

Ingénierie optique

Semaine 3 – partie 1

Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie



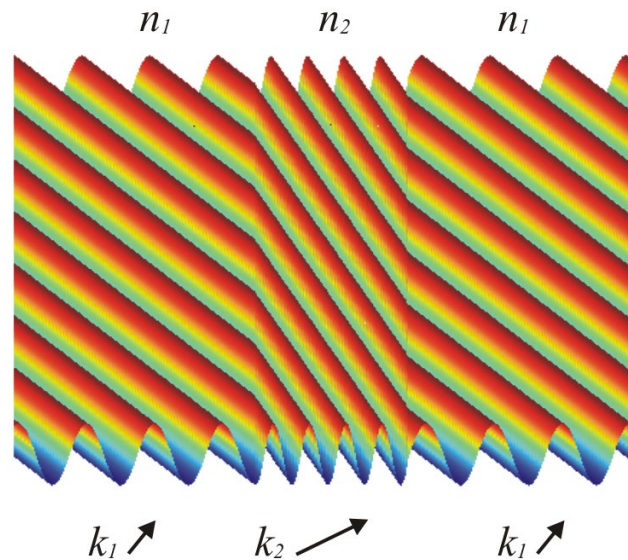
Amplitude et intensité

- L'interférence est un phénomène qui découle de la superposition des amplitudes U (complexes) de deux ondes
- Une interférence se mesure avec l'intensité de la superposition
- Lien entre amplitude complexe et intensité réelle d'une onde:

$$I = |U|^2 = UU^*$$

Rappel important concernant les ondes planes harmoniques

- La fréquence (ν) ou la pulsation ($\omega=2\pi\nu$) représente la variation de l'onde dans le temps, elle est associée à l'énergie de l'onde et ne change pas si le milieu change
- La longueur d'onde (λ) ou le vecteur d'onde (k) représente la variation de l'onde dans l'espace, elle est associée à la quantité de mouvement de l'onde et change avec le milieu



$$c = \frac{c_0}{n}$$

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$$

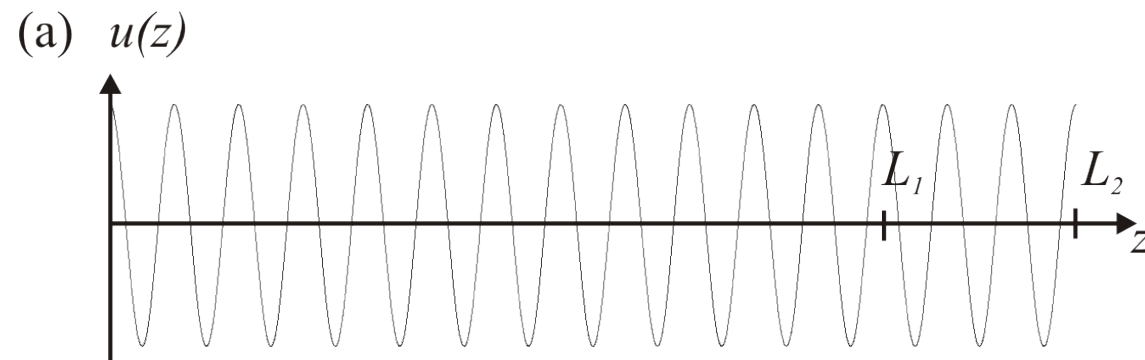
$$k = nk_0$$

$$\lambda = 2\pi/k$$

- Par abus de langage, on définit parfois une onde par sa longueur d'onde, il faut comprendre celle-ci comme la longueur d'onde dans le vide

Accumulation de la phase

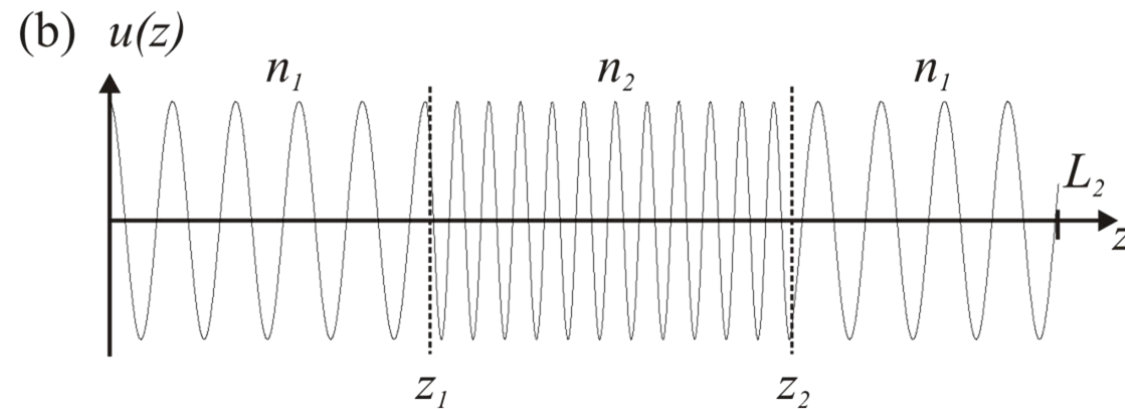
- Lorsqu'une onde se propage, elle acquiert une certaine quantité de phase au fur et à mesure de sa propagation
- A chaque longueur d'onde parcourue dans un milieu, la phase augmente de 2π
- La phase accumulée dépend donc du chemin parcouru, on la calcule facilement en utilisant le vecteur d'onde k dans le milieu:



$$\phi(z) = k_1 z = \frac{2\pi}{\lambda} z = \frac{2\pi n_1}{\lambda_0} z$$

Accumulation de la phase

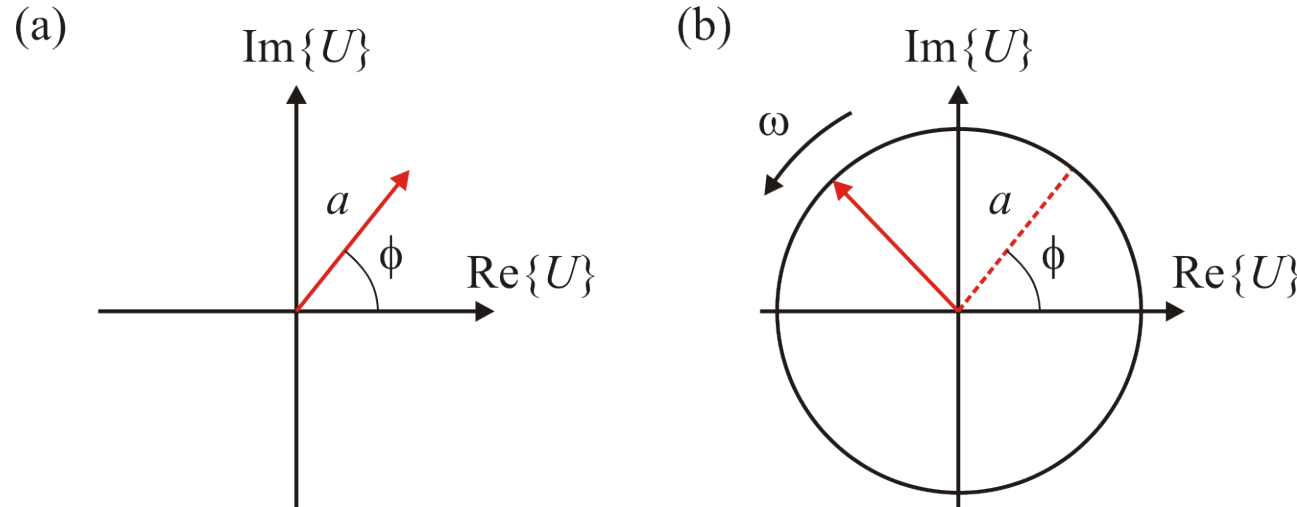
- Deux ondes qui parcourent des chemins différents accumulent des phases différentes
- Comme la longueur d'onde dépend du milieu, l'accumulation de phase dépend aussi du milieu:
 - elle est plus rapide lorsque n est grand (n_2 ci-dessous)
 - elle est plus lente lorsque n est petit



$$\begin{aligned}\phi(L_2) &= k_1 z_1 + k_2 (z_2 - z_1) + k_1 (L_2 - z_2) \\ &= \frac{2\pi n_1}{\lambda_0} z_1 + \frac{2\pi n_2}{\lambda_0} (z_2 - z_1) + \frac{2\pi n_1}{\lambda_0} (L_2 - z_2)\end{aligned}$$

Interférences

- Dans ce qui suit, on considère la superposition de deux ondes de même fréquence!
- On utilise les phaseurs de chaque onde pour représenter leurs amplitudes complexes:



- Le phaseur représente une image de l'amplitude complexe de l'onde à un instant donné
- Le phaseur évolue au cours du temps avec la fréquence angulaire ω

Interférences

- On considère deux ondes monochromatiques de même fréquence

$$U_1(\mathbf{r}) = \sqrt{I_1} \exp(j\phi_1(\mathbf{r})) \quad U_2(\mathbf{r}) = \sqrt{I_2} \exp(j\phi_2(\mathbf{r}))$$

- Addition des amplitudes complexes:

$$U(\mathbf{r}) = U_1(\mathbf{r}) + U_2(\mathbf{r})$$

- Les phénomènes d'interférence s'observent avec l'intensité

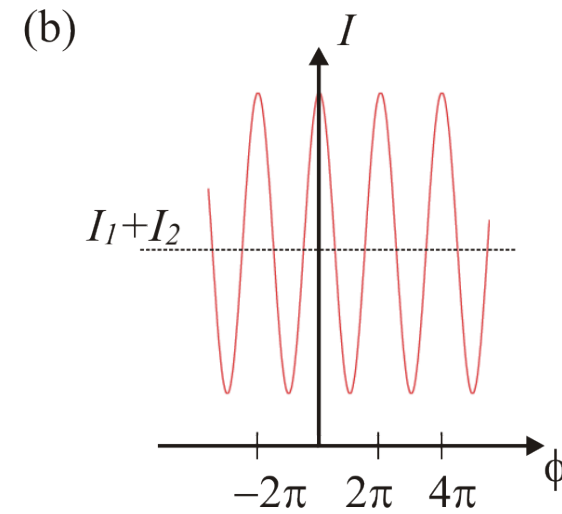
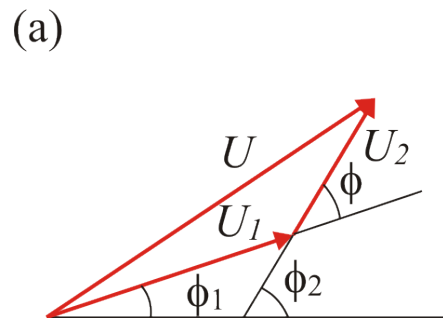
$$I = |U|^2 = |U_1 + U_2|^2 = |U_1|^2 + |U_2|^2 + U_1 U_2^* + U_1^* U_2$$

- Equation d'interférence:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \phi$$

- Différence de phase:

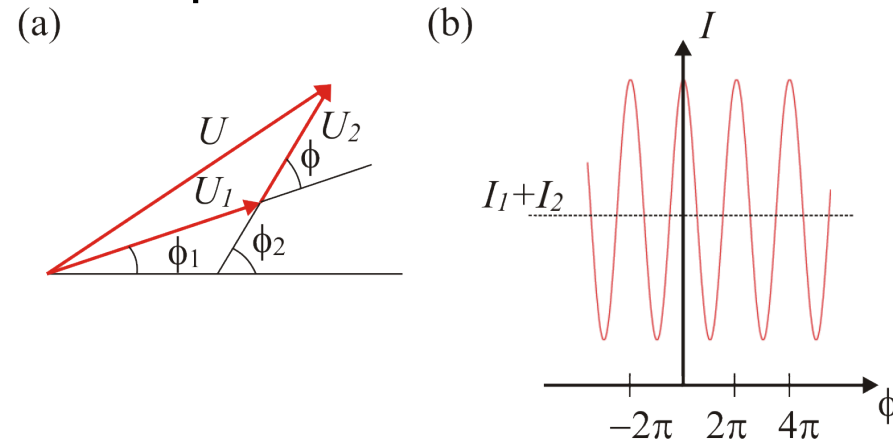
$$\phi = \phi_2 - \phi_1$$



Interférences

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \phi$$

- Addition des phaseurs de chaque onde:



