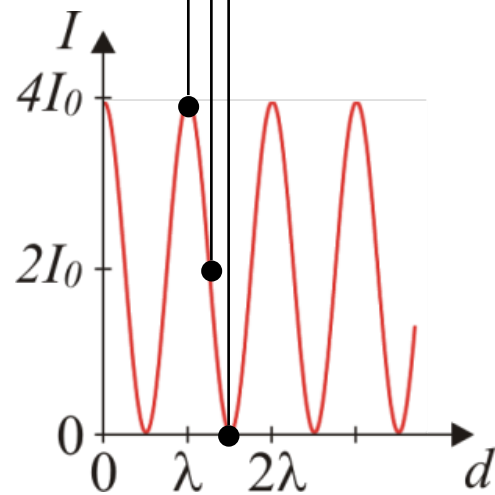
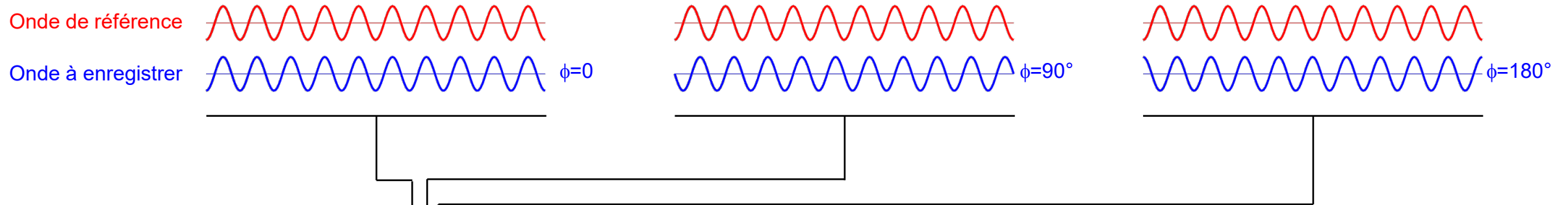
- La phase d'une onde nous dit combien l'onde a voyagé, elle permet donc de reconstruire le trajet de l'onde en 3D
- Une photo n'enregistre que l'intensité, comment enregistrer l'amplitude et la phase?
- L'holographie enregistre justement l'amplitude et la phase d'une onde objet

Fig. 1.7. Professor Gabor with his holographic portrait; this hologram was produced by R. Rinehart at the McDonnell Douglas Electronics Company in 1971, using a pulsed laser.

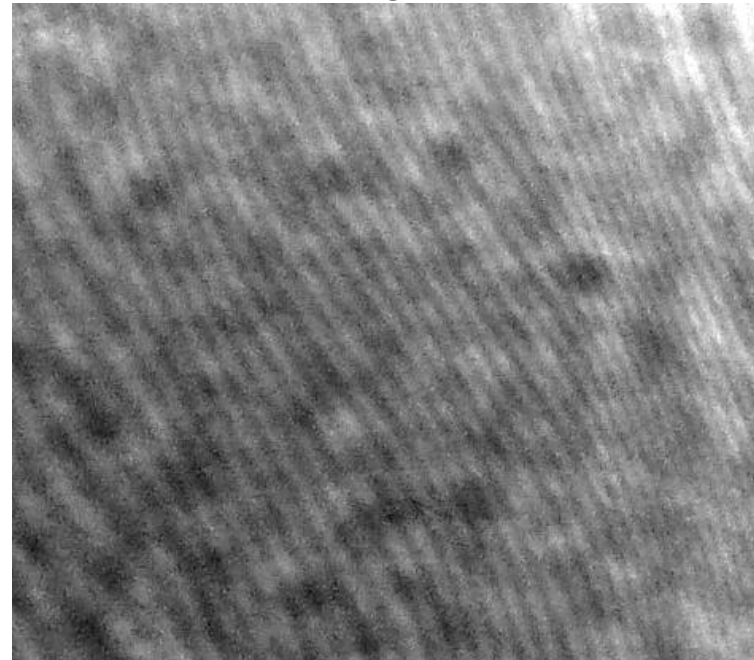


# Holographie

- Pour enregistrer l'amplitude et la phase d'une onde, on fait une interférence avec une onde de référence et on enregistre l'interférence, plutôt que l'onde originale



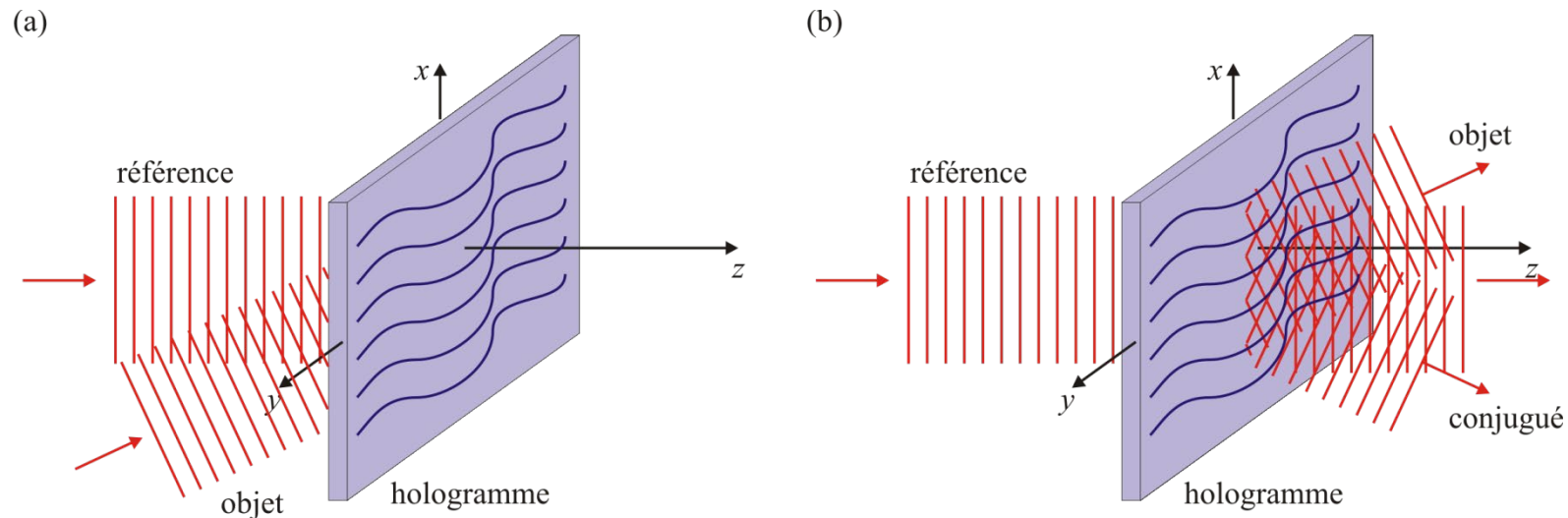
Surface d'un hologramme



# Hologramme

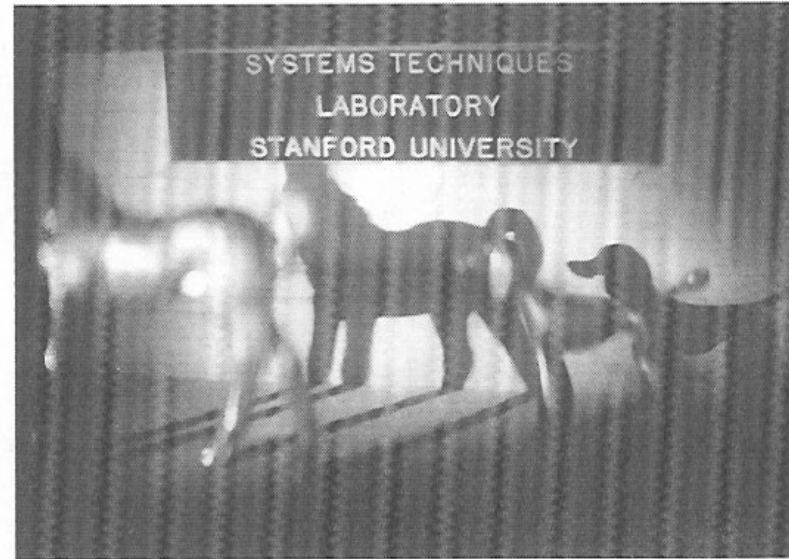
- Onde objet monochromatique complexe (amplitude + phase)  $U_o(x, y)$
- On enregistre l'onde complexe en faisant une interference avec une onde de référence:  
$$t \propto |U_o + U_r|^2 = |U_r|^2 + |U_o|^2 + U_r^* U_o + U_r U_o^* = I_r + I_o + U_r^* U_o + U_r U_o^* .$$
- On lit l'image en illuminant avec la même onde de reference:

$$U = U_r t \propto U_r I_r + U_r I_o + I_r U_o + U_r^2 U_o^* .$$

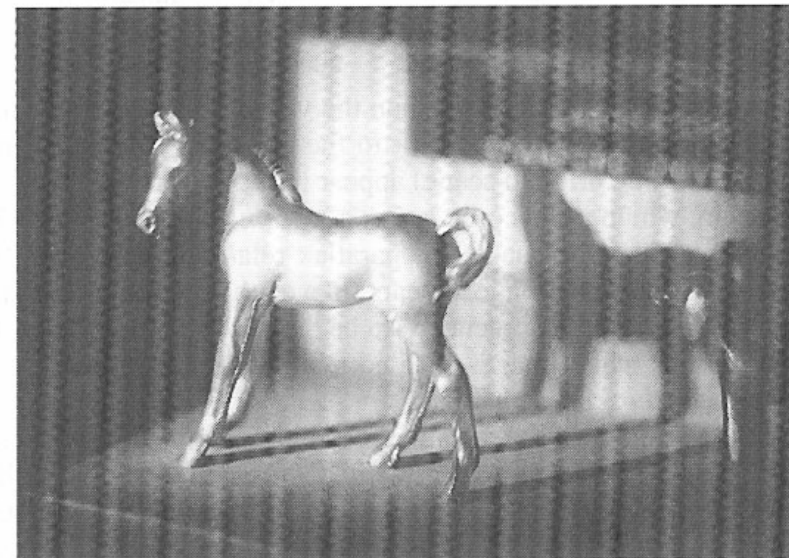


## L'objet 3D est recréé en entier

- En observant (ou en prenant en photo) l'hologramme, on peut mettre au point sur différentes parties (le premier plan, l'arrière plan, etc...)
- L'hologramme représente donc l'objet en entier, avec son amplitude et sa phase



(a)

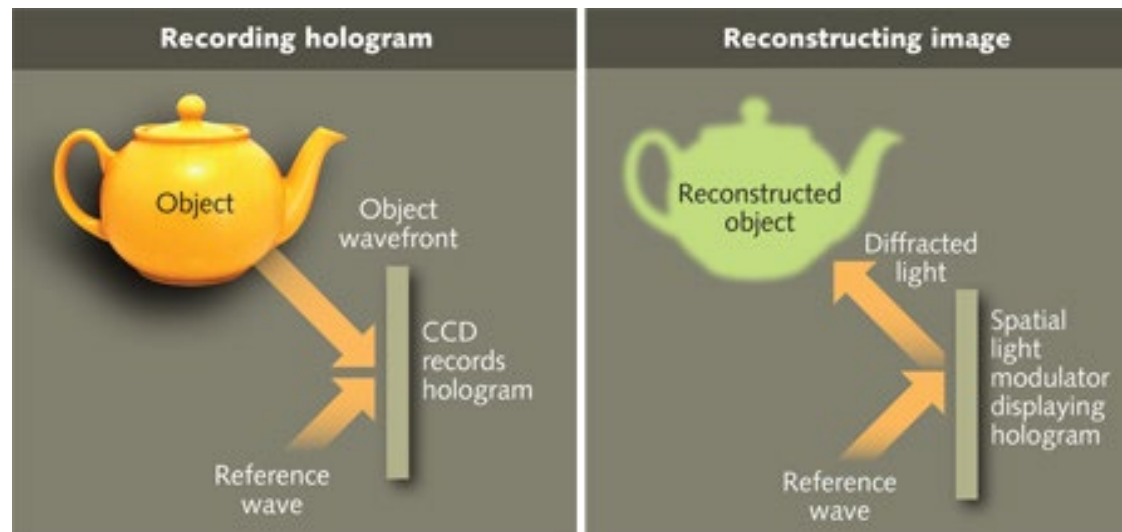
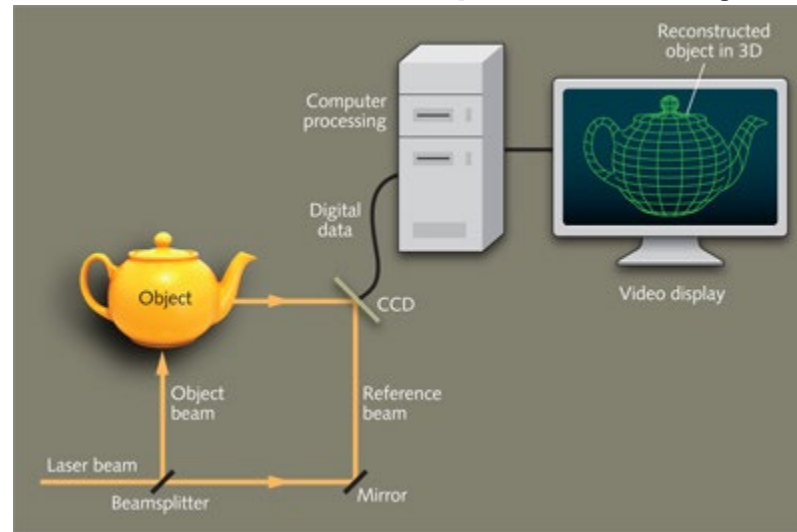


(b)

J.W. Goodman, Introduction to Fourier Optics (2<sup>nd</sup> Ed. Mc Graw Hill, 1996)

# Holographie digitale

- On peut enregistrer l'hologramme sur une caméra CCD ou même calculer l'hologramme à partir d'un modèle numérique de l'objet

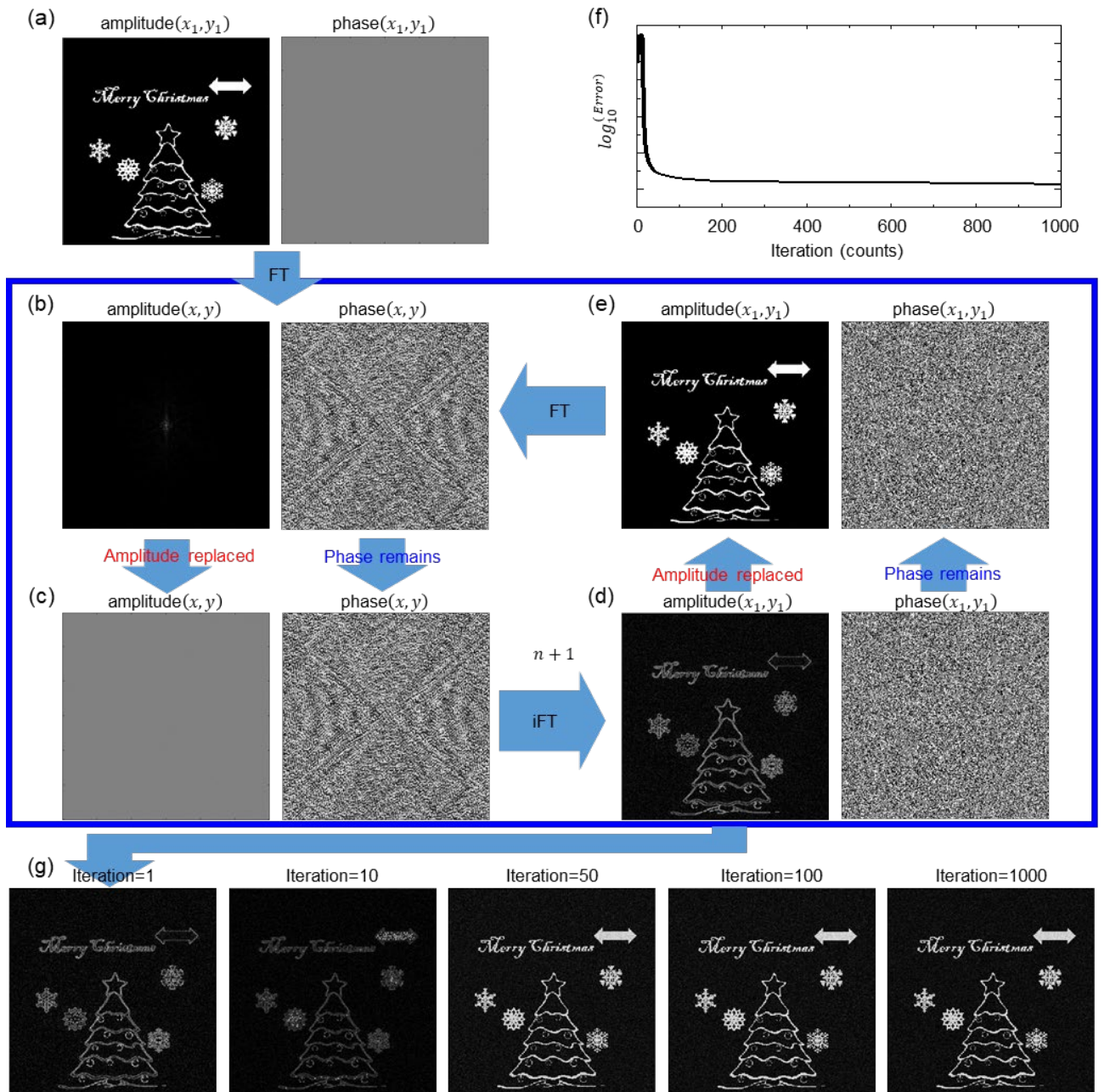
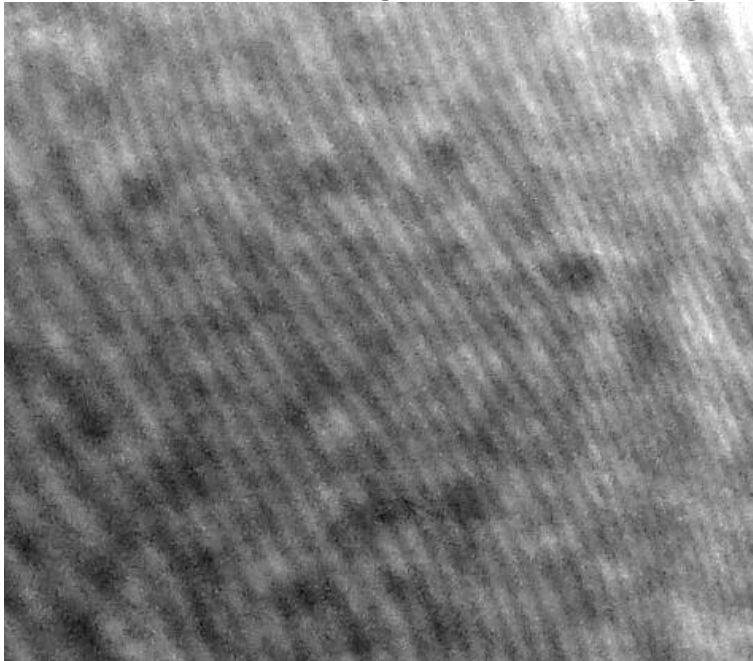


laserfocusworld.com

# Holographie digitale

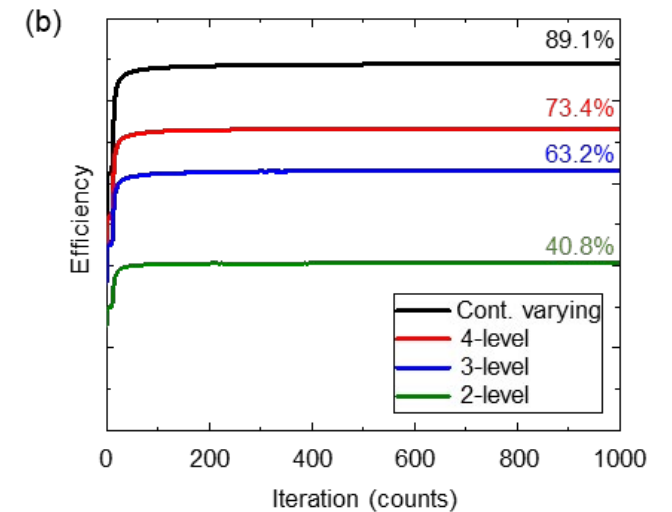
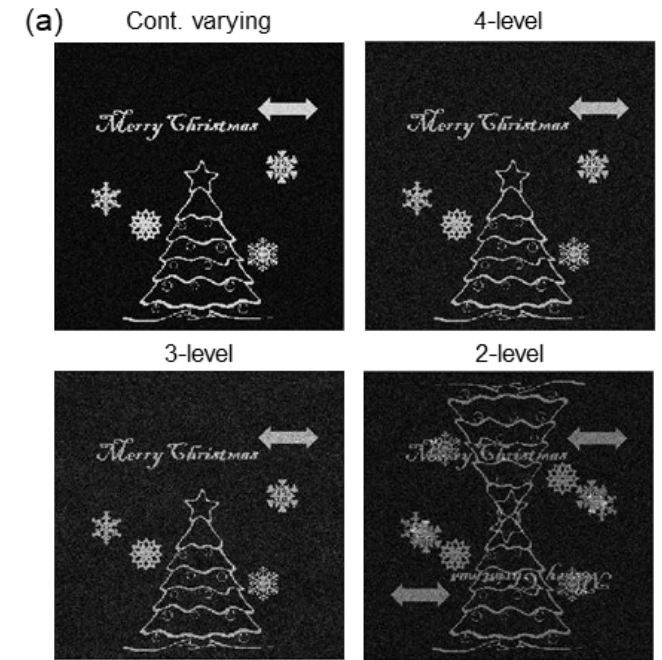
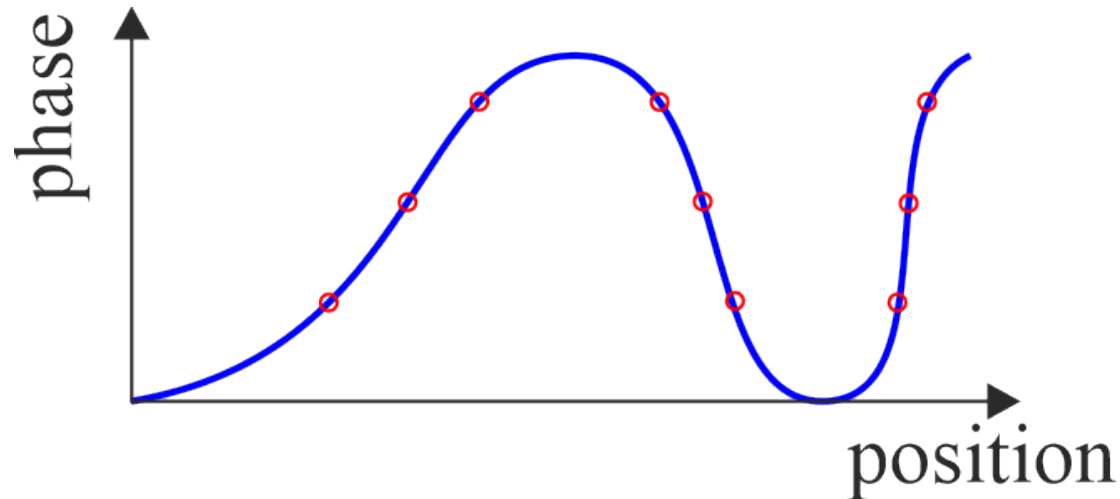
- Il est possible de créer un hologramme «digital» dans lequel on discrétise la phase uniquement ou l'amplitude uniquement

Surface d'un hologramme analogique



# Holographie digitale

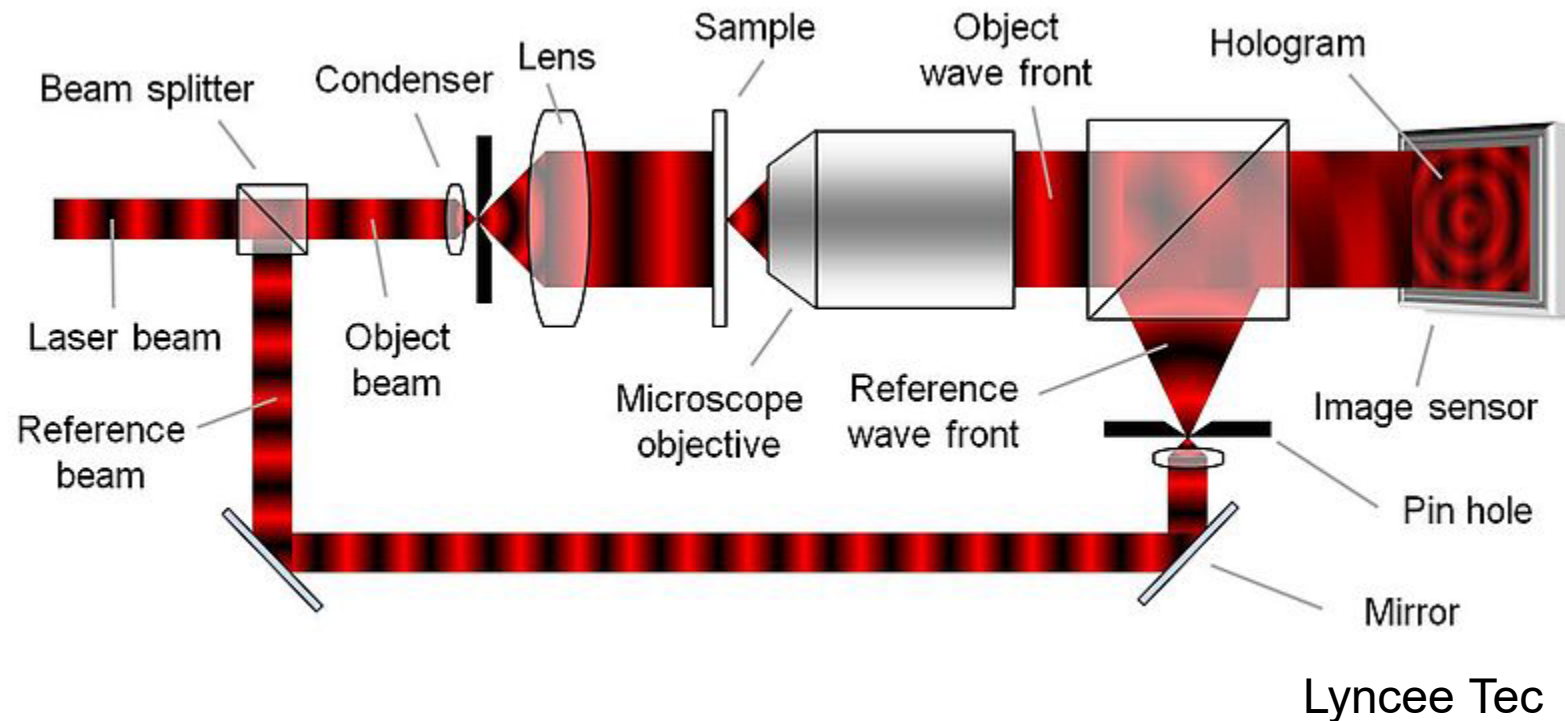
- Comme la phase n'est pas continue, la reproduction est moins précise, cependant même avec un nombre très réduit de phase discrètes, il est possible d'obtenir une bonne idée de l'objet





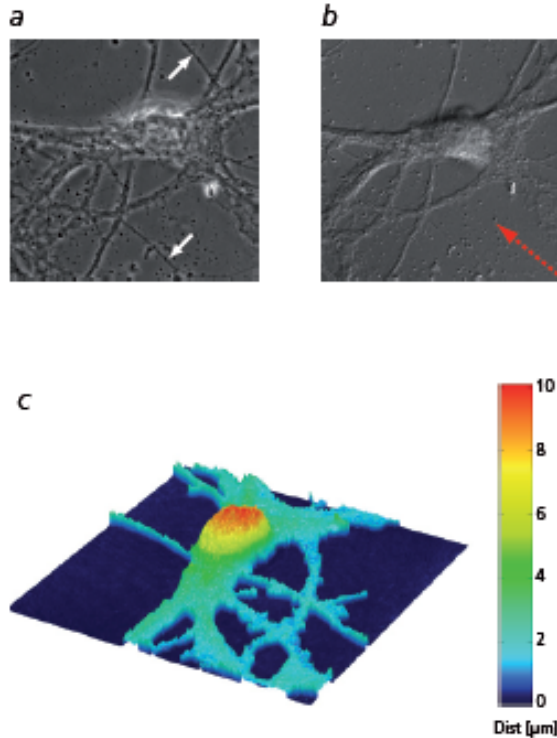
# Microscopie holographique digitale

- On enregistre un hologramme de l'échantillon
- On peut ensuite reconstruire l'objet en 3D
- Lyncéetec, issue de la microtechnique EPFL, leader mondial dans la microscopie holographique digitale



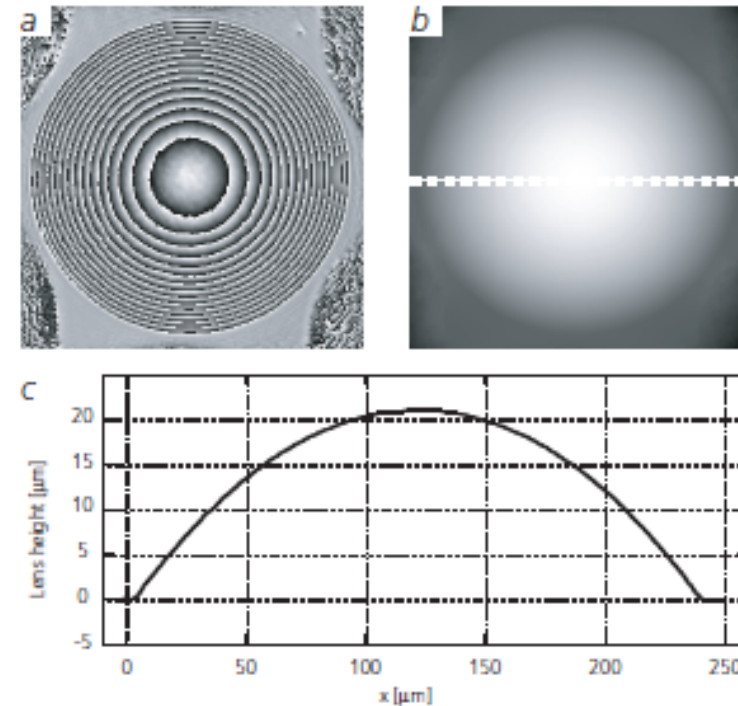
# Microscopie holographique digitale

- Cellules vivantes:



**Figure 1:** Images of a living mouse cortical neuron in culture: a) dark PhC image; b) DIC image; c) perspective image in false colors of the phase distribution obtained with the DHM™ T1000.