- Considérons des ondes de mêmes amplitudes (\rightarrow de mêmes intensités): $I_1 = I_2 = I_0$,

$$I = 2I_0(1 + \cos \phi) = 4I_0 \cos^2(\phi/2)$$

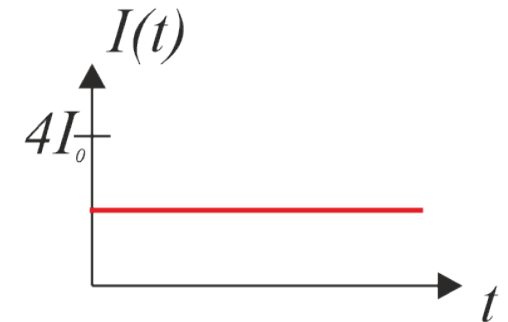
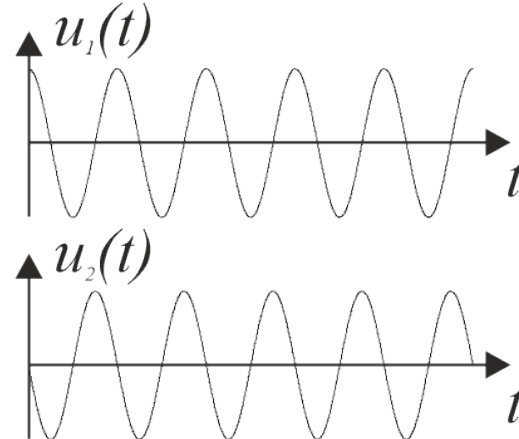
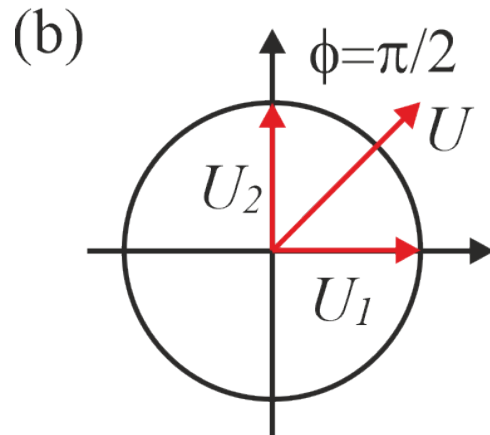
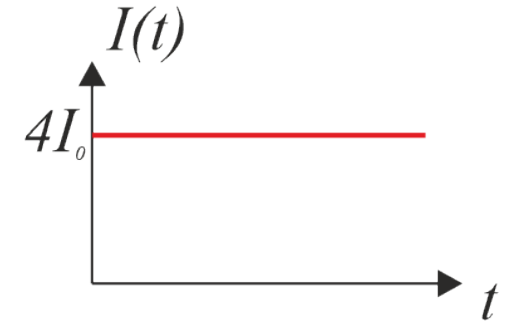
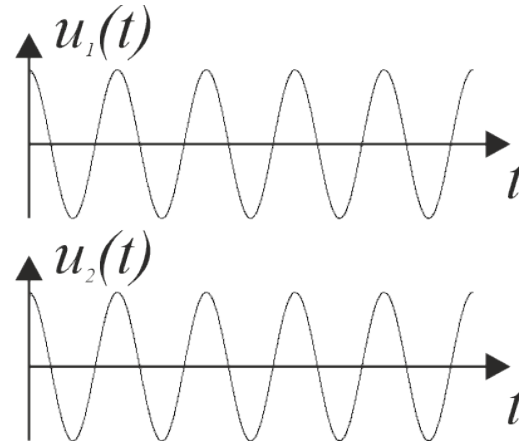
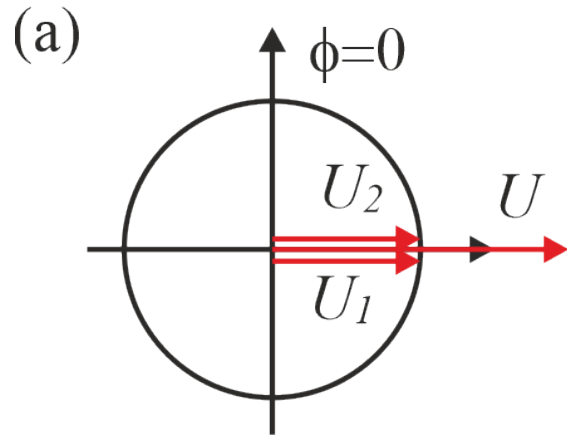
- Cas particuliers:

$\phi = 0$	$I = 4I_0$
$\phi = \pi$	$I = 0$
$\phi = \pi/2$ ou $\phi = 3\pi/2$	$I = 2I_0$

Interférences - Phaseurs

$$I_1 = I_2 = I_0$$

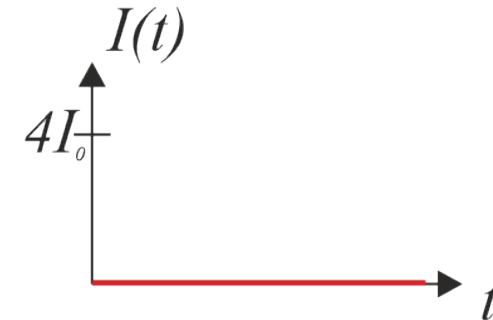
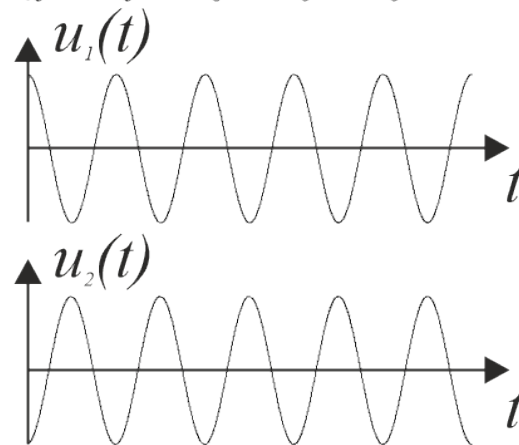
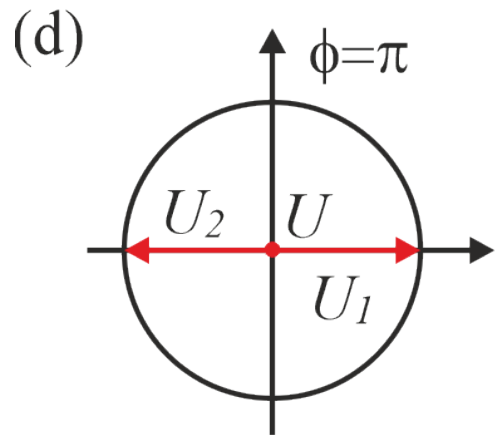
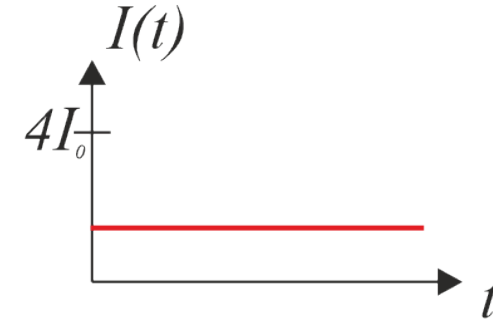
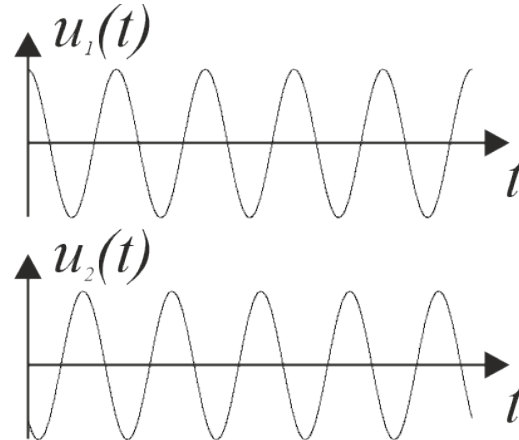
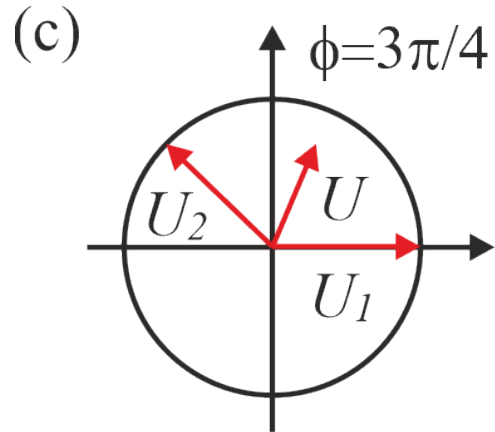
$$I = 2I_0(1 + \cos \phi) = 4I_0 \cos^2(\phi/2)$$



Interférences - Phaseurs

$$I_1 = I_2 = I_0$$

$$I = 2I_0(1 + \cos \phi) = 4I_0 \cos^2(\phi/2)$$



Ingénierie optique

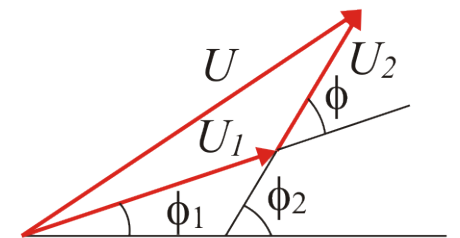
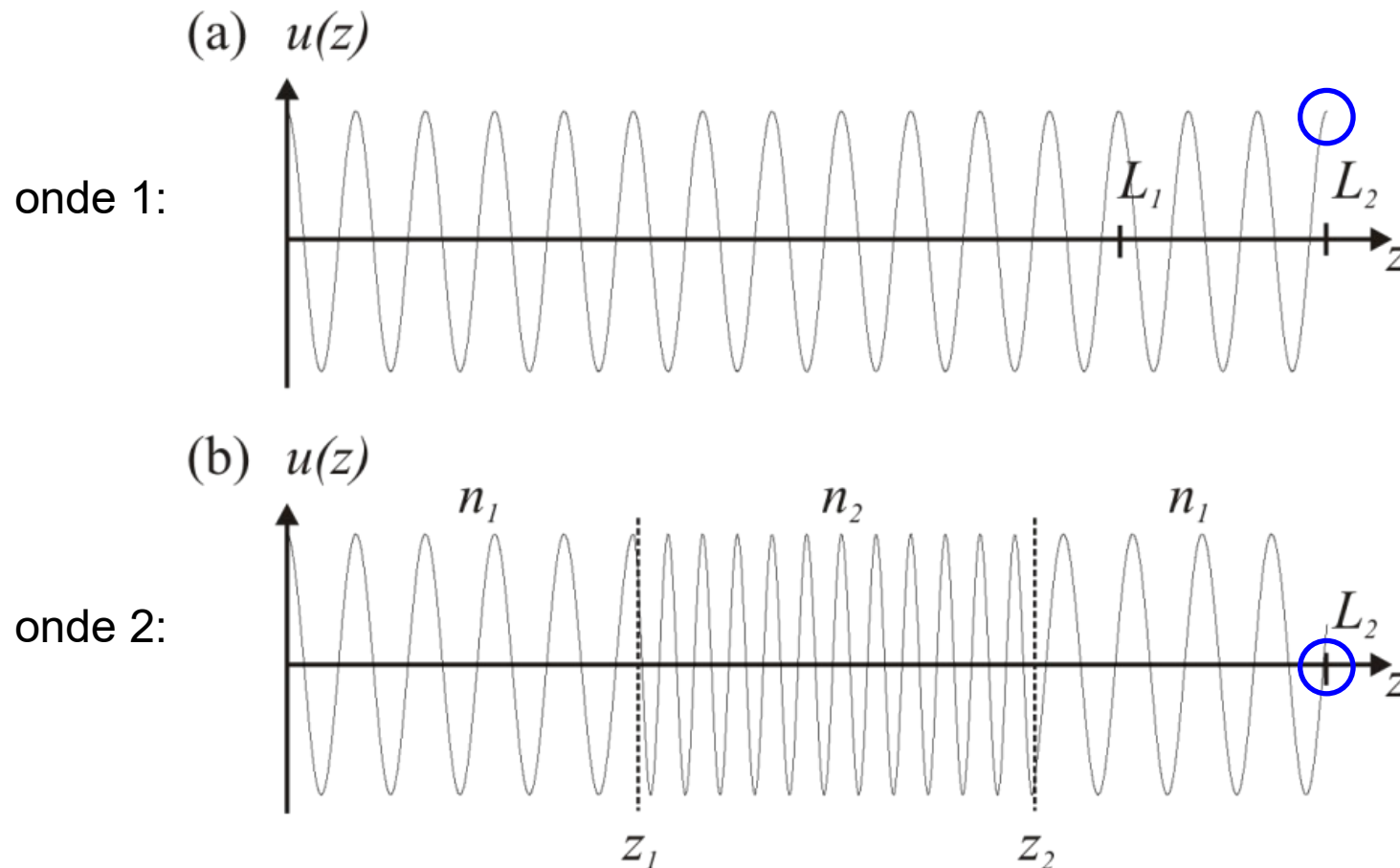
Semaine 3 – partie 2

Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie



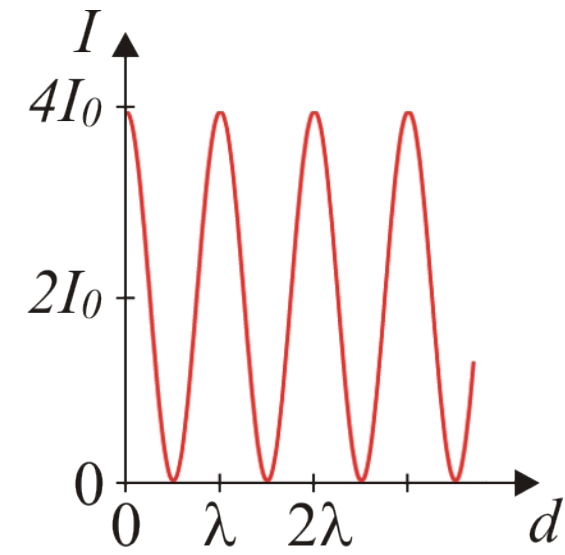
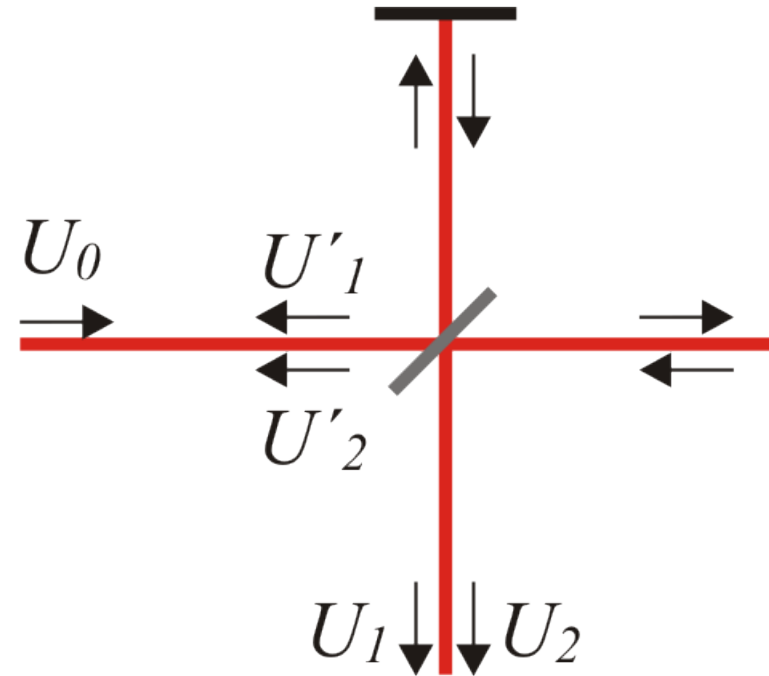
Interféromètres

- On s'intéresse à mesurer une différence de chemin
- L'intensité de l'interférence ne varie pas dans le temps, mais elle varie suivant le chemin que prend chaque onde (c'est-à-dire avec l'accumulation de phase):



Interféromètres - Michelson

(a)



Interféromètres

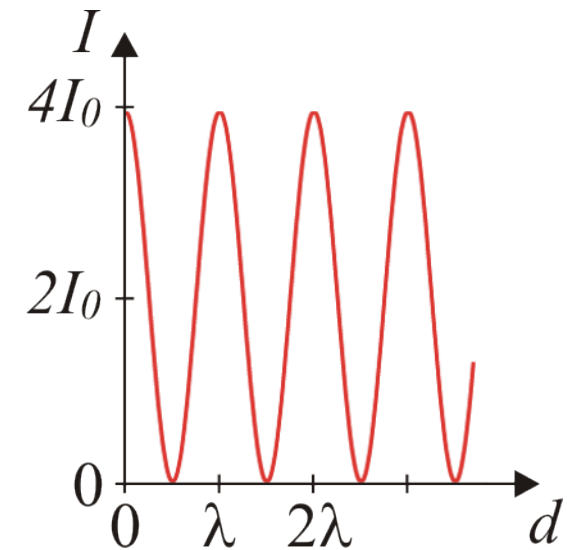
- Interférence de deux ondes colinéaires dont une est retardée par un chemin optique plus long de d :

$$U_1 = \sqrt{I_0} e^{-jkz},$$
$$U_2 = \sqrt{I_0} e^{-jk(z-d)},$$

- Equation d'interférence:

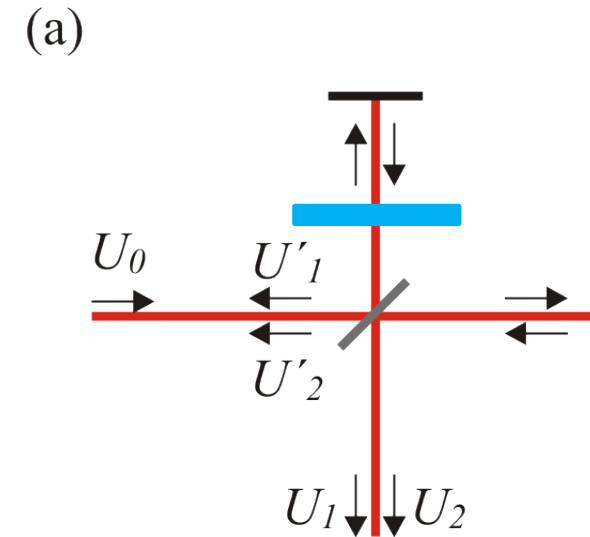
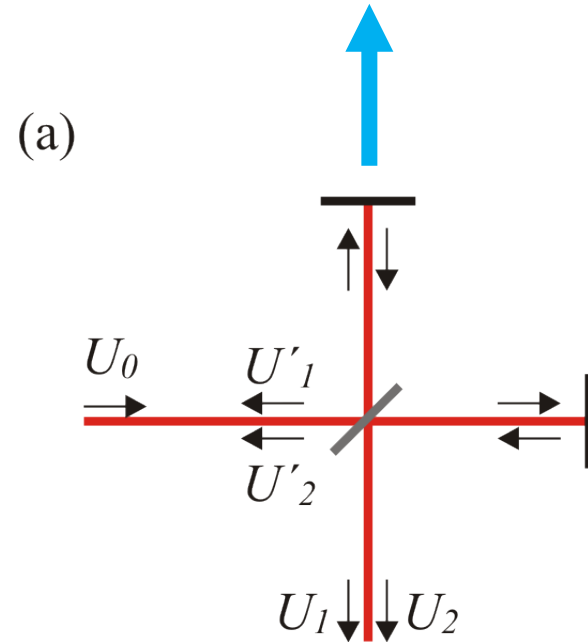
$$I = 2I_0 \left[1 + \cos \left(2\pi \frac{d}{\lambda} \right) \right]$$

- Si d est un multiple de λ : $I = 4I_0$
si d est un multiple impaire de $\lambda/2$: $I=0$
l'intensité moyenne est $I = 2I_0$



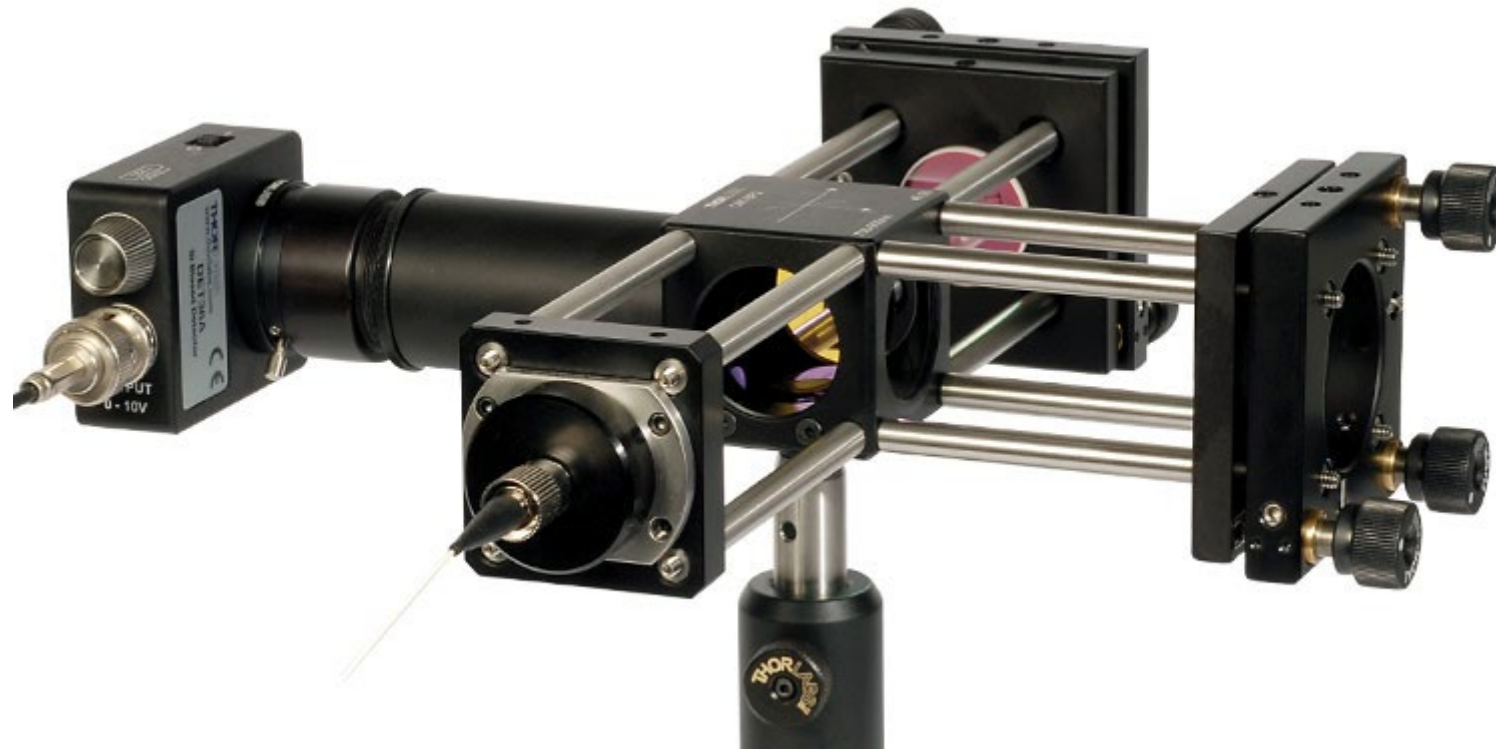
Principe de mesure interférentielle

- Avec un interféromètre, on peut soit mesurer un déplacement physique dans le même milieu, soit mesurer un changement du trajet optique causé par un matériau d'indice différent (dans les deux cas, la phase accumulée sur un des trajets optiques diffère par rapport à l'autre onde):