- Micro-lentilles

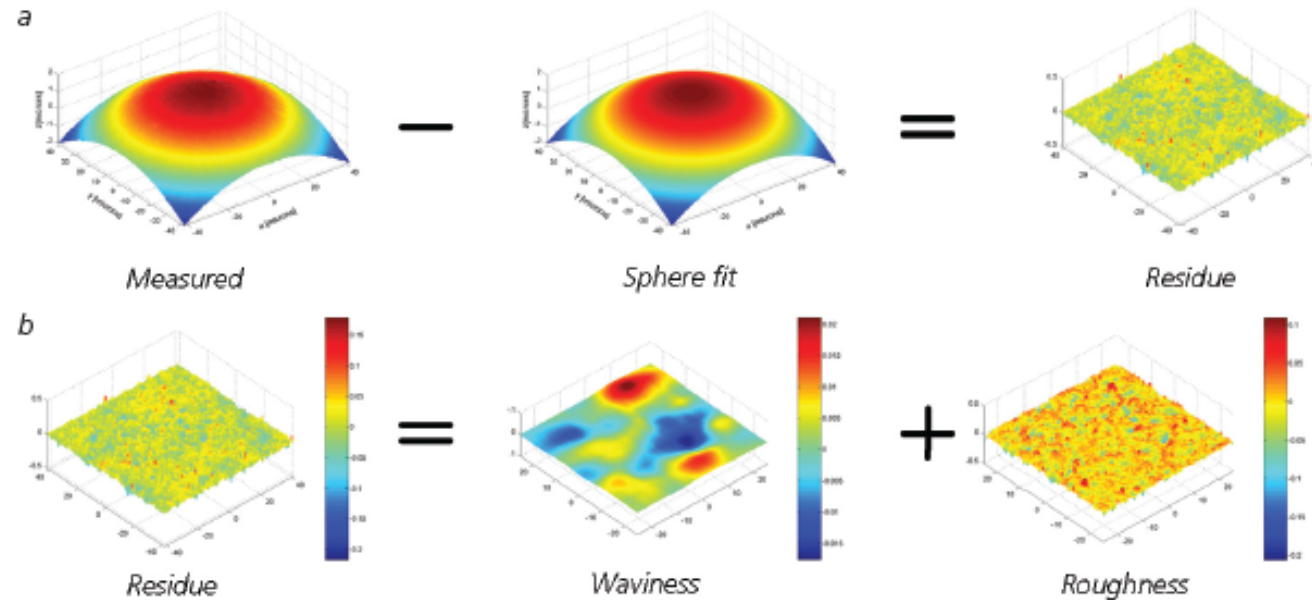


**Figure 1:** Phase images of a quartz refractive transmission lens (diameter  $240\mu\text{m}$ , maximal height  $21.15\mu\text{m}$ , measured ROC  $351\mu\text{m}$ ) obtained with DHM™ T1000: (a) wrapped, (b) unwrapped and (c) height profile taken along the dashed line in (b).

Lyncee Tec

# Microscopie holographique digitale

- Rugosité de surface (pour une sphère):



**Figure 1:** (a) Form factor removal principle: a spherical fit is subtracted to the measured surface to obtain the residual surface.

(b) Roughness surface determination: the residual surface is decomposed in two parts by frequency: the waviness is composed of the low frequencies and the roughness of the high ones.

# Mémoire holographique

- Permet de stocker une grande quantité d'information en utilisant le volume du matériau de stockage et en enregistrant différents objets avec différentes ondes de référence, voire différentes longueurs d'onde
- En principe, on peut stocker 1 bit par unité de volume  $\lambda^3$
- Soit 500 MB par  $\text{mm}^3$ , pour  $\lambda=633 \text{ nm}$  (laser He-Ne)

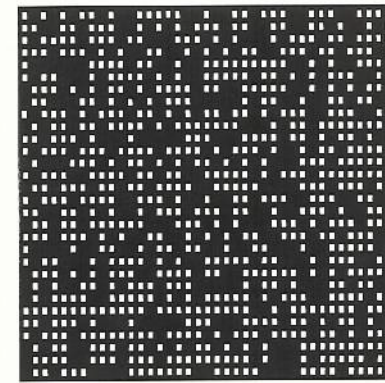
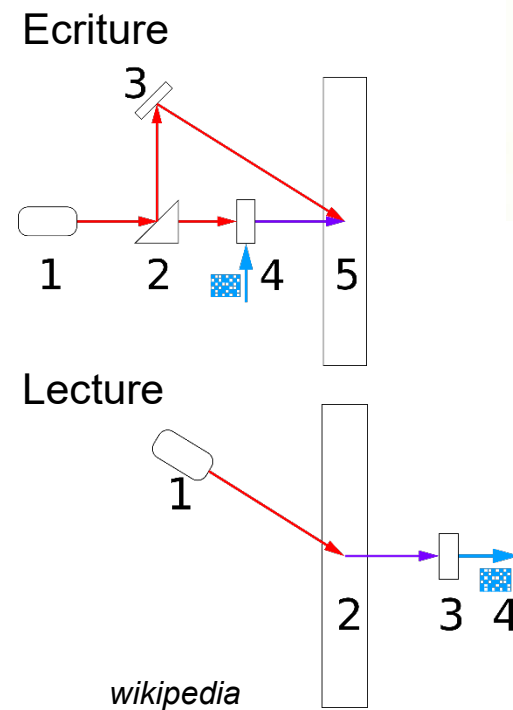


Fig. 1. A section of a page of binary data, representing what would appear on the spatial light modulator. A typical page would contain  $1024 \times 1024$  bits, and the size of each bit cell would be  $15\text{--}20 \mu\text{m}$

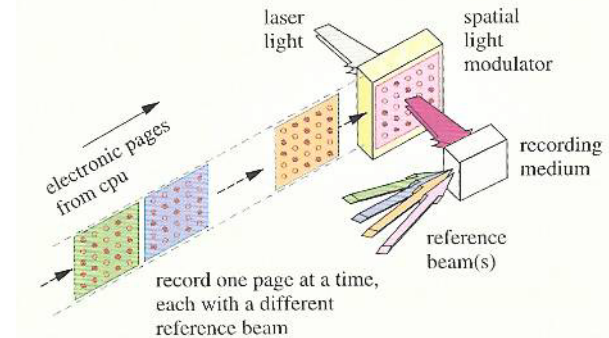


Fig. 2. Recording of digital data using angular multiplexing

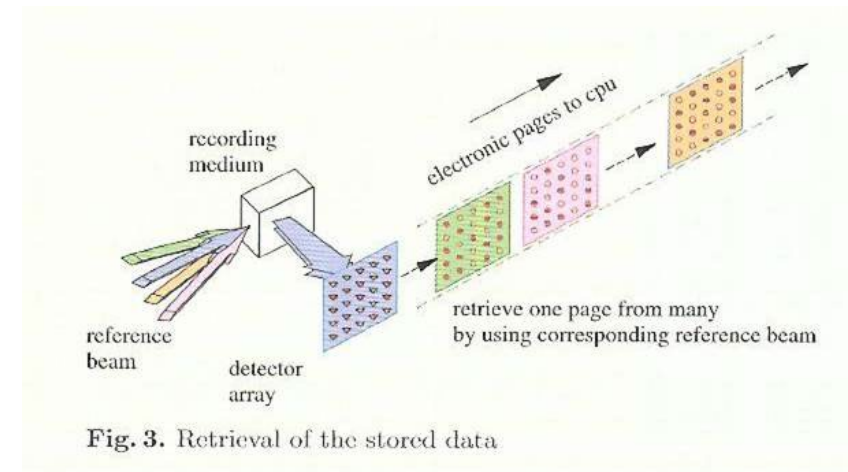
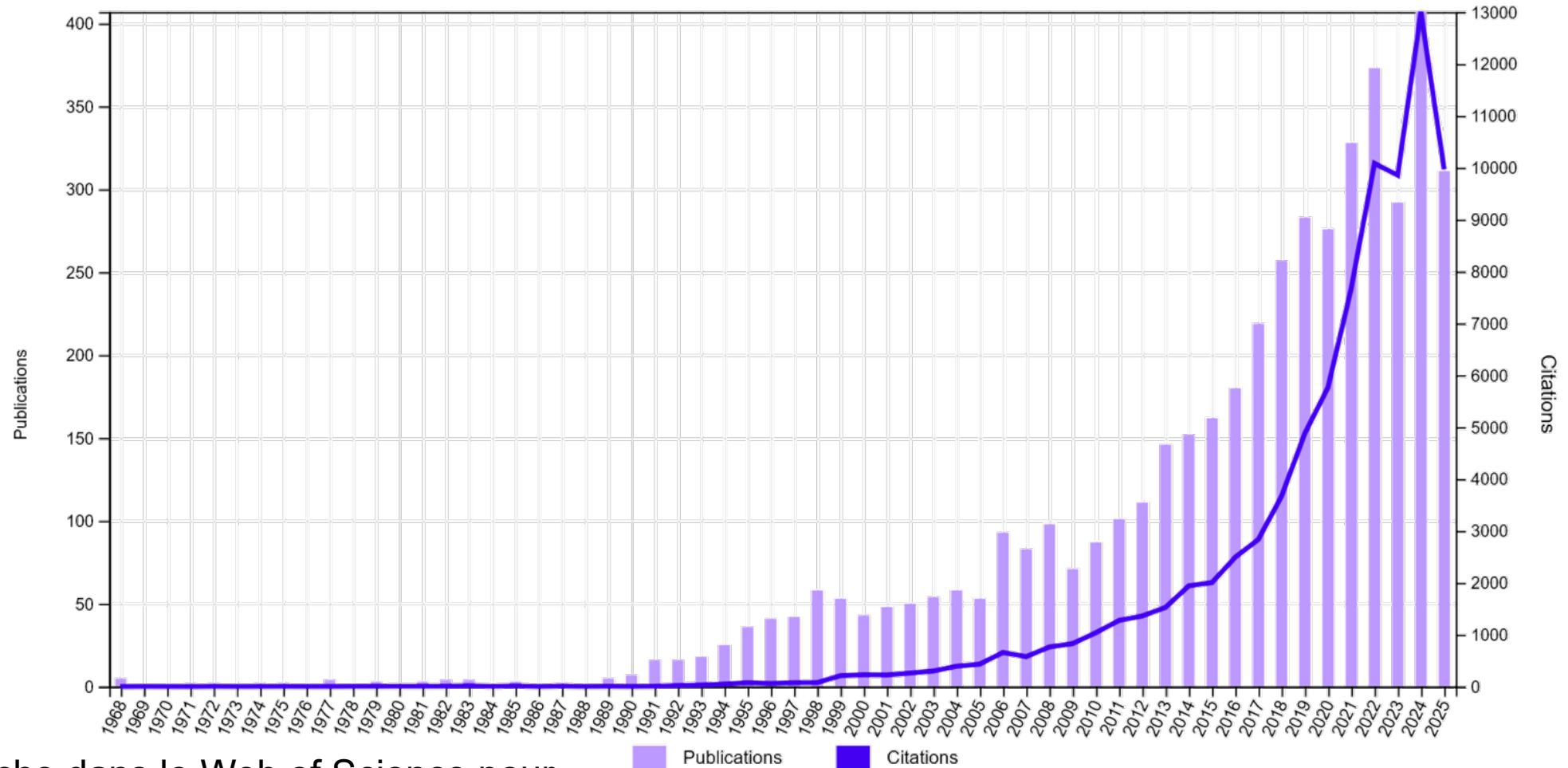


Fig. 3. Retrieval of the stored data

# Holographic displays

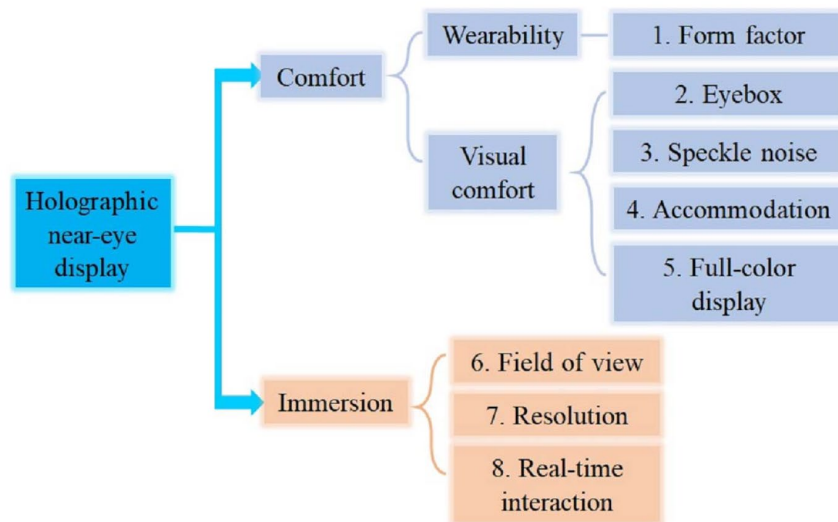
- Un sujet de recherche intense avec des applications en réalité augmentée et virtuelle



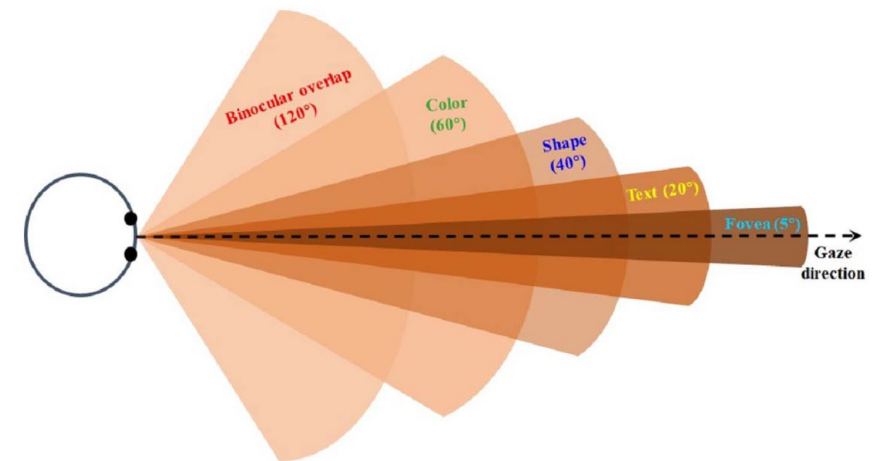
Recherche dans le Web of Science pour  
“holographic display”, octobre 2024

## Toward the next-generation VR/AR optics: a review of holographic near-eye displays from a human-centric perspective

CHENLIANG CHANG,<sup>1</sup> KISEUNG BANG,<sup>2</sup> GORDON WETZSTEIN,<sup>3</sup> BYOUNGHO LEE,<sup>2</sup> AND LIANG GAO<sup>1,\*</sup>



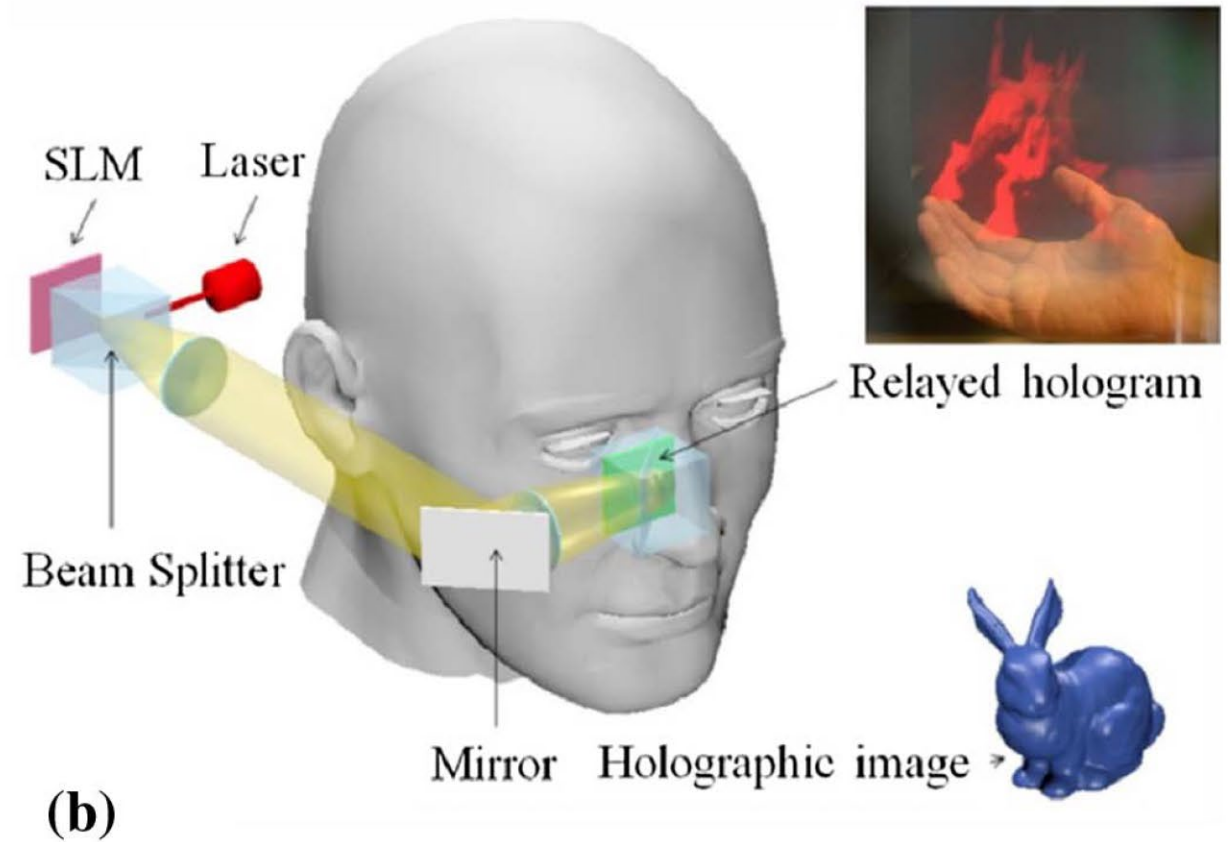
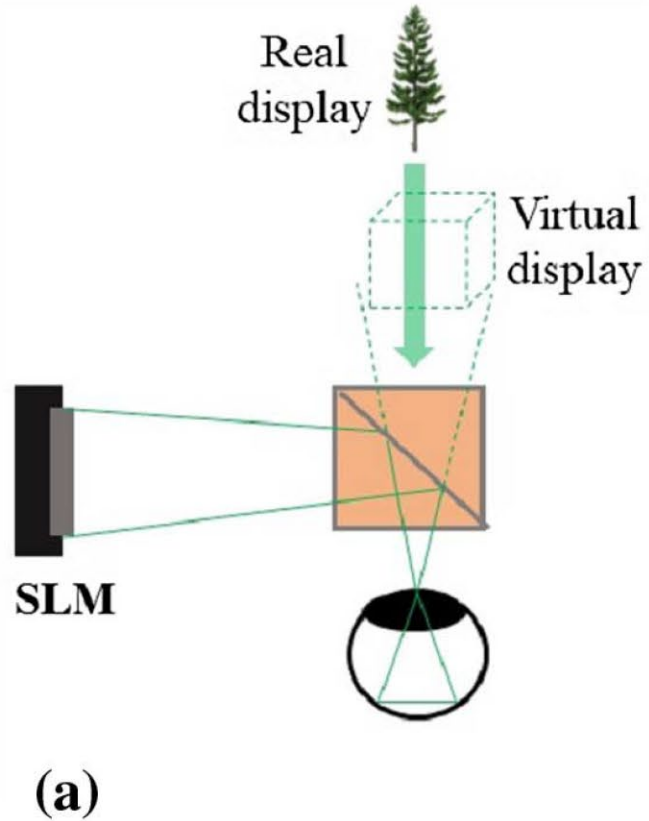
**Fig. 1.** Categorization of holographic near-eye displays from the human-centric perspective.



**Fig. 2.** Visual fields of the human eye.

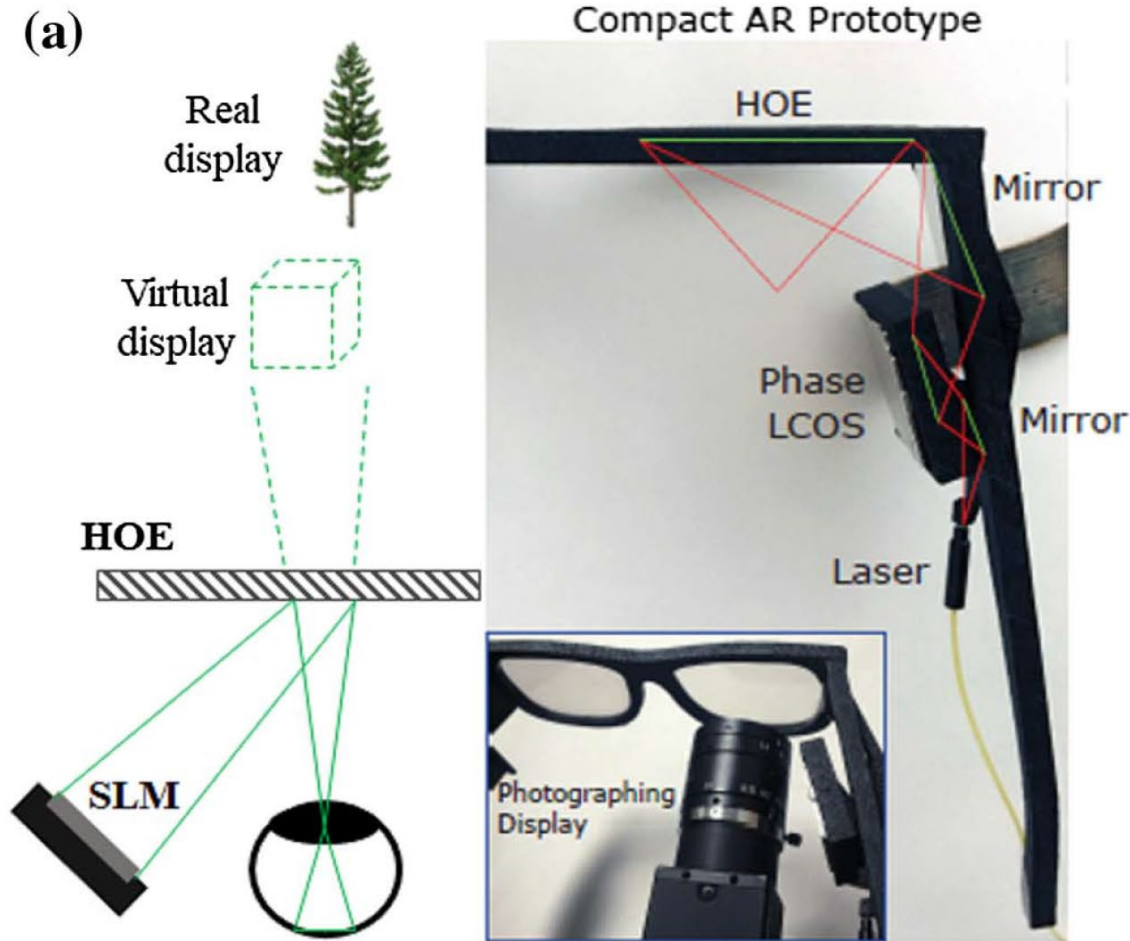
# Holographic displays

- Deux composants principaux: spatial light modulator (SLM) et beam splitter

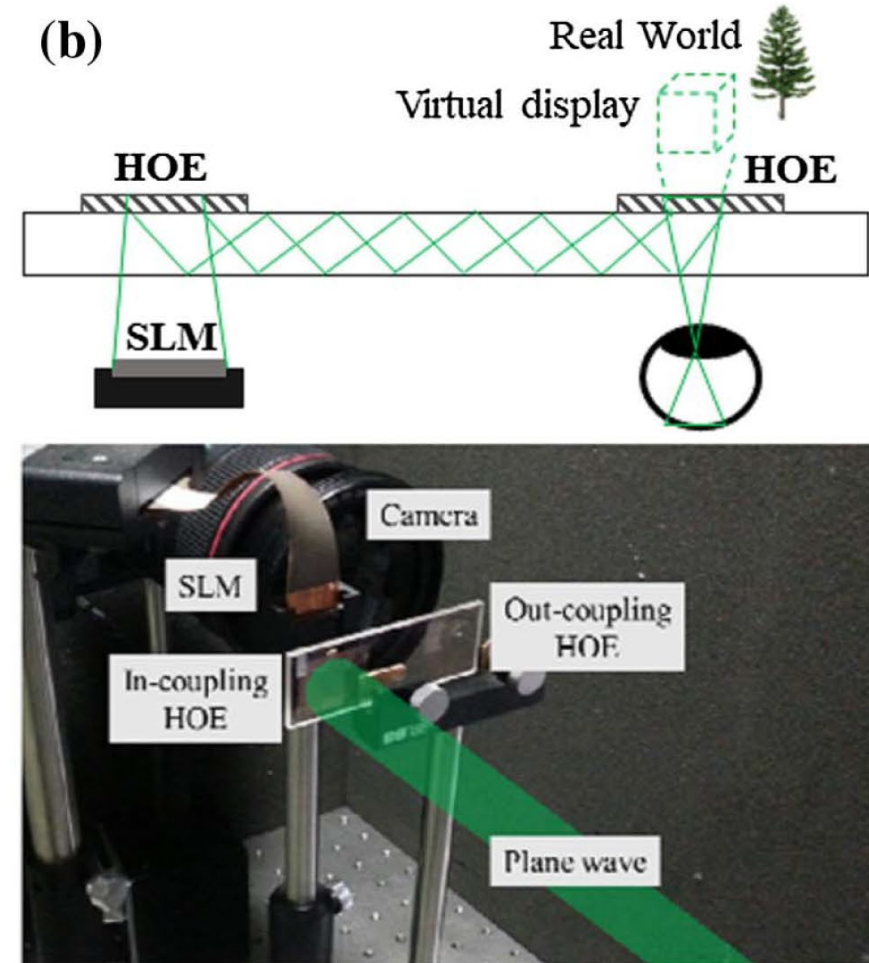


# Holographic displays

- Deux composants principaux: spatial light modulator (SLM) et beam splitter



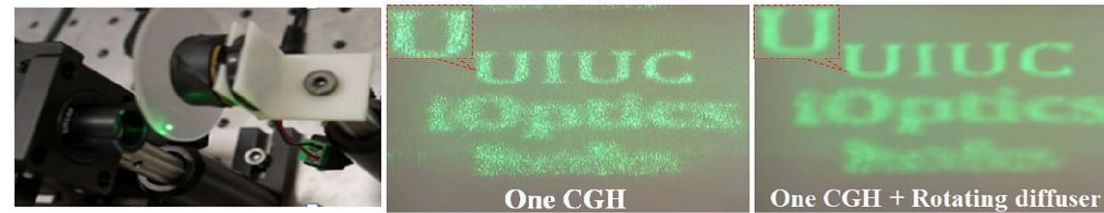
**Off-axis HOE see-through combiner**



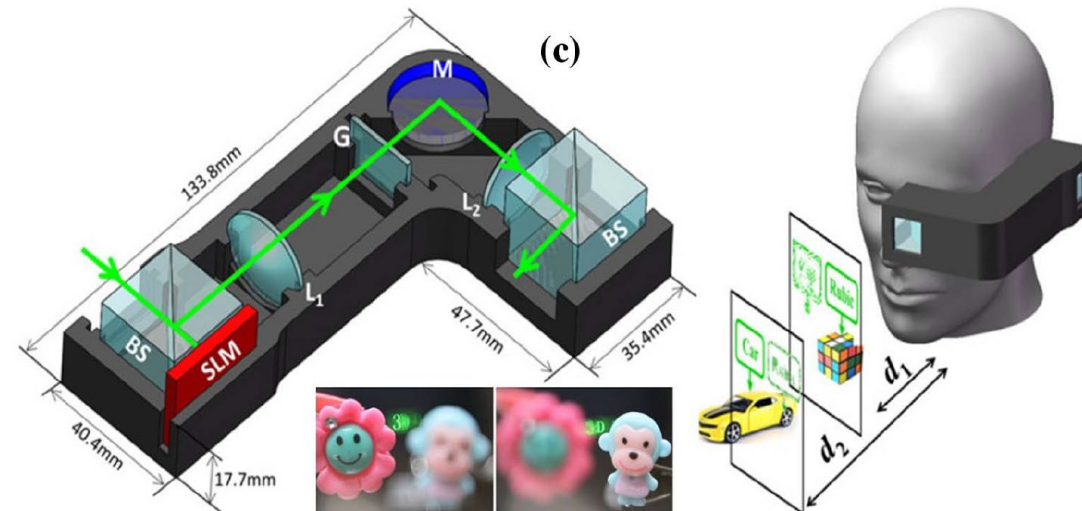
**Waveguide HOE see-through combiner**

# Holographic displays

- La cohérence du laser produit du speckle qui détériore l'image et doit être éliminé



CGH: computer generated hologram



# Ingénierie optique

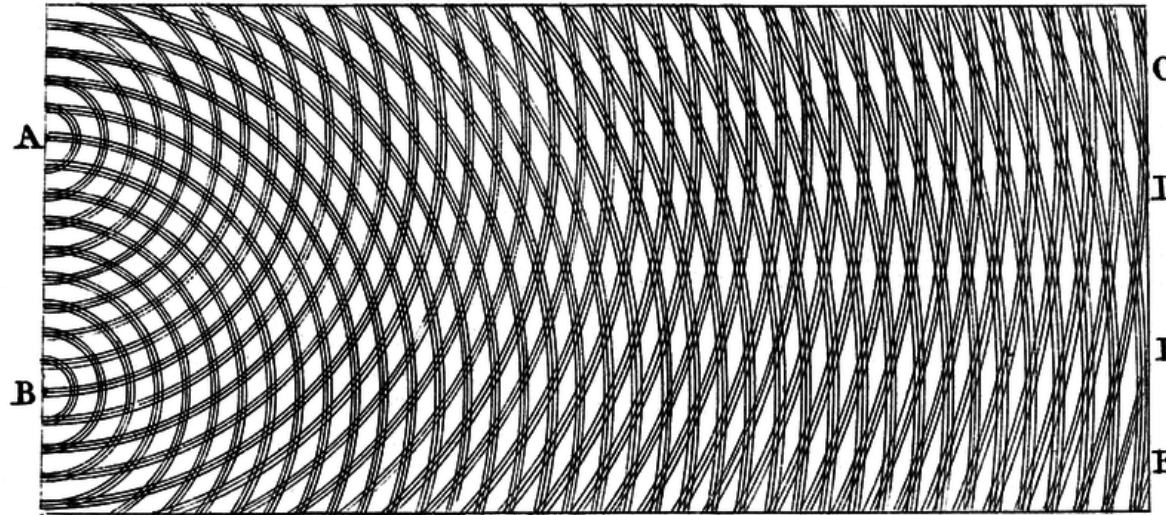
---

## Semaine 5 – partie 2

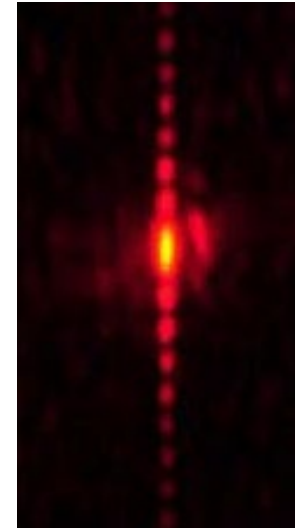
Olivier J.F. Martin  
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie



## De l'interférence à la diffraction



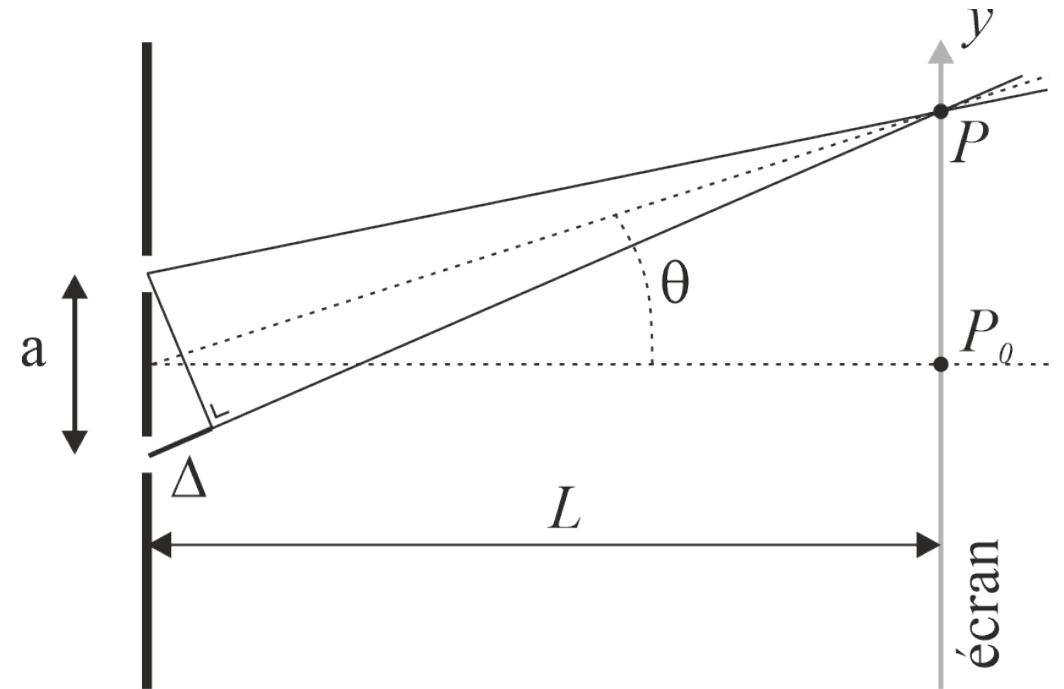
Dessin original de Thomas Young pour la diffraction par deux fentes



- En 1802, Thomas Young a démontré le caractère ondulatoire de la lumière en faisant une expérience sur une double fente
- Chaque fente est suffisamment étroite pour qu'elle agisse comme source d'ondes sphériques harmoniques
- A grande distance, on obtient une série de taches claires et sombres, correspondant à des interférences constructives et destructives

## Expérience de Young

- Angle d'observation  $\theta$
- On suppose le point d'observation  $P$  suffisamment loin pour repérer les différences de chemins seulement par l'angle intermédiaire  $\theta$ :  $\Delta = a \sin \theta$
- Cette approximation est valable si  $L \gg a$



- Interférences constructives:  $a \sin \theta = m\lambda$ ,  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$
- Interférences destructives:  $a \sin \theta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$ ,  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$
- Différence de phase entre les chemins optiques:  $\phi = k\Delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta$

# Expérience de Young

- On peut supposer que l'intensité produite par chaque fente est la même  $I_0$
- Equation d'interférence:

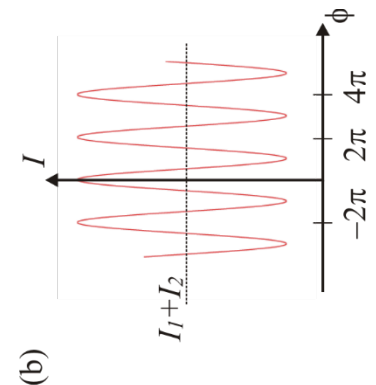
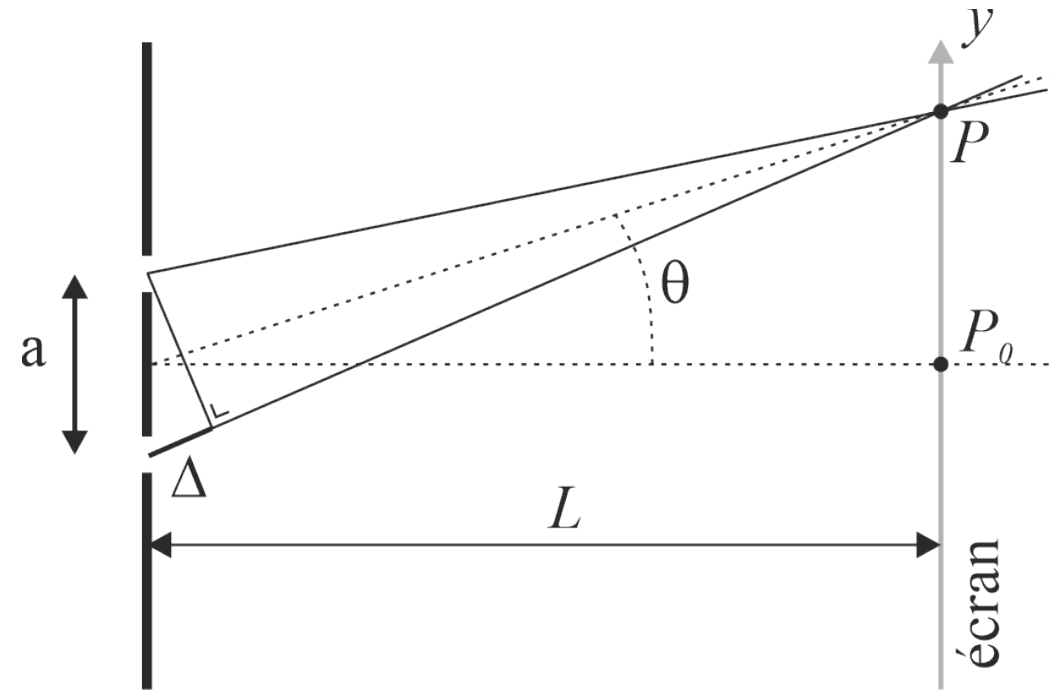
$$I = 4I_0 \cos^2(\phi / 2) = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}\right)$$

- Pour les petits angles ( $L \gg y$ ), on peut approximer  $\sin \theta \simeq \tan \theta = y / L$

- Intensité sur l'écran:  $I(y) = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\pi a y}{\lambda L}\right) \quad L \gg a, y$

- Maximas d'intensité  $y_m = \frac{m\lambda L}{a} \quad (m=0 : \text{maximum au centre en } P_0)$

- Espacement des franges:  $\Delta y = y_{m+1} - y_m = \frac{\lambda L}{a}$

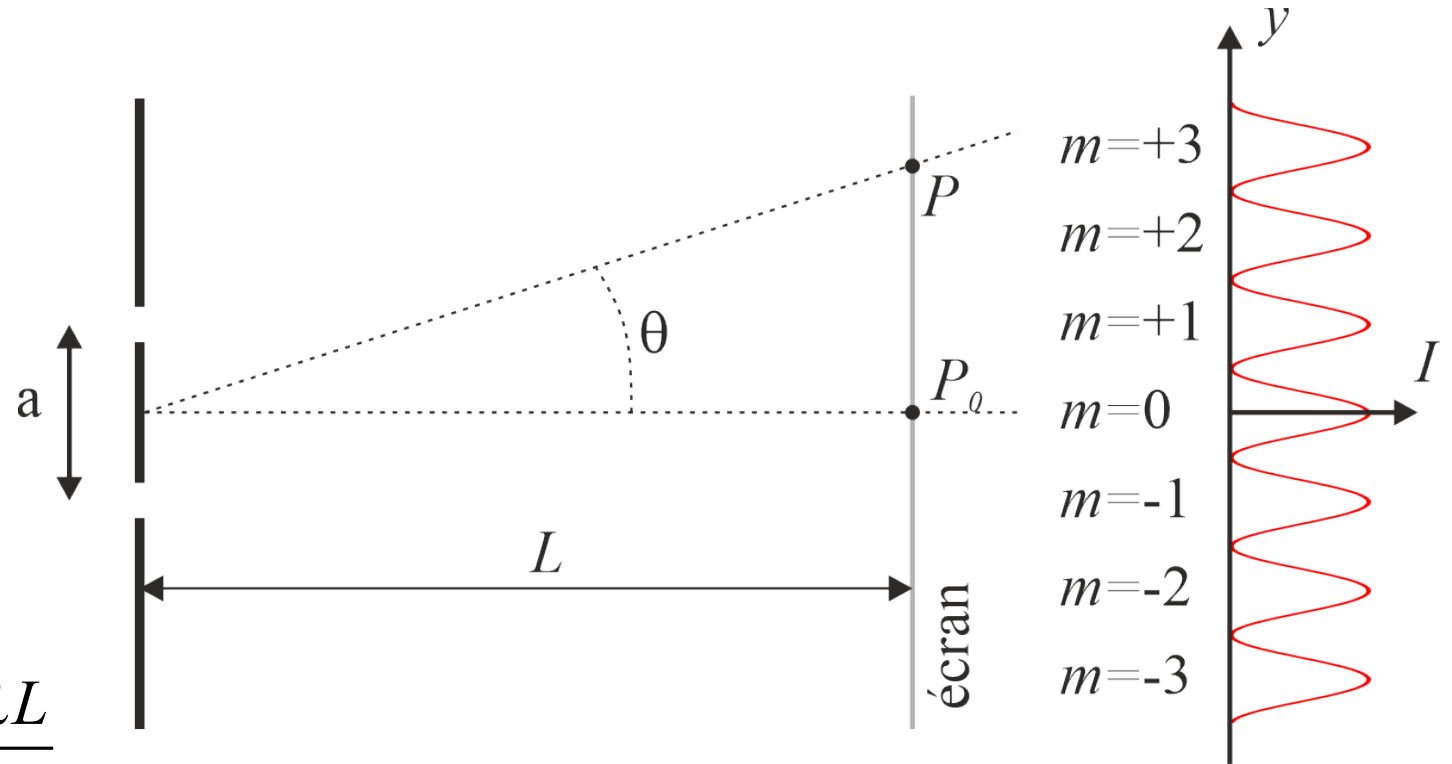


# Expérience de Young

$$I(y) = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\pi a y}{\lambda L}\right) \quad L \gg a, y$$

- Maximas:  $y_m = \frac{m\lambda L}{a}$

- Espacement:  $\Delta y = y_{m+1} - y_m = \frac{\lambda L}{a}$



- En mesurant l'espacement, on peut déterminer un des paramètres (par exemple la longueur d'onde) en connaissant les deux autres paramètres ( $a$  et  $L$ )
- Dans l'expérience, on remarque que l'intensité des franges est modulée; ce fait provient de la taille finie des fentes et s'obtient dans le cadre de la diffraction

# Ingénierie optique

---

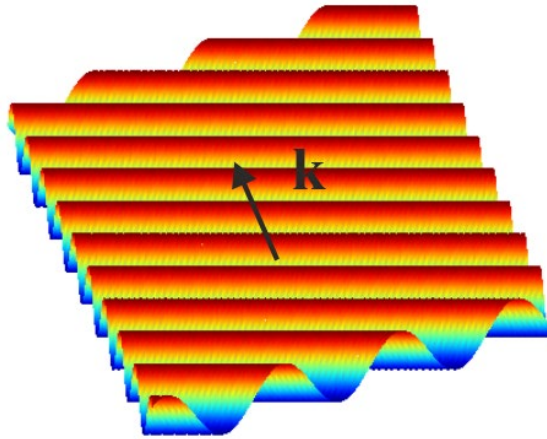
## Semaine 5 – partie 3

Olivier J.F. Martin  
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie



## Onde plane harmonique

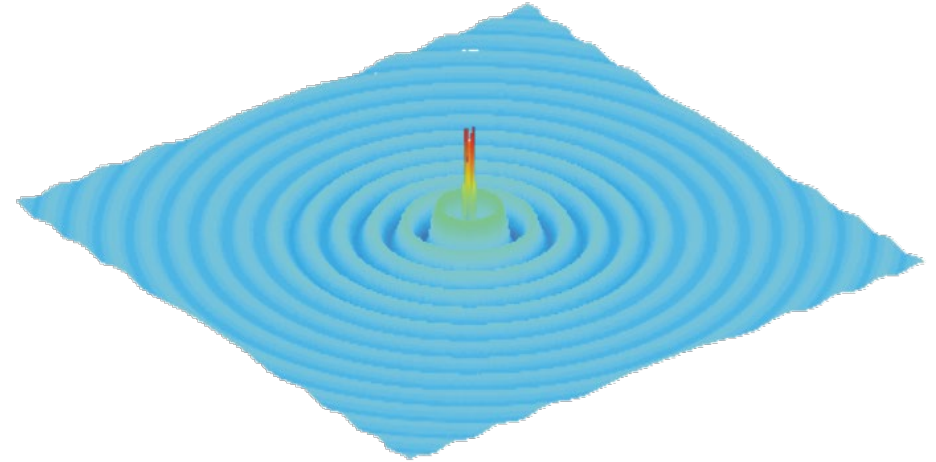
$$U(\mathbf{r}, t) = Ae^{-j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} e^{j\omega t}$$



- S'exprime en coordonnées cartésiennes
- S'étend à l'infini et a donc une énergie infinie!
- Onde rétrograde  $U(\mathbf{r}, t) = Ae^{+j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} e^{j\omega t}$

## Onde sphérique harmonique

$$U(\mathbf{r}, t) = \frac{A}{\|\mathbf{r}\|} e^{-j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} e^{j\omega t}$$



- S'exprime en coordonnées sphériques
- Diverge à l'origine!
- Intensité décroît avec le carré de la distance
- Onde entrante  $U(\mathbf{r}, t) = \frac{A}{\|\mathbf{r}\|} e^{+j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} e^{j\omega t}$

## Diffraction de Fraunhofer – Fente mince

- On divise l'ouverture en éléments  $dy'$
- Qui produisent des ondes sphériques au point  $P$