- On peut même mesurer un changement de longueur d'onde

Interféromètres - Michelson



www.thorlabs.com

Olivier J.F. Martin

Mesure de l'indice de réfraction de l'air

- L'indice de réfraction de l'air dépend de plusieurs paramètres (pression, humidité relative, contenu en CO₂, ...)
- Il dépend aussi de la longueur d'onde (dispersion)

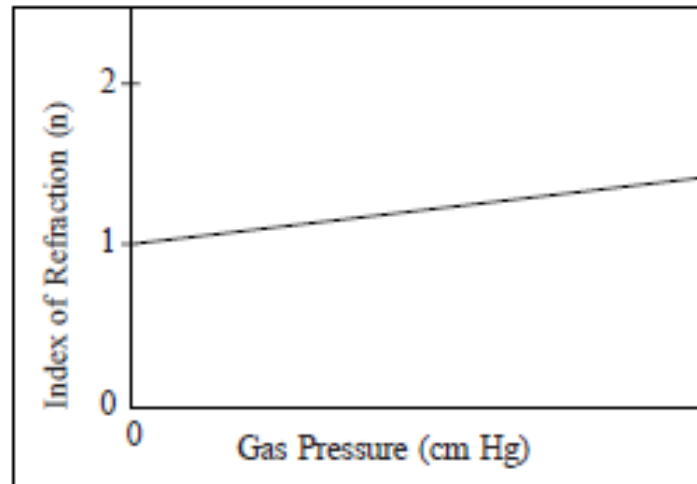
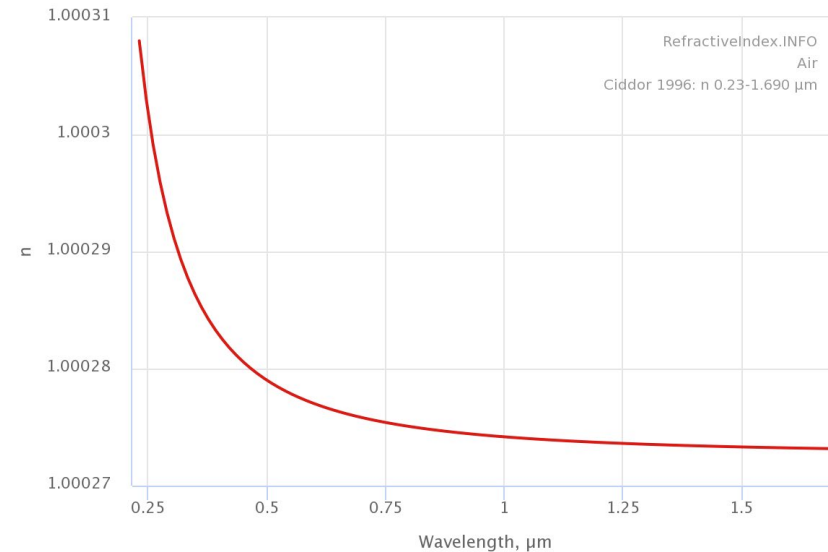


Figure 2.1. Index of Refraction versus Gas Pressure



refractiveindex.info
emtoolbox.nist.gov/Wavelength/Ciddor.asp

Mesure de l'indice de réfraction de l'air

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$$

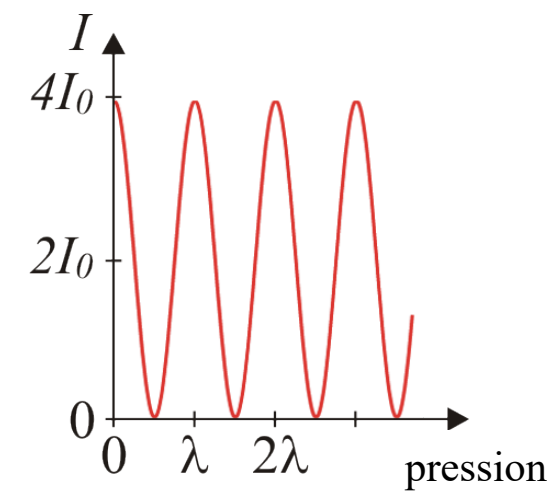
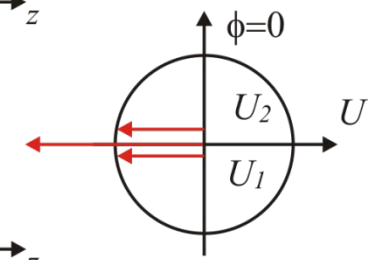
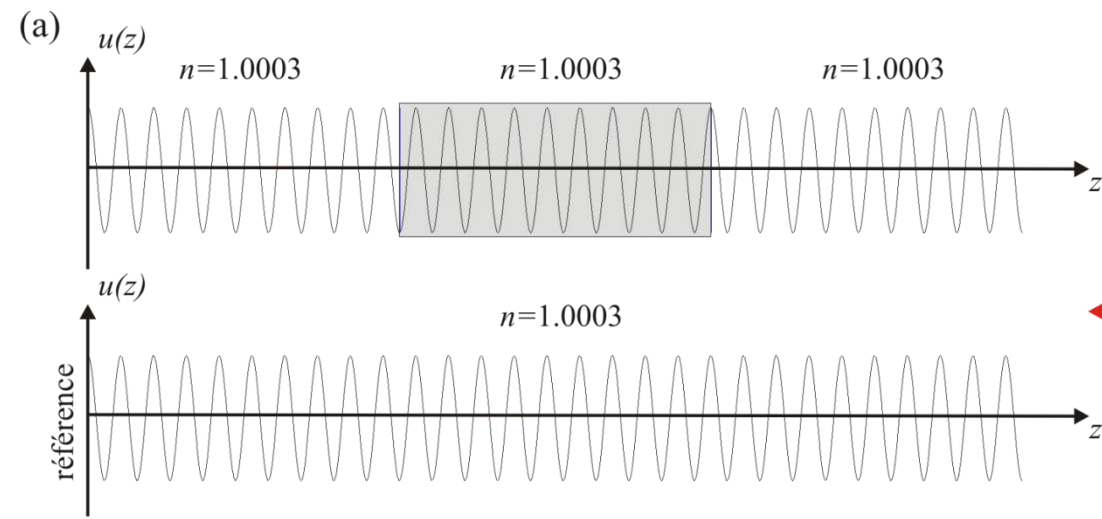
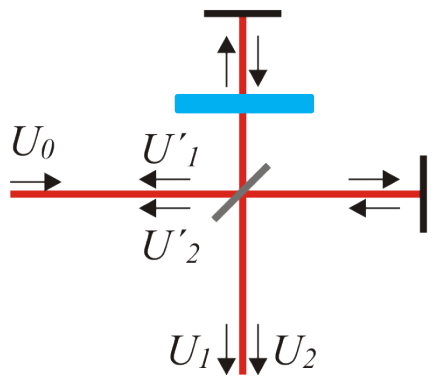
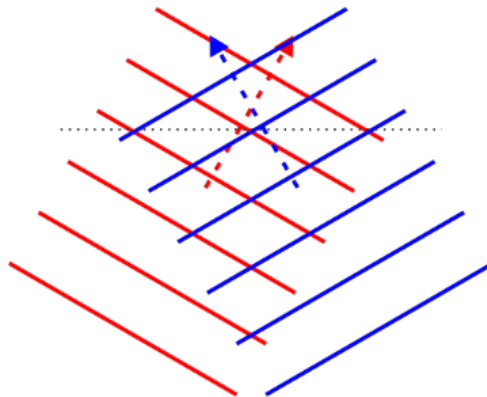
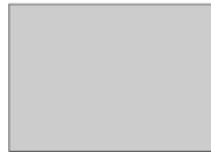


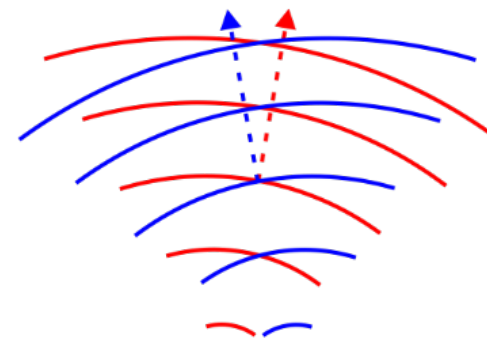
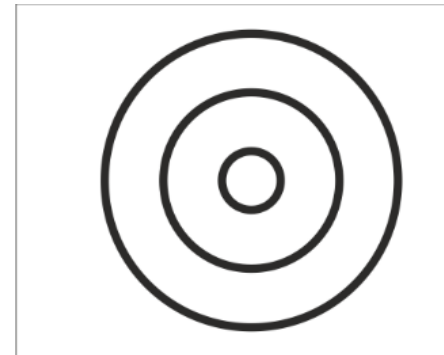
Figure d'interférence

- La figure d'interférence dépend du type de faisceaux lumineux qui interfèrent et de leur orientation l'un par rapport à l'autre:

- Ondes planes:



- Ondes sphériques:



Principe de mesure interférentielle à 2D

- On peut aussi projeter une figure d'interférence sur un objet dont on veut mesurer la planéarité: si l'objet est plat, les franges doivent être parallèles
- Si l'objet n'est pas plat, les franges sont déformées

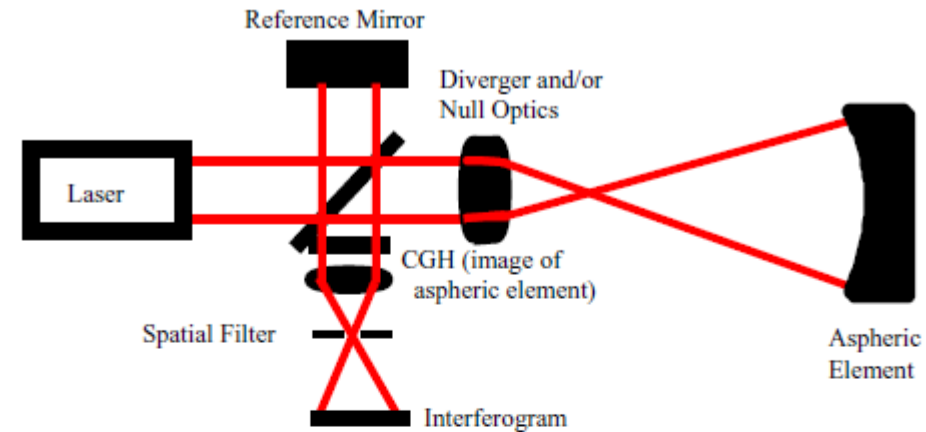


Figure 1. Typical CGH Interferometric Setup.