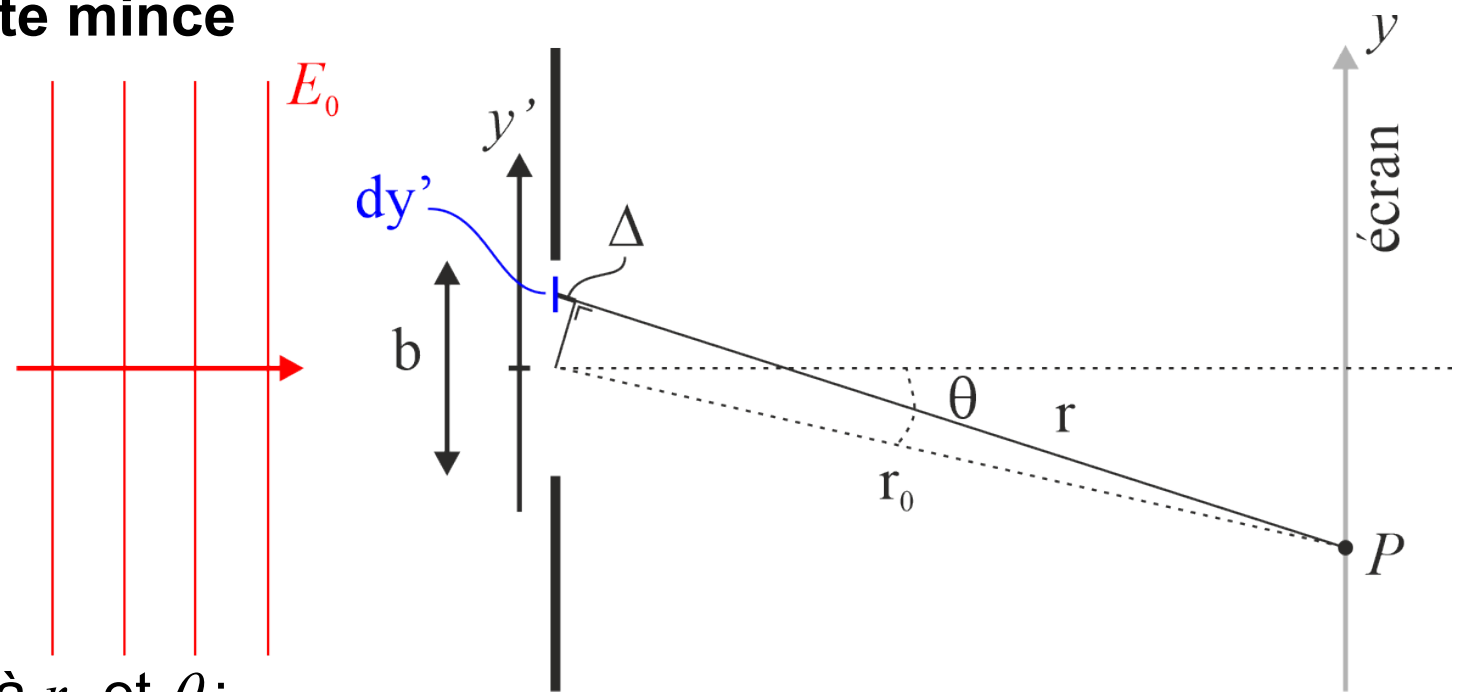
$$dE_P = \left( \frac{E_0 dy'}{r} \right) e^{j(-kr + \omega t)}$$

- On exprime le tout par rapport à  $r_0$  et  $\theta$ :

$$dE_P = \left( \frac{E_0 dy'}{r_0 + \Delta} \right) e^{j(-k(r_0 + \Delta) + \omega t)} = \left( \frac{E_0 dy'}{r_0 + \Delta} \right) e^{j(-kr_0 + \omega t)} e^{-jk\Delta}$$

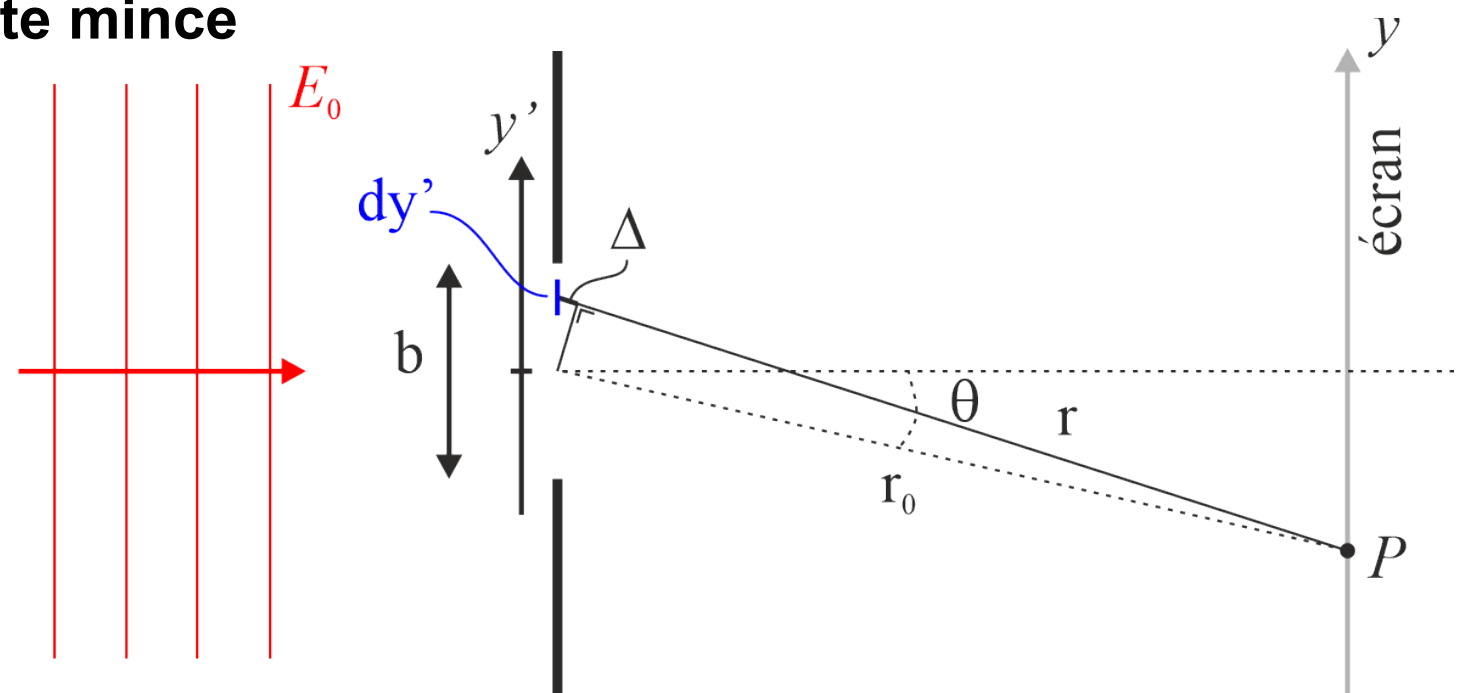
- En supposant la distance grande entre l'ouverture et l'écran, on peut approximer

$$dE_P \simeq \left( \frac{E_0 dy'}{r_0} \right) e^{j(-kr_0 + \omega t)} e^{-jky' \sin \theta}$$



# Diffraction de Fraunhofer – Fente mince

- Le champ au point  $P$  s'obtient en intégrant sur la longueur de la fente:



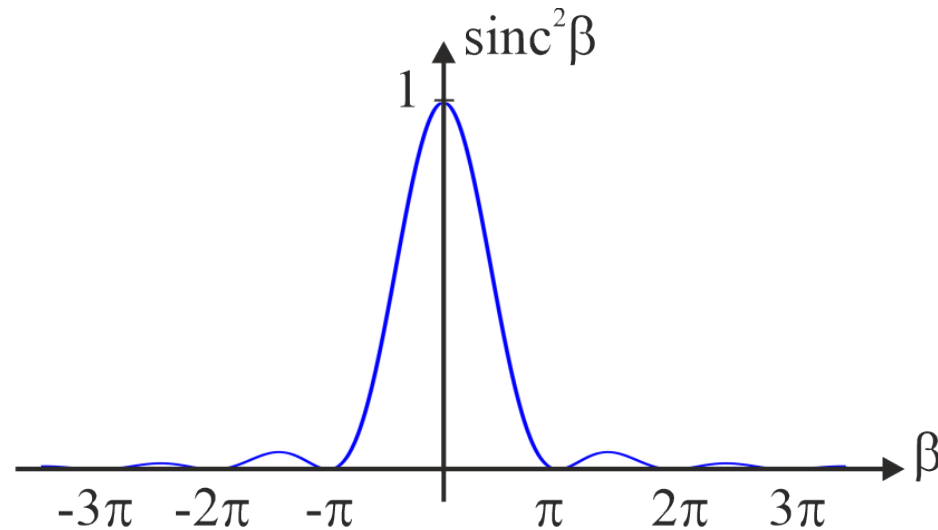
$$E_P = \int_{\text{fente}} dE_p \approx \frac{E_0}{r_0} e^{j(-kr_0 + \omega t)} \int_{-b/2}^{b/2} e^{-jky' \sin \theta} dy'$$

$$E_P = \frac{E_0 b \sin \beta}{r_0 \beta} e^{j(-kr_0 + \omega t)} = \frac{E_0 b}{r_0} \text{sinc} \beta e^{j(-kr_0 + \omega t)}$$

$$\beta = \frac{1}{2} kb \sin \theta$$

## Diffraction de Fraunhofer – Fente mince

- Intensité sur l'écran:  $I_P = I_0 \text{sinc}^2 \beta$        $\beta = \frac{1}{2} kb \sin \theta$
- Maximum en  $\beta = 0$
- Zéro lorsque  $\sin \beta = 0 \iff \frac{1}{2} kb \sin \theta = m\pi, m = \pm 1, \pm 2, \dots$   
 $b \sin \theta = m\lambda, m = \pm 1, \pm 2, \dots$

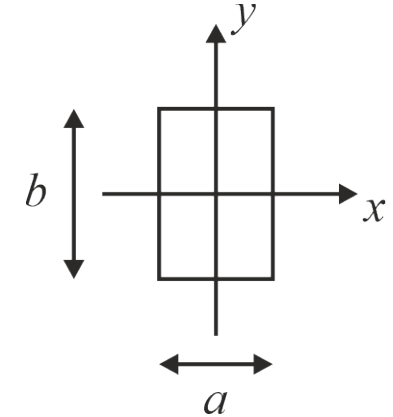


## Diffraction de Fraunhofer – Ouverture rectangulaire

- Un développement semblable à deux dimensions donne l'intensité diffractée par une ouverture rectangulaire:

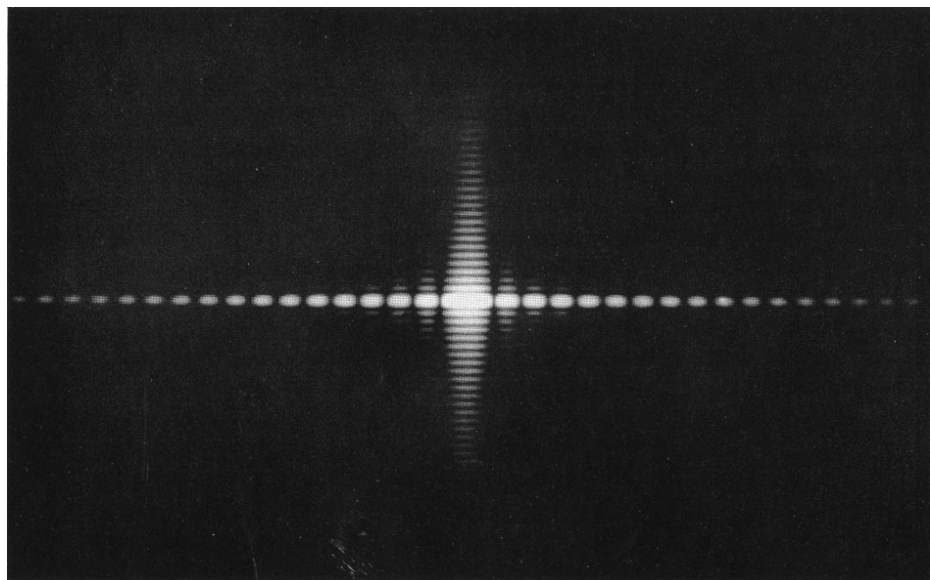
$$I_P = I_0 \text{sinc}^2 \alpha \text{sinc}^2 \beta \quad \alpha = \frac{1}{2} ka \sin \theta_x \quad \beta = \frac{1}{2} kb \sin \theta_y$$

- Maximum d'intensité au centre de l'image
- Une petite dimension donne un faisceau très étalé dans cette direction

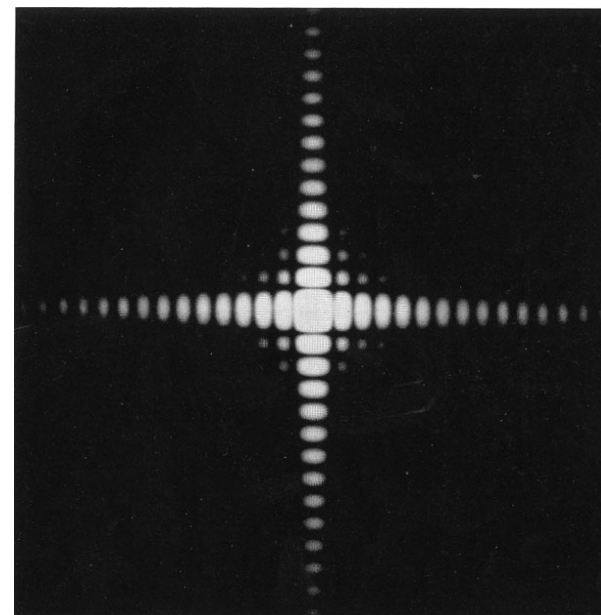


# Diffraction de Fraunhofer

- Fente mince:



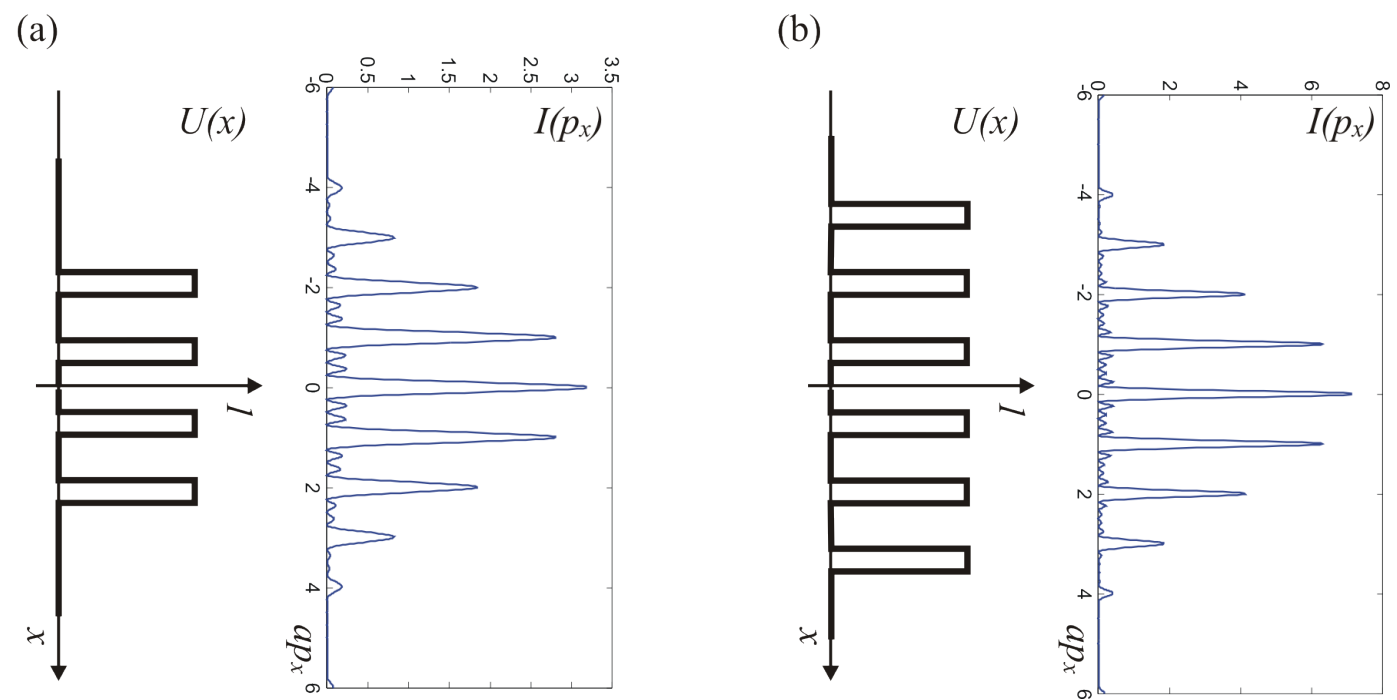
- Ouverture carrée:



# Diffraction de Fraunhofer – Réseau de fentes

- Amplitude incidente  $U(x) = \sum_{q=-(N-1)/2}^{+(N-1)/2} \text{rect}\left(\frac{x + qb}{a}\right)$
- Amplitude transmise:  $U(p_x) = a \text{sinc}(a\pi p_x) \text{sinc}(bN\pi p_x) e^{-j\pi b p_x/2}$

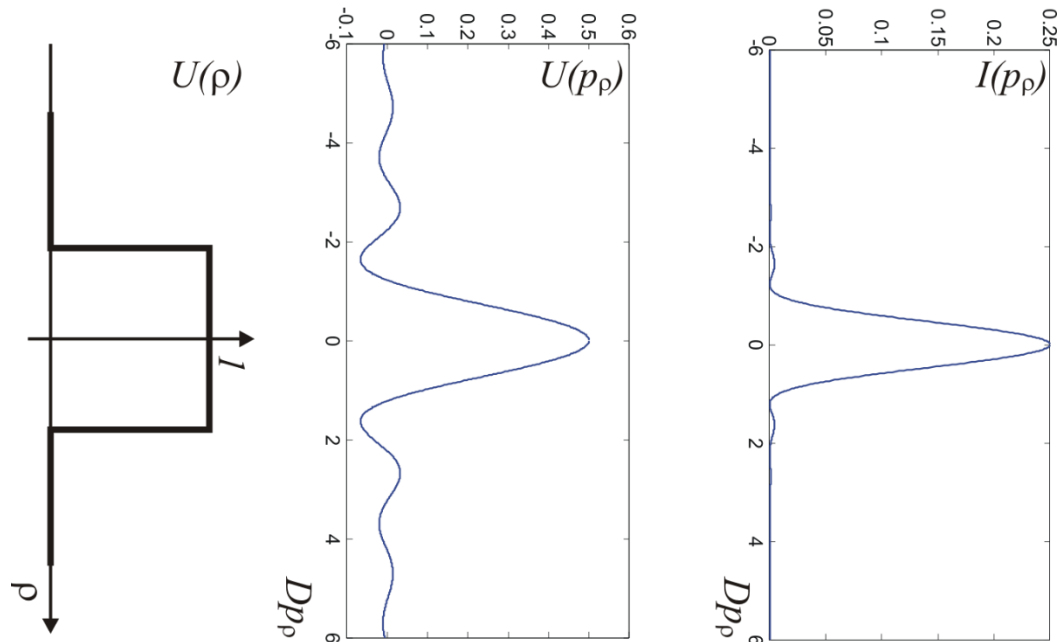
- Intensité: 
$$I(p_x) = \frac{a^2}{\lambda^2 R^2} \frac{\sin^2(a\pi p_x)}{(a\pi p_x)^2} \frac{\sin^2(bN\pi p_x)}{\sin^2(b\pi p_x)}$$



- $N - 2$  pics secondaires

## Diffraction de Fraunhofer – Ouverture circulaire

- Amplitude incidente  $U(\rho) = \begin{cases} 1 & \rho \leq D/2 \\ 0 & \rho > D/2 \end{cases}$
- Amplitude transmise:  $U(p_\rho) = \frac{\pi D^2}{2} \frac{J_1(\pi D p_\rho)}{\pi D p_\rho}$
- Intensité:  $I(p_\rho) = \left( \frac{\pi D^2}{4\lambda R} \right)^2 \left( \frac{2J_1(\pi D p_\rho)}{\pi D p_\rho} \right)^2$



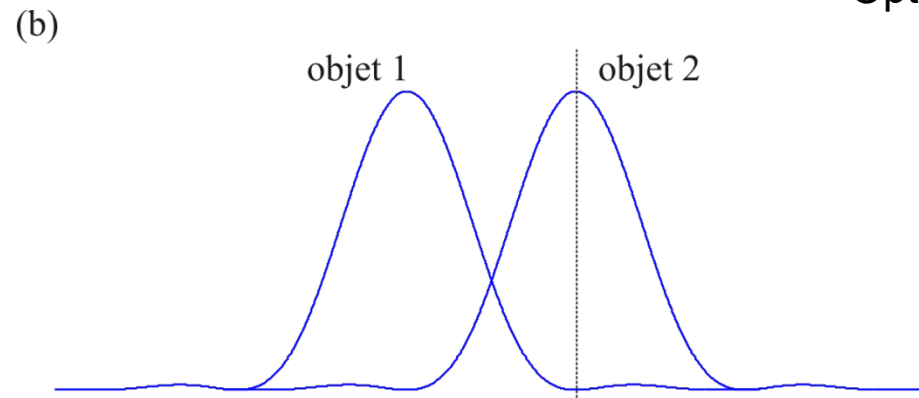
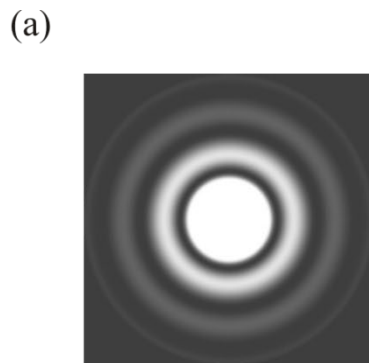
- Disque d'Airy:



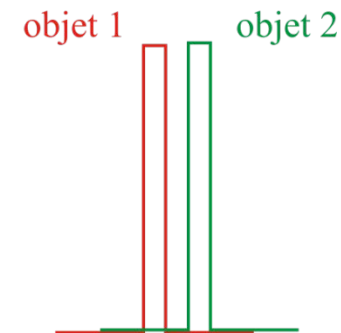
## Critère de résolution

$$I(p_\rho) = \left( \frac{\pi D^2}{4\lambda R} \right)^2 \left( \frac{2J_1(\pi D p_\rho)}{\pi D p_\rho} \right)^2$$

- Position du premier minimum:  $\pi D p_\rho = 3.83$
- D'où le critère:  $\sin \theta_\rho = \frac{3.83 \lambda}{\pi D} = 1.22 \frac{\lambda}{D}$
- On peut résoudre deux objets si le minimum de la tache d'Airy du second coïncide avec le maxima de la tache d'Airy du premier (critère de Rayleigh)



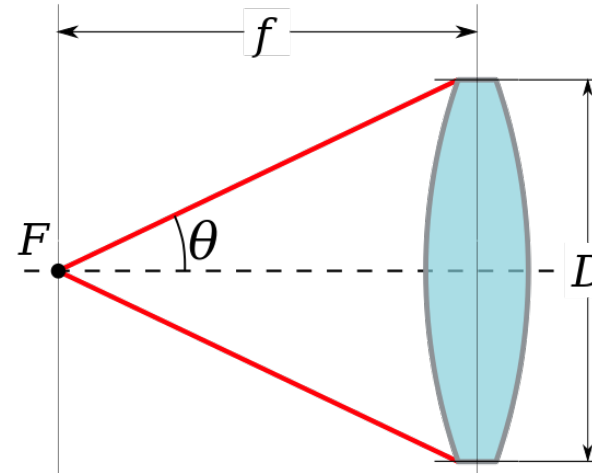
Optique géométrique:



## Exercice 3 aujourd'hui

- Ouverture numérique d'un objectif:
  - Dépend de l'angle maximal du cône de lumière qui peut pénétrer dans l'objectif

$$NA = n \sin \theta$$



- Influence fortement la résolution  $\rho$  :

$$\rho = 1.22 \frac{\lambda f}{D} = 0.61 \frac{\lambda}{NA}$$

$$\lambda_1 = 633 \text{ nm}$$

$$\lambda_2 = 450 \text{ nm}$$

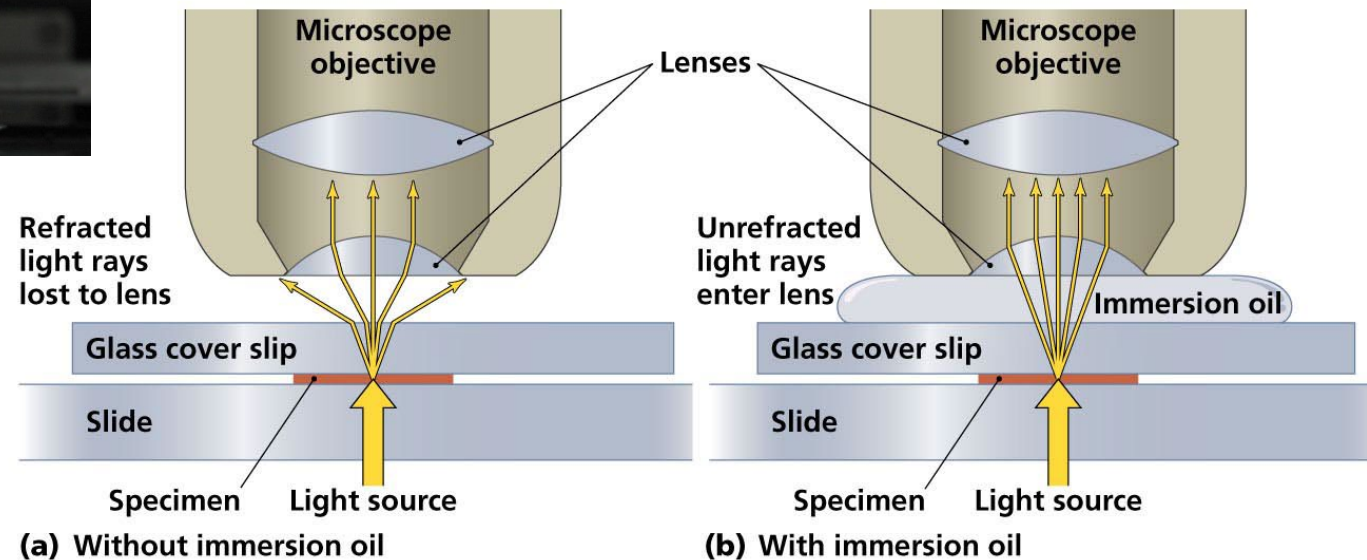
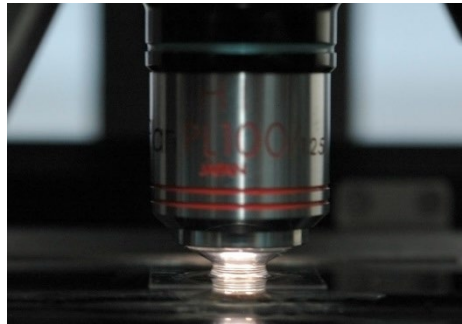
	NA=0.2	NA=0.8	NA=1.4
$\lambda_1$	1.9 $\mu\text{m}$	483 nm	276 nm
$\lambda_2$	1.4 $\mu\text{m}$	343 nm	196 nm

## Exercice 3 aujourd'hui

- En utilisant de l'huile, on augmente l'ouverture numérique (*oil immersion objective*):

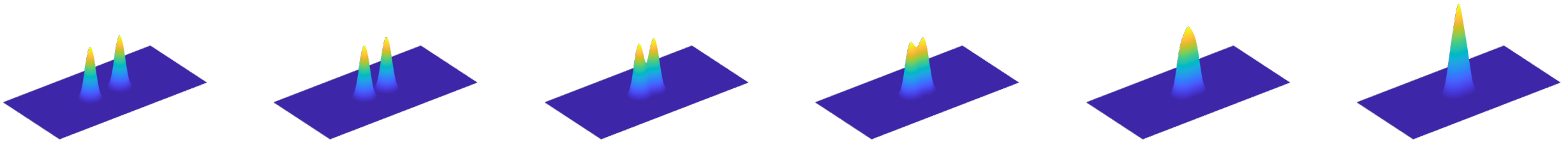
$$NA = n \sin \theta$$

- Malheureusement, un objectif à forte ouverture numérique a une très petite distance de travail

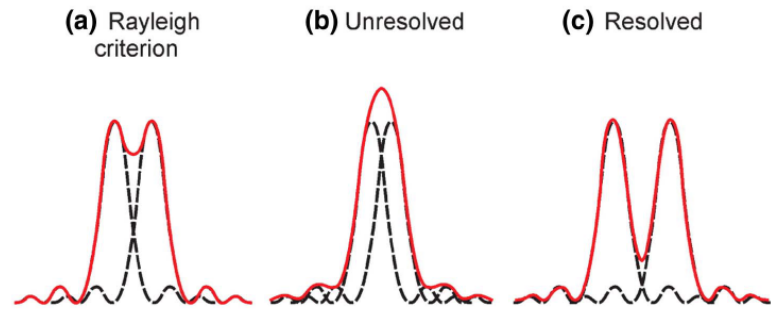


Copyright © 2006 Pearson Education, Inc., publishing as Benjamin Cummings.

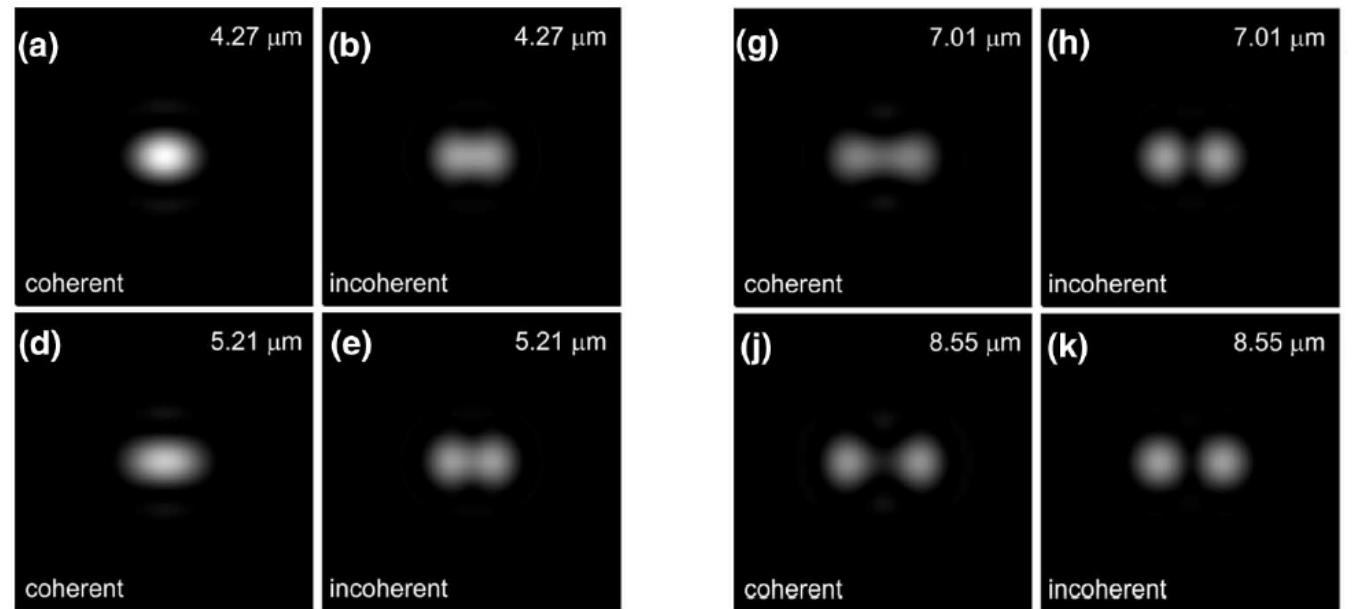
# Critère de résolution



- Attention, si l'illumination est cohérente, on peut avoir des interférences et la resolution est moins bonne!