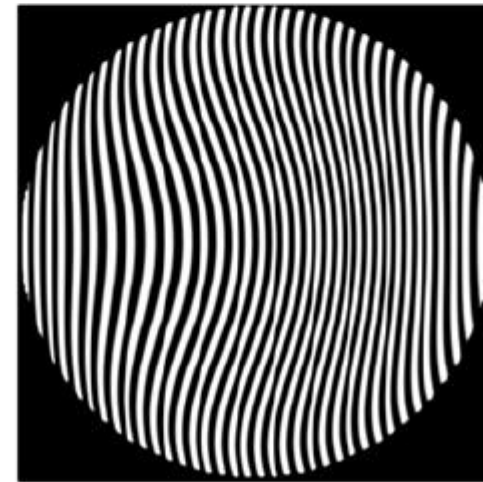


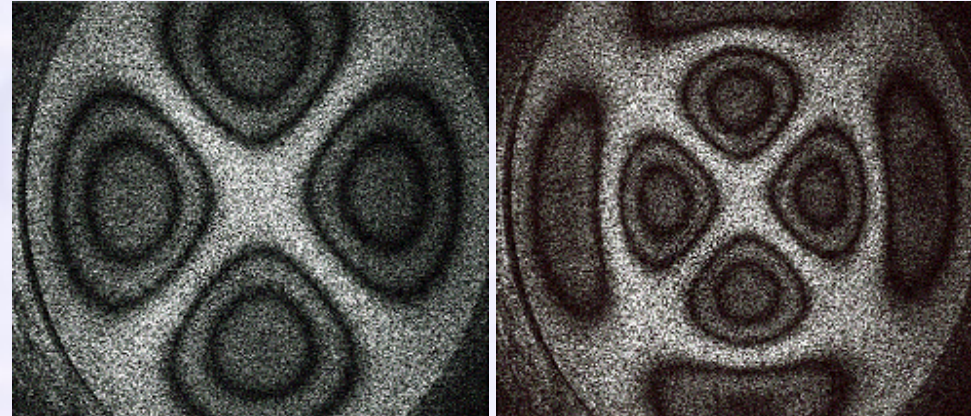
Figure 2. Typical CGH.

vibration measurements



time average
holographic interferometry

time average
speckle interferometry



Clamped circular plate
2 radial and 0 & 1 circular nodes

Ingénierie optique

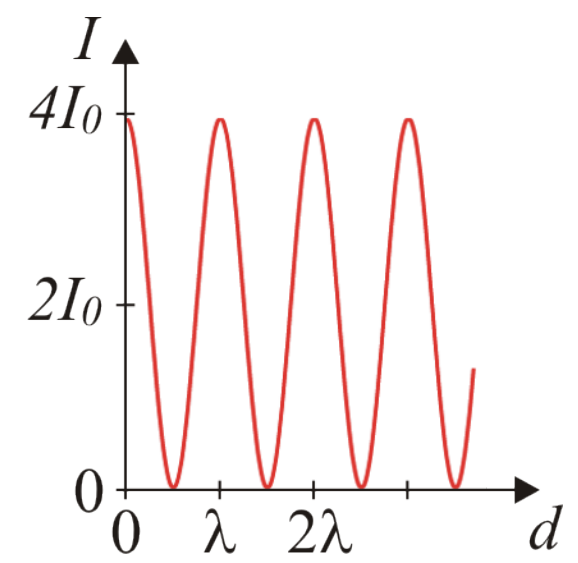
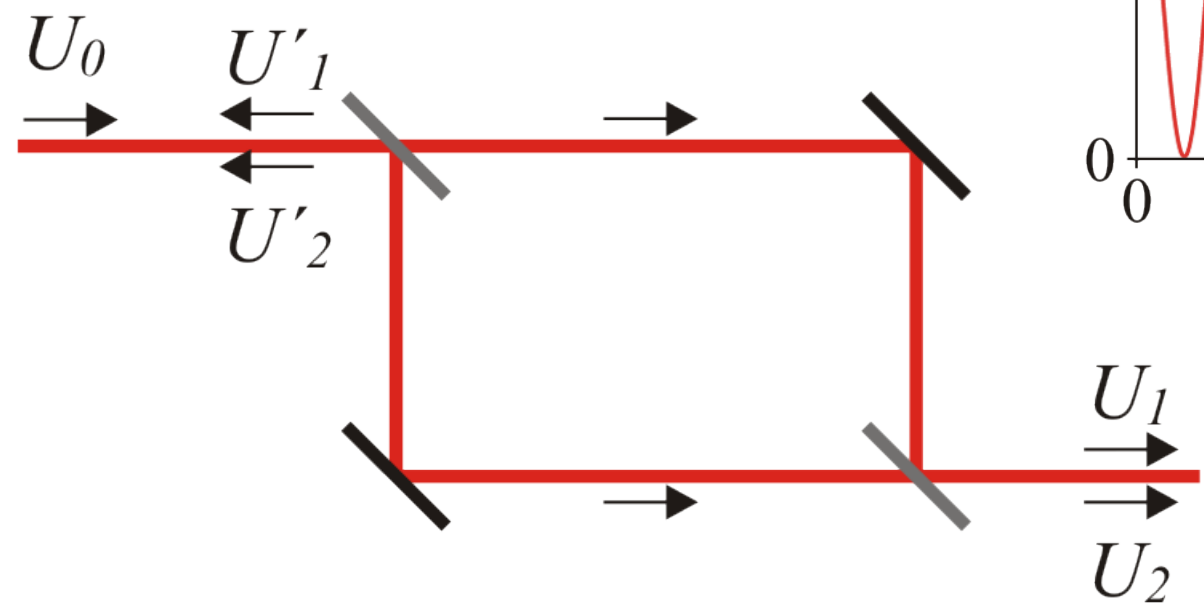
Semaine 3 – partie 3

Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie



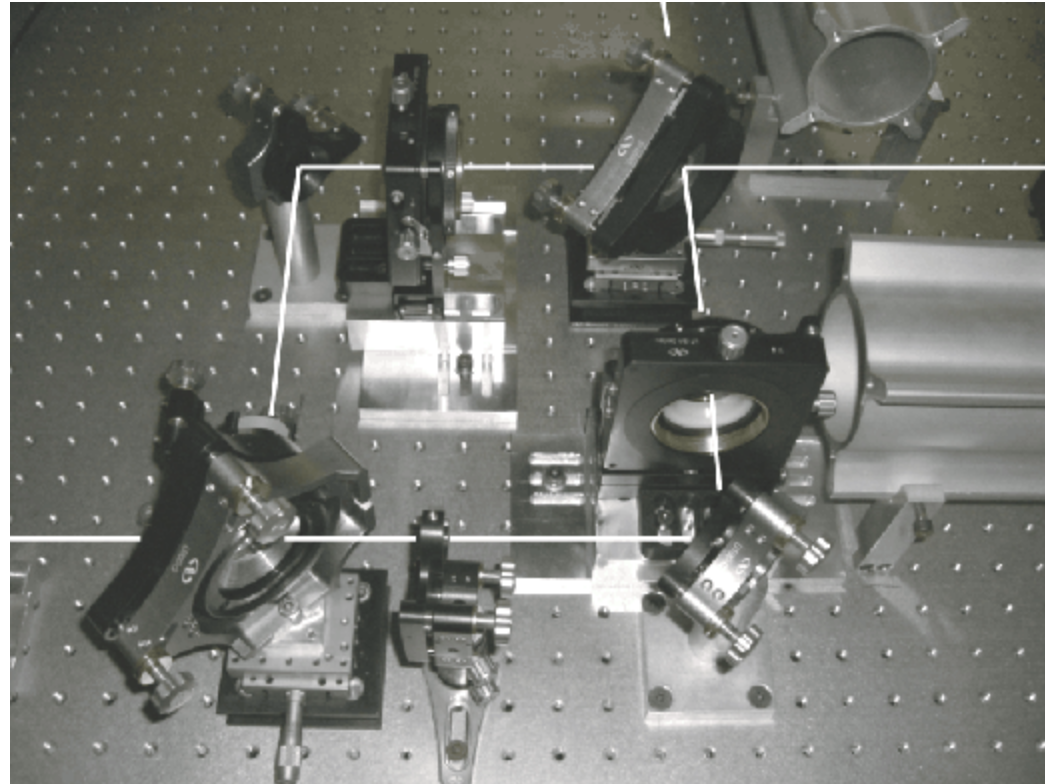
Interféromètres – Mach-Zehnder

(b)



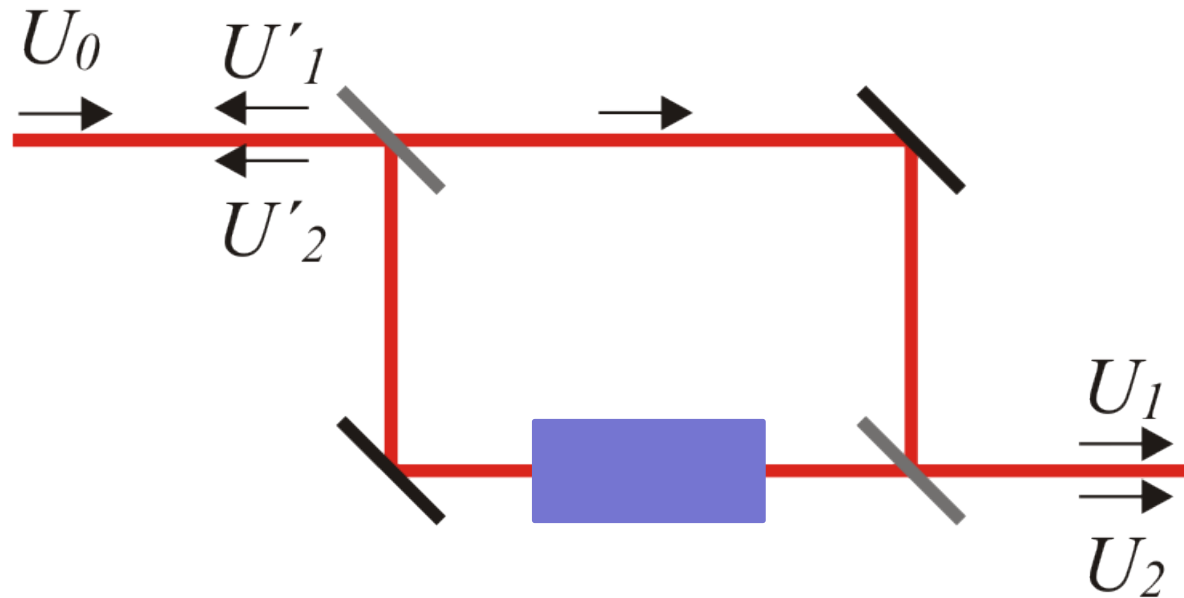
Interféromètres – Mach-Zehnder

- Réalisation pratique



Mesure d'indice de réfraction

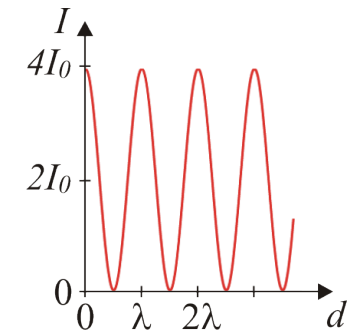
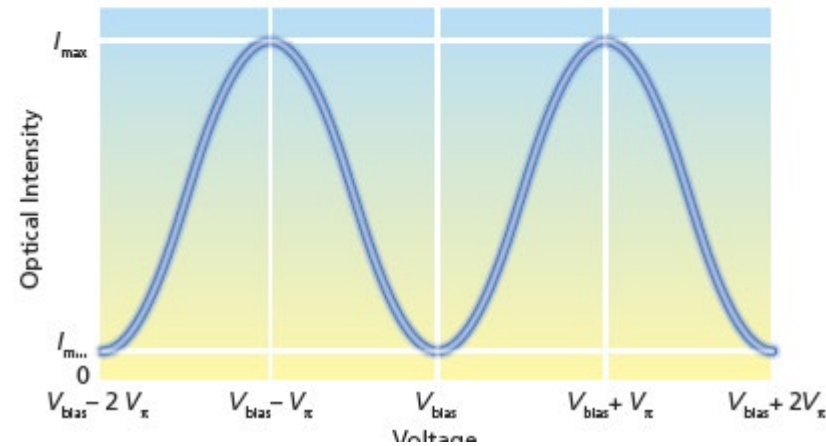
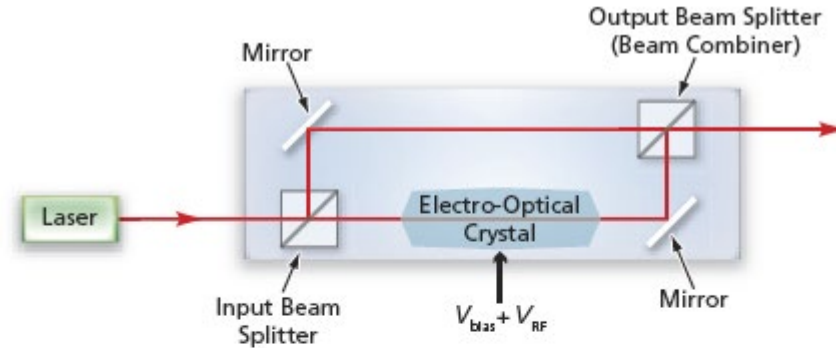
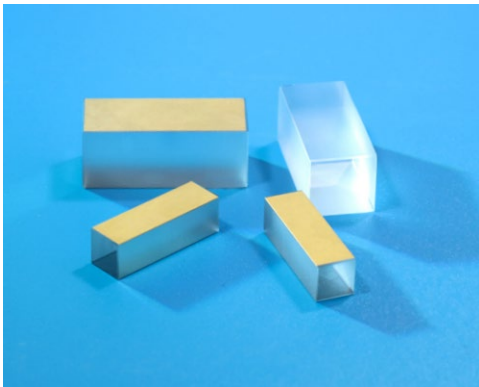
- En insérant un élément dans l'un des bras, on peut mesurer avec une très grande précision l'indice de réfraction du matériau (comme pour l'interféromètre de Michelson)
- On peut aussi moduler l'intensité du signal sortant



Modulateur électro-optique

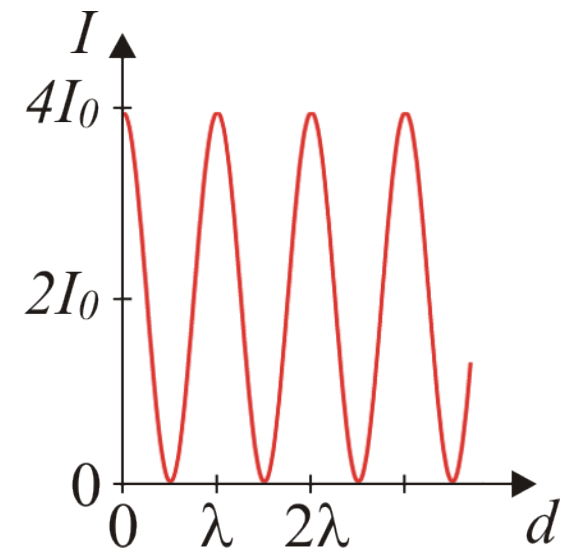
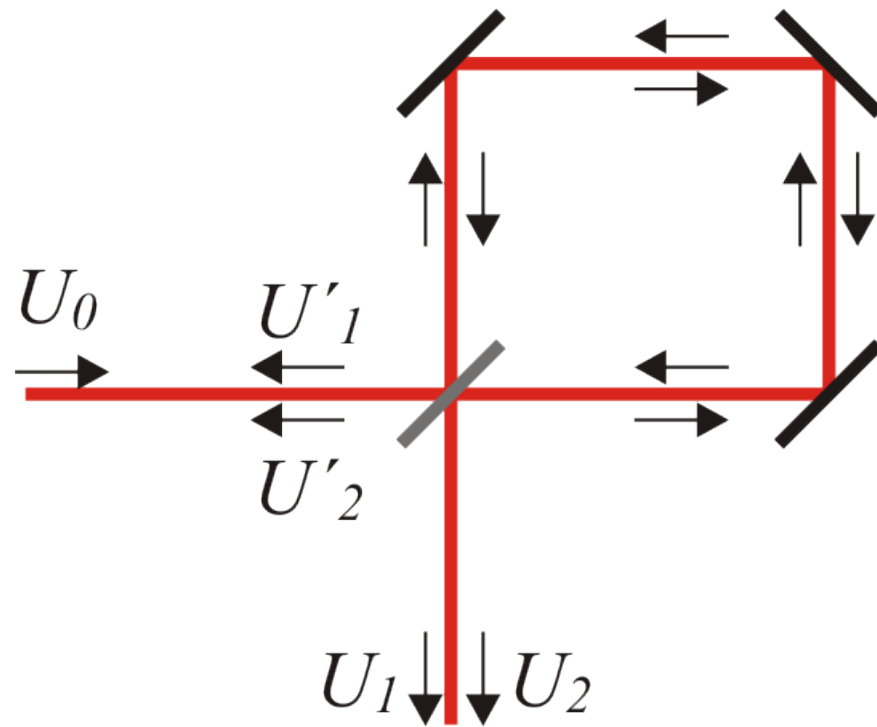
- L'indice du matériau électro-optique change quand on applique un voltage et permet de contrôler l'intensité sortante

Crystal électro-optique



Interféromètres - Sagnac

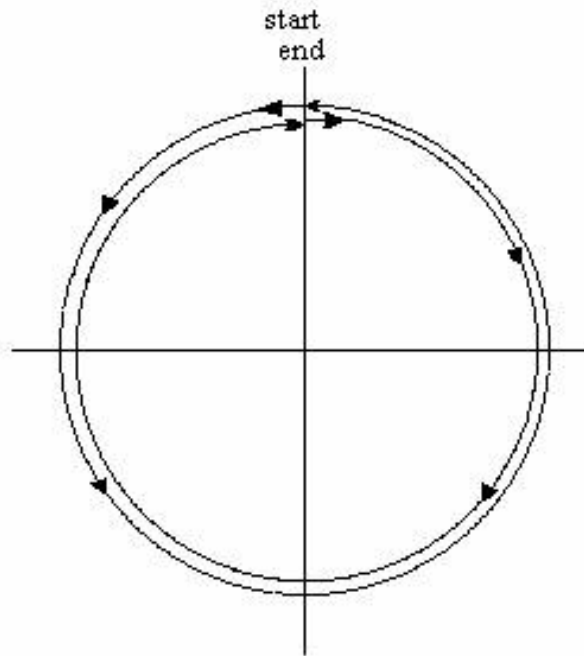
(c)



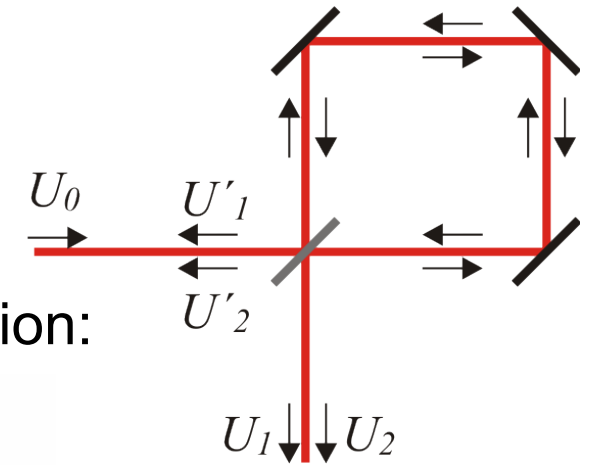
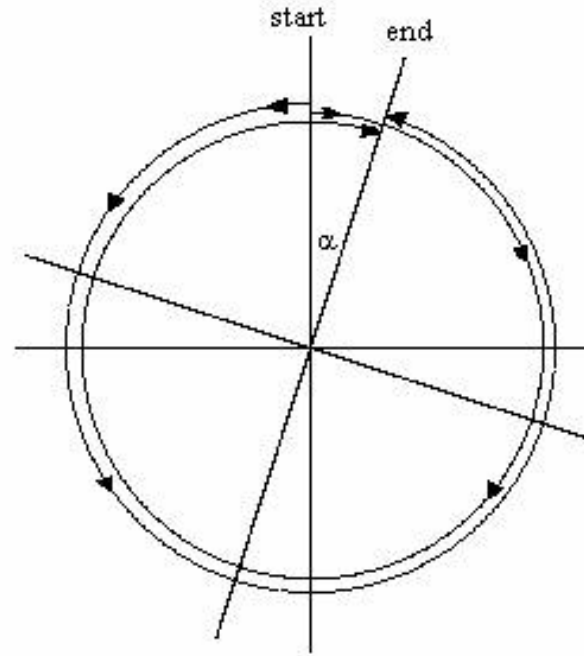
Interféromètres - Sagnac

- Application comme gyroscope, pour la mesure de la rotation de la terre (Michelson & Gale, 1925)

- Anneau **sans** rotation:



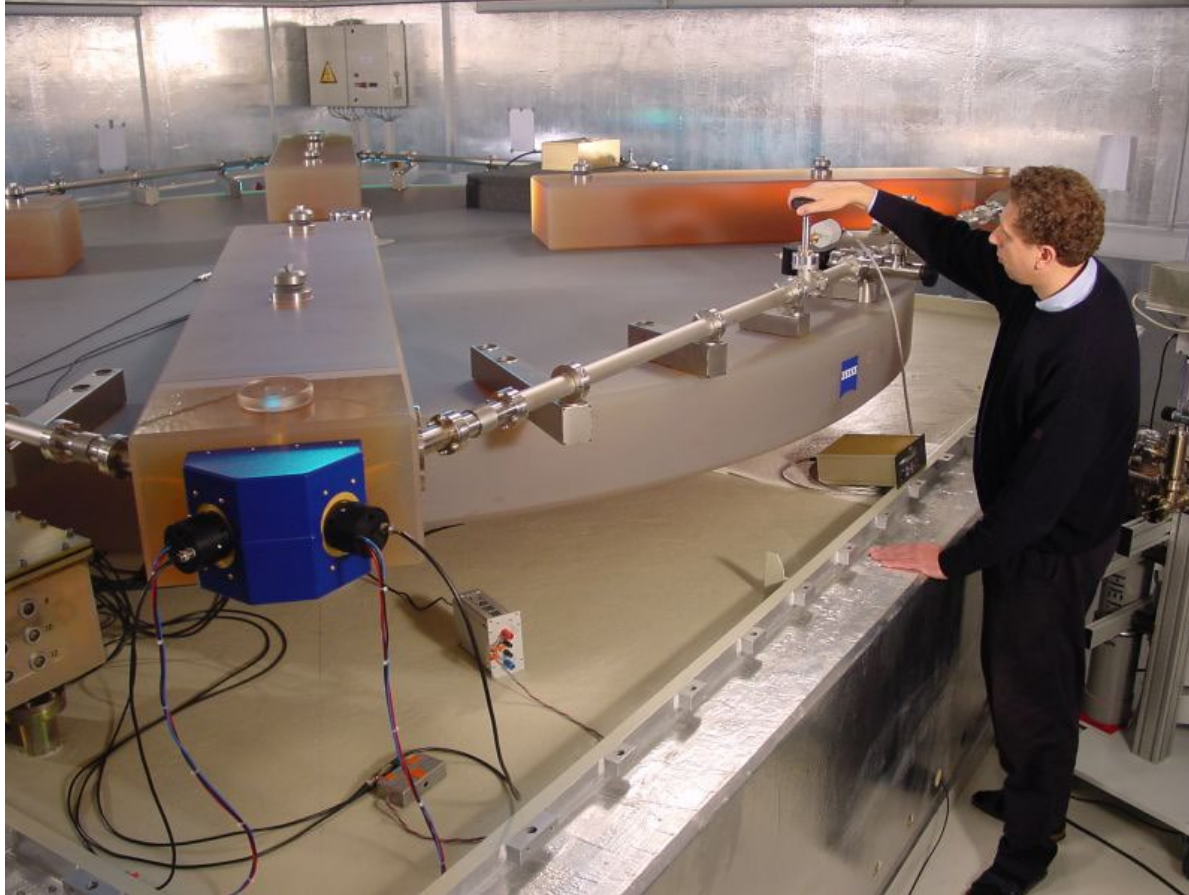
- Anneau **en** rotation:



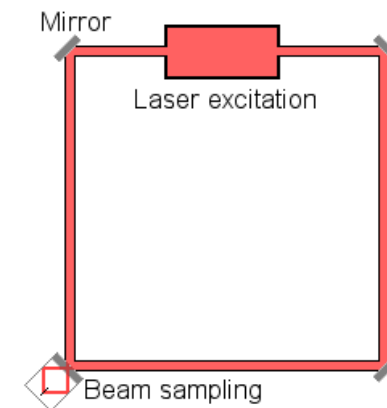
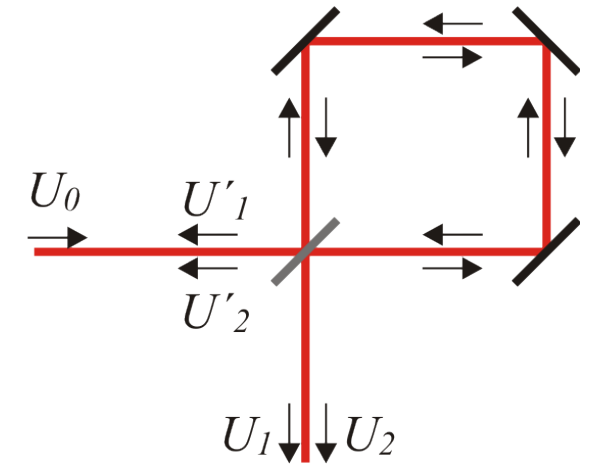
- Une différence de phase apparaît entre les deux ondes se propageant en directions opposées, qui dépend de la rotation effective de l'anneau