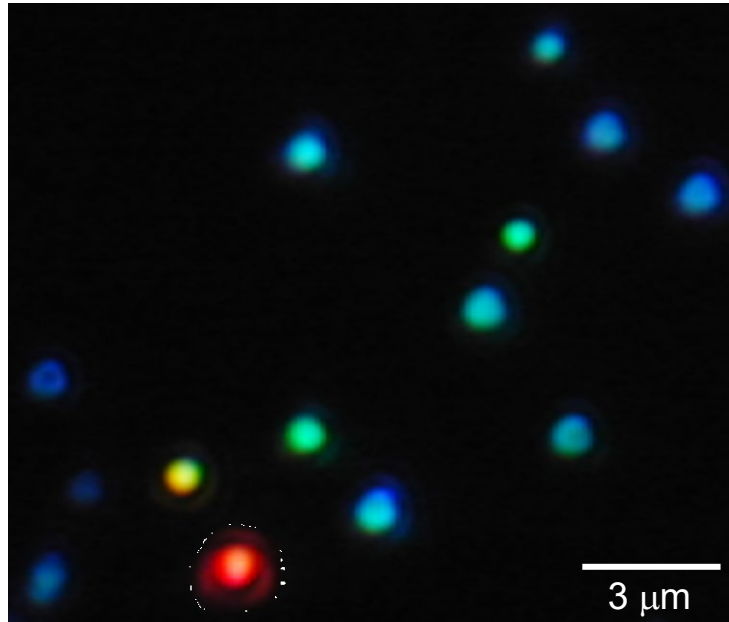
**Fig. 1.** Images of two point-sources and the resolution criteria. (a) Images of two point-sources are resolved according to the Rayleigh criterion. (b) Images of two point-sources not resolved. (c) Images of two point-sources resolved.



$\lambda=532 \text{ nm}$ , 25 mm aperture, 0.2 m distance

## Critère de résolution

- La diffraction diminue la résolution, i.e. la distance minimum qui peut être résolue entre deux objets
- Cela ne veut pas dire que l'on ne peut pas voir des objets plus petits, pour autant qu'ils soient bien séparés les uns des autres!



Particules d'argent, taille 50 nm

*J. Chem. Phys.* **116**, 6755 (2002)



# Ingénierie optique

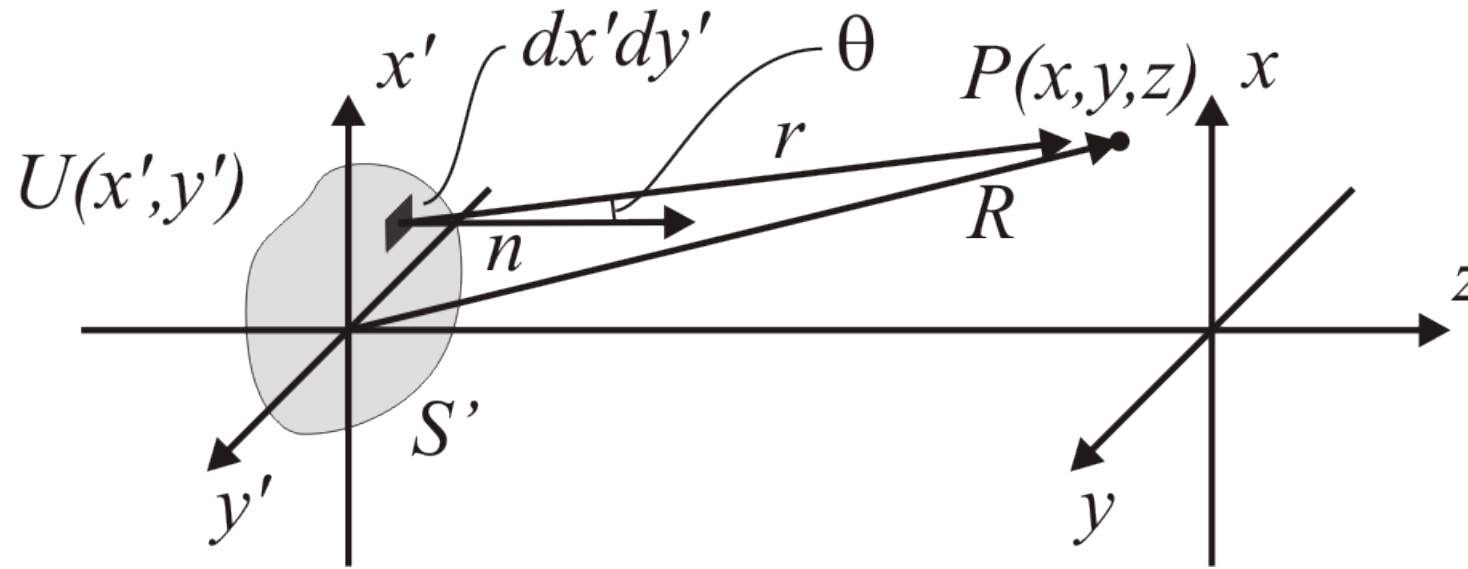
---

## Semaine 5 – partie 4

Olivier J.F. Martin  
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie



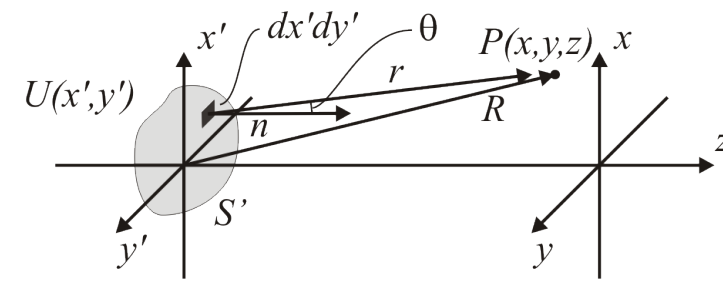
## Diffraction cas general – Intégrale de Rayleigh-Sommerfeld



- Calcul général de l'onde transmise par une ouverture  $S'$
- Somme (intégrale) des contributions (ondelettes sphériques) émises par chaque élément de surface  $dx'dy'$  et se propageant jusqu'au point  $P(x, y, z)$  :

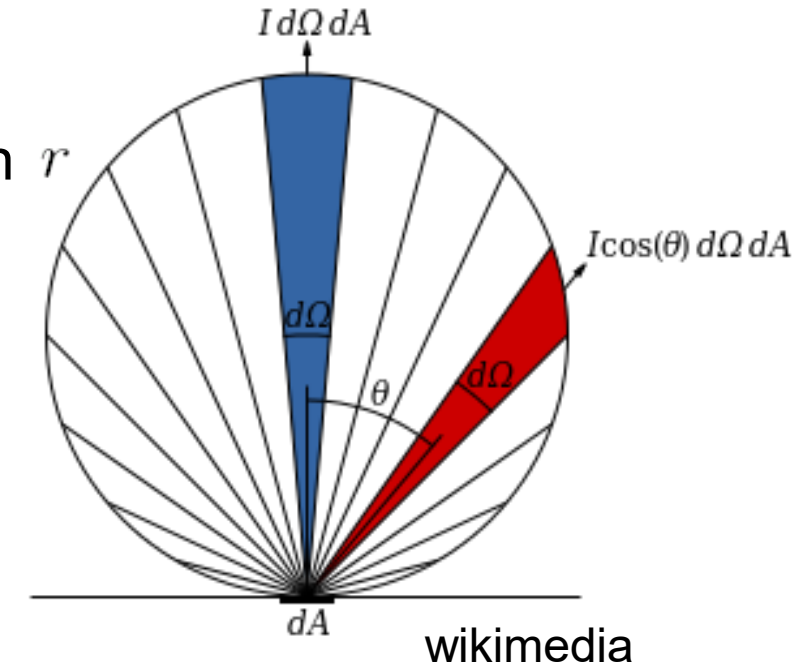
$$U(x, y, z) = \frac{1}{j\lambda} \int_{S'} U(x', y') \frac{e^{-jkr}}{r} \cos \theta dx' dy'$$

# Intégrale de Rayleigh-Sommerfeld



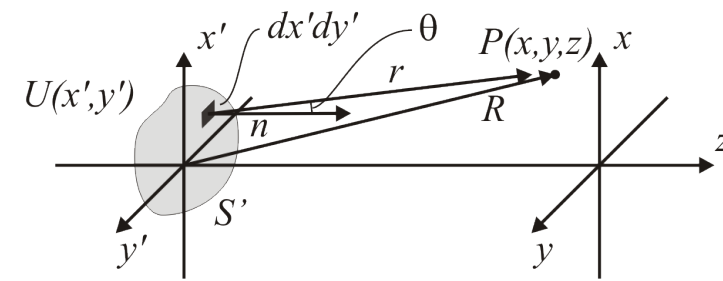
$$U(x, y, z) = \frac{1}{j\lambda} \int_{S'} U(x', y') \frac{e^{-jkr}}{r} \cos \theta dx' dy'$$

- Ouverture dans le plan  $z = 0$
- En général, l'illumination est homogène:  $U(x', y') = U_0$
- Projection de la surface  $S'$  dans la direction d'observation  $r$   
→ terme en  $\cos \theta$  (émetteur Lambertien)
- La direction  $r$  repère la source  $dx' dy'$
- La direction  $R$  repère le point d'observation
- Dépendance temporelle (harmonique) implicite
- En général  $U(x, y, z)$  est incalculable analytiquement...!



wikimedia

## Approximation de Fraunhofer



$$U(x, y, z) = \frac{1}{j\lambda} \int_{S'} U(x', y') \frac{e^{-jkr}}{r} \cos \theta dx' dy'$$

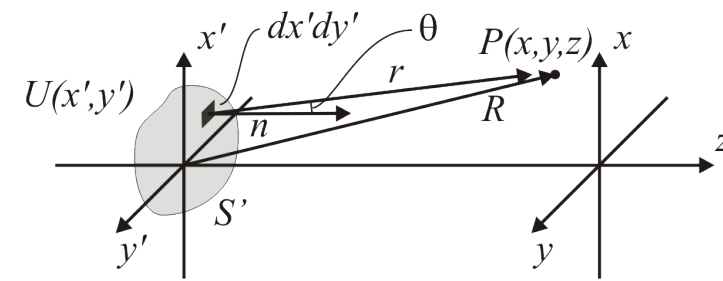
- Les termes en  $1/r$  et  $\cos \theta$  varient lentement comparés à la phase  $kr$  dans l'exponentielle
- On développe la distance:

$$r = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + z^2} = z \sqrt{1 + \frac{(x - x')^2}{z^2} + \frac{(y - y')^2}{z^2}}$$

- On utilise le fait que  $z$  est grand par rapport à  $x$  et  $y$
- On peut donc approximer (développement de Taylor):

$$\sqrt{1 + \epsilon} \simeq 1 + \frac{\epsilon}{2} \quad \text{approximation de Fresnel}$$

## Approximation de Fraunhofer



$$U(x, y, z) = \frac{1}{j\lambda} \int_{S'} U(x', y') \frac{e^{-jkr}}{r} \cos \theta dx' dy'$$

- Approximation de Fresnel pour l'exponentielle:

$$r = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + z^2} = z \left[ 1 + \frac{1}{2z^2} ((x - x')^2 + (y - y')^2) \right]$$

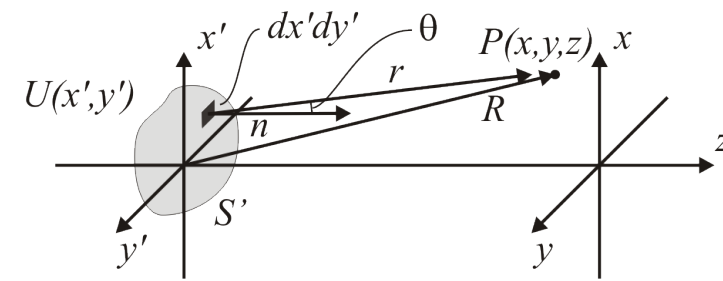
- Avec  $R^2 = x^2 + y^2 + z^2$ , on a finalement:

$$r = R \left[ 1 - \frac{xx' + yy'}{R^2} + \cancel{\frac{x'^2 + y'^2}{2R^2}} \right]$$

approximation de Fraunhofer

$x', y'$  petits

## Diffraction par une ouverture



- Intégrale de Rayleigh-Sommerfeld:

$$U(x, y, z) = \frac{1}{j\lambda} \int_{S'} U(x', y') \frac{e^{-jkr}}{r} \cos \theta dx' dy'$$

- Approximation de Fraunhofer:

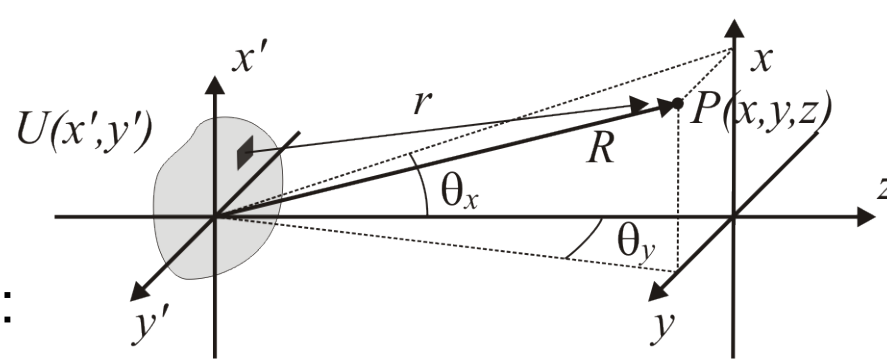
$$U(x, y, R) \simeq \frac{e^{-jkR}}{j\lambda R} \cos \theta \int_{S'} U(x', y') e^{jk \frac{xx' + yy'}{R}} dx' dy'$$

- Nombre de Fresnel  $N = \frac{\rho^2}{\lambda z}$  (  $\rho$  "rayon maximal")
  - $N \ll 1$  (  $\rho \ll \sqrt{\lambda z}$  ) Fraunhofer est valide
  - $N \simeq 1$  Fraunhofer n'est pas valide (utiliser Fresnel)
  - $N \rightarrow \infty$  optique géométrique (  $\lambda \rightarrow 0$  ou  $z \rightarrow 0$  ou  $\rho \rightarrow \infty$  )

## Lien avec la transformée de Fourier

- On intègre maintenant dans tout l'espace (pas seulement l'ouverture):

$$U(x, y, R) = \frac{e^{-jkR}}{j\lambda R} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U(x', y') e^{j2\pi(p_x x' + p_y y')} dx' dy' \quad \cos \theta \simeq 1$$



- En introduisant les fréquences spatiales:

$$p_x = \frac{x}{\lambda R} = \frac{\sin \theta_x}{\lambda} \simeq \frac{\theta_x}{\lambda}$$
$$p_y = \frac{y}{\lambda R} = \frac{\sin \theta_y}{\lambda} \simeq \frac{\theta_y}{\lambda}.$$

- et en définissant la transformée de Fourier (densité spectrale):

$$U(p_x, p_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U(x', y') e^{j2\pi(p_x x' + p_y y')} dx' dy' = \mathcal{F} \{U(x', y')\}$$

- Le champ diffracté devient:  
on observe donc la transformée de Fourier de l'image!

$$U(x, y, R) = \frac{e^{-jkR}}{j\lambda R} U(p_x, p_y)$$