Interféromètres - Sagnac

- Ce type d'interféromètre a aussi donné lieu aux lasers en anneau (ring-laser)

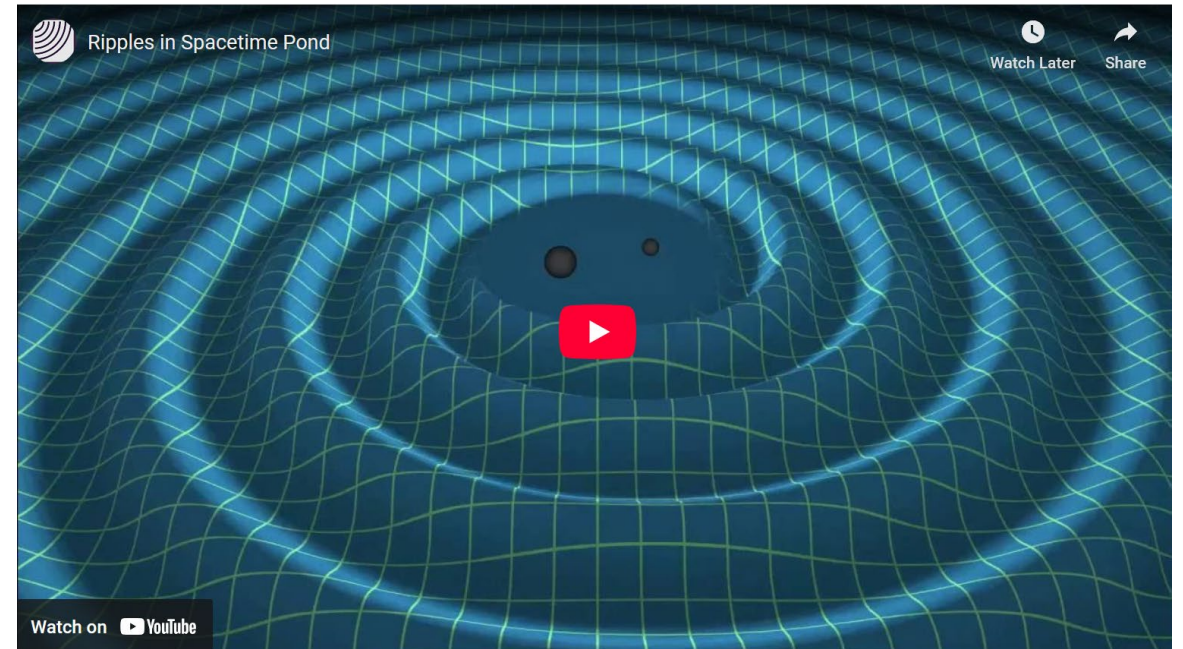


Deutsche Bundesamt für Kartographie und Geodesie



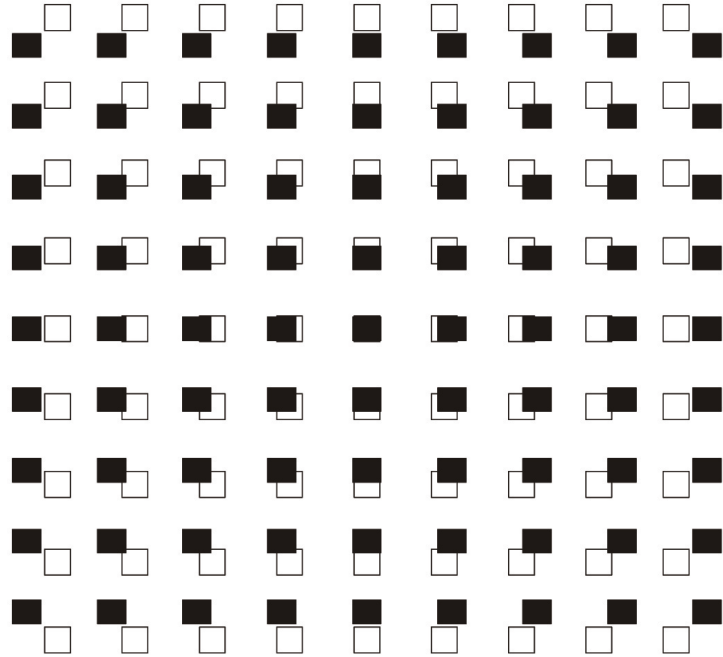
LIGO Laser Interferometer Gravitational Wave Observatory

- Les ondes gravitationnelles ont été postulées par Einstein en 1918 dans le cadre de la relativité généralisée
 - Sans elles, la relativité généralisée reproduirait la mécanique Newtonienne avec une action à distance instantanée
 - Les ondes gravitationnelles se propagent à la vitesse de la lumière et voyage pratiquement sans interaction
 - Elles sont la conséquence de mouvements de masses énormes dans l'univers
- Onde gravitationnelle créée par la fusion de deux trous noirs:
<https://ligo.org/gravitational-wave-science/>

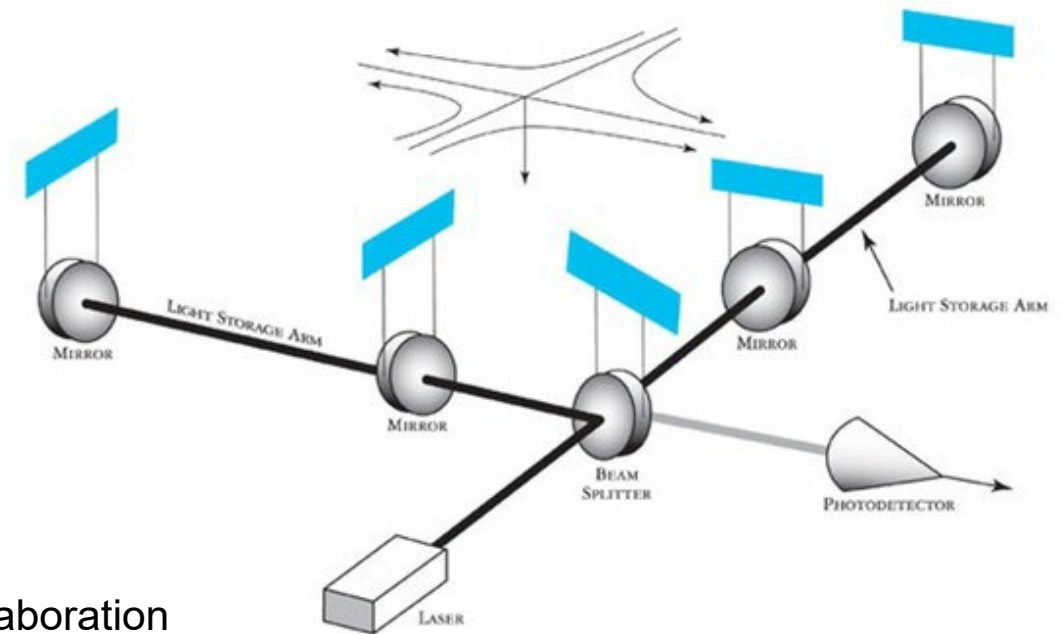


Une onde gravitationnelle est comme une onde de cisaillement

- Lorsqu'elle interagit avec une collection de masses libres, une onde gravitationnelle les sépare dans un mouvement de cisaillement asymétrique:



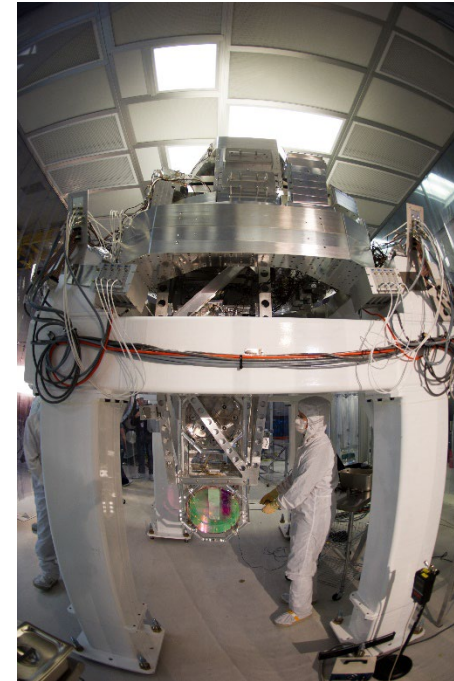
LIGO collaboration



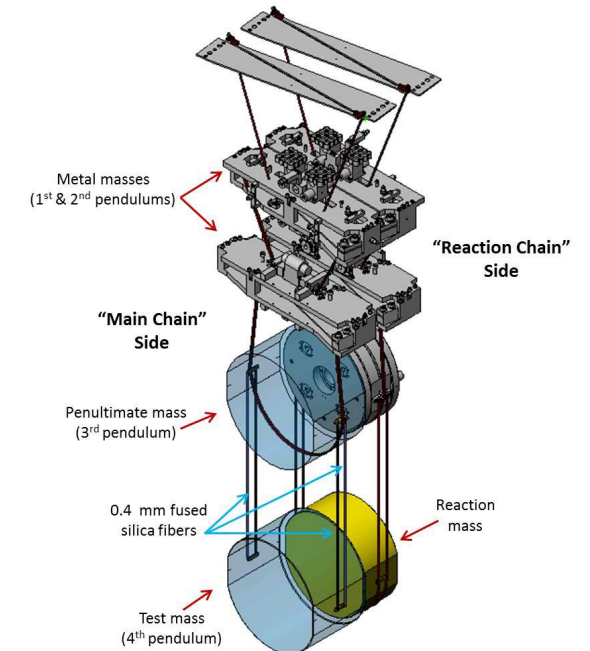
- De même qu'une onde électromagnétique est créée par des champs/courants et détectée avec des champs/courants, une onde gravitationnelle est créée par des masses et détectée par le mouvement de masses suis à une variation de l'espace-temps

LIGO Laser Interferometer Gravitational Wave Observatory

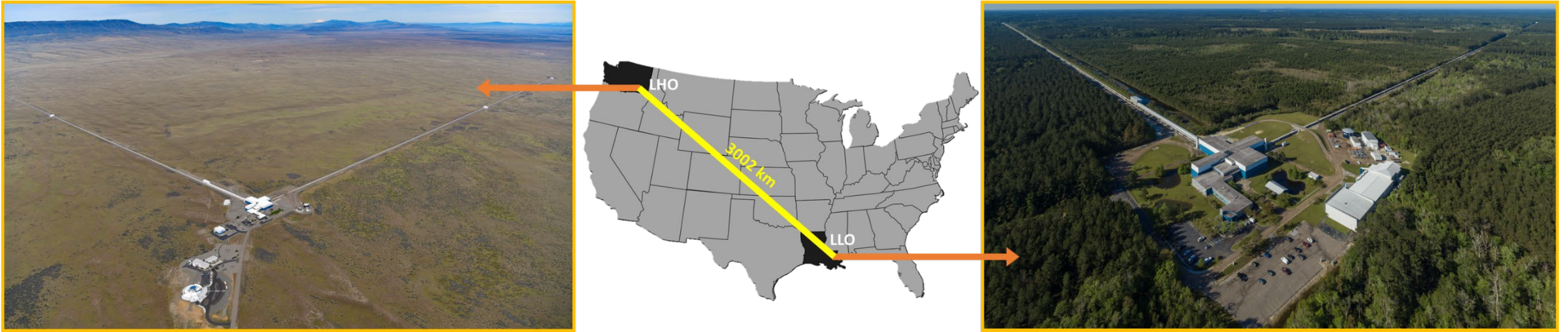
- Interféromètre avec des bras de 4km de longueur dans un tube à vide de 1.3 m de diamètre
- Une onde gravitationnelle raccourcit un bras et allonge l'autre, sensibilité 10^{-17} cm
- Beaucoup de challenges technologiques: enceinte de $10'000$ m³ avec un vide de 10^{-9} Torr; miroirs de 40 kg; suspension réduisant les vibrations d'un facteur 10^8



LIGO collaboration



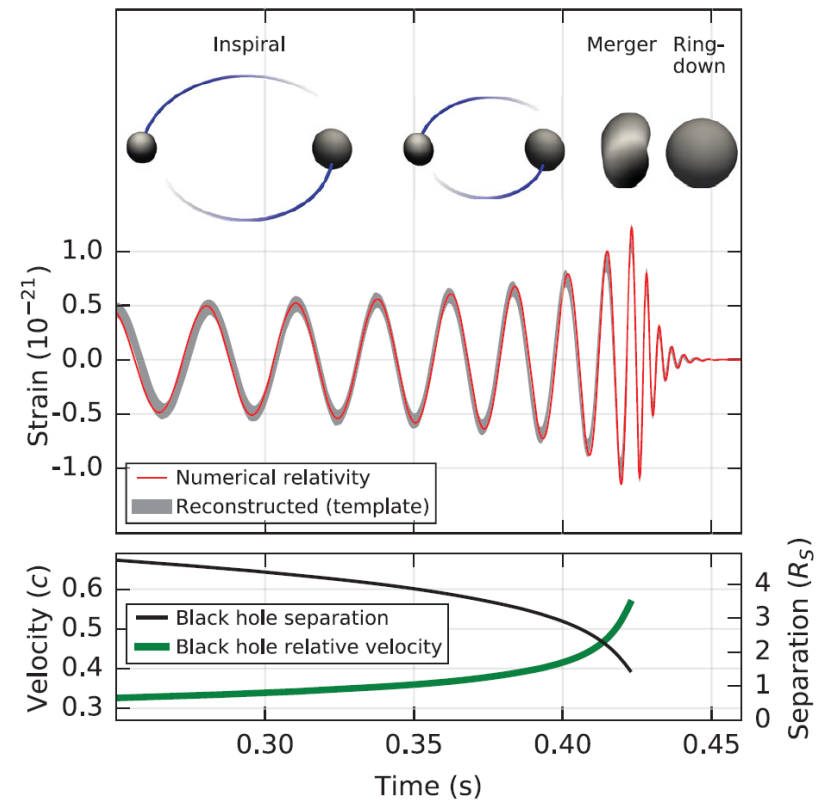
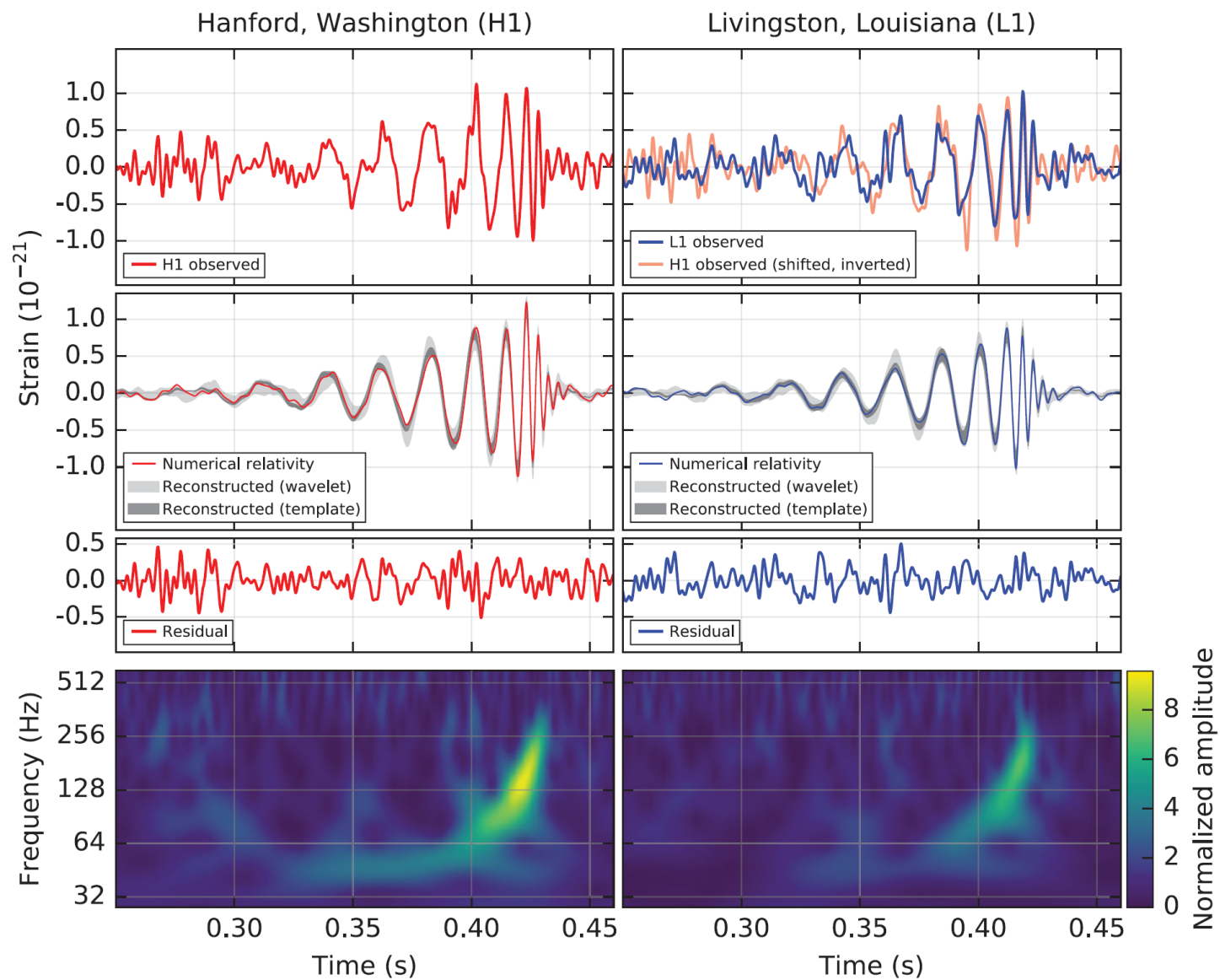
LIGO Laser Interferometer Gravitational Wave Observatory



- Un interféromètre se trouve à Hanford, Washington et l'autre à Livingston, Louisiane
- Deux interféromètres permettent:
 - De distinguer les ondes gravitationnelles de bruits comme des vibrations locales, ou des tremblements de terre
 - De s'assurer qu'on mesure la même onde gravitationnelle (c_0 parcourt 3'000 km en 10 ms)
 - Deux détecteurs permettent de déterminer la position de la source de l'onde gravitationnelle (un troisième détecteur – Virgo – a été construit en Italie et permet une triangulation plus précise)



Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger



Ingénierie optique

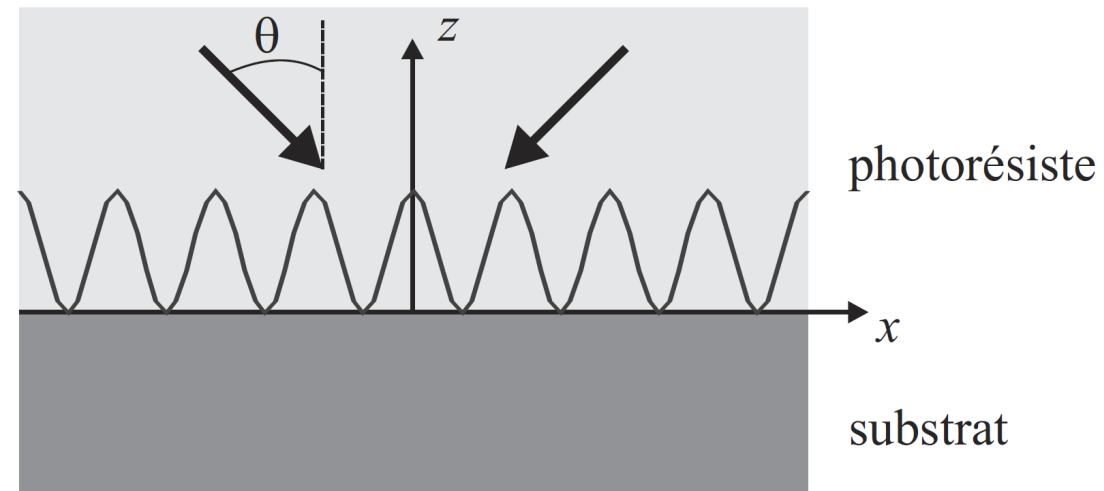
Semaine 3 – partie 4

Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie



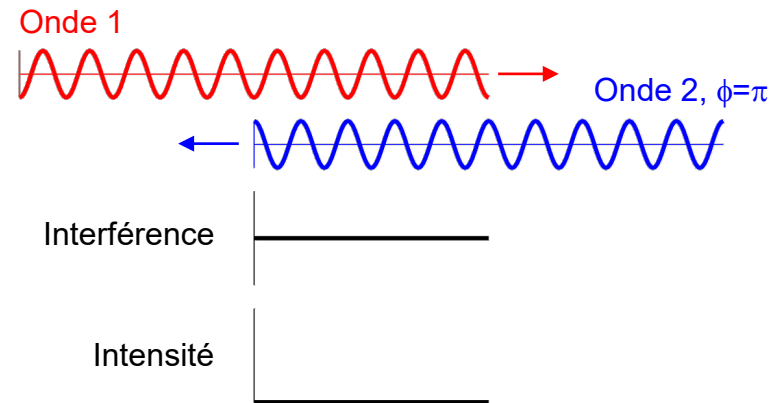
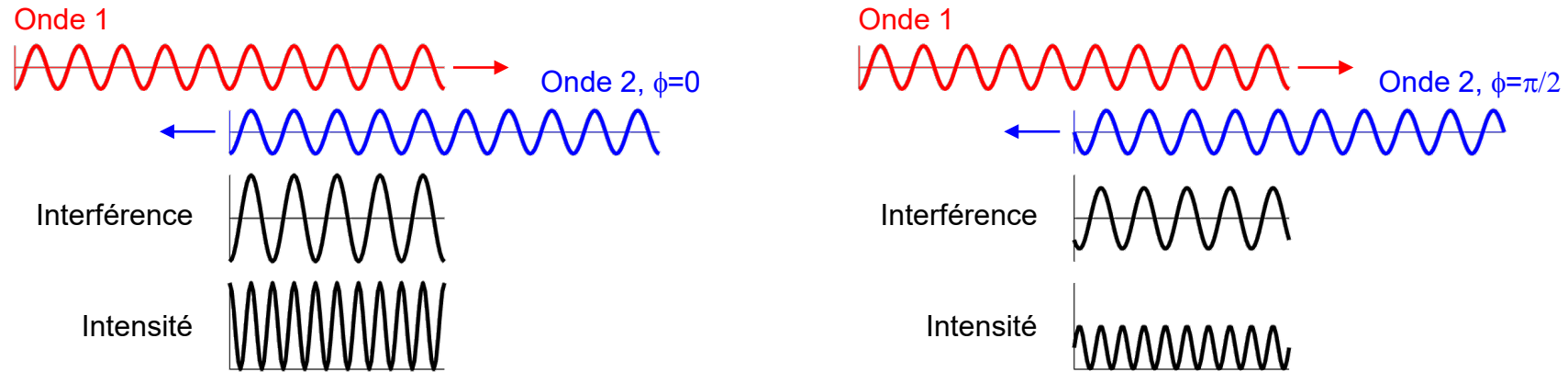
Interférence de deux ondes – Lithographie

- En faisant l'interférence de deux ondes dans un photorésiste on crée une structure d'intensité périodique



Interférence de deux ondes – Lithographie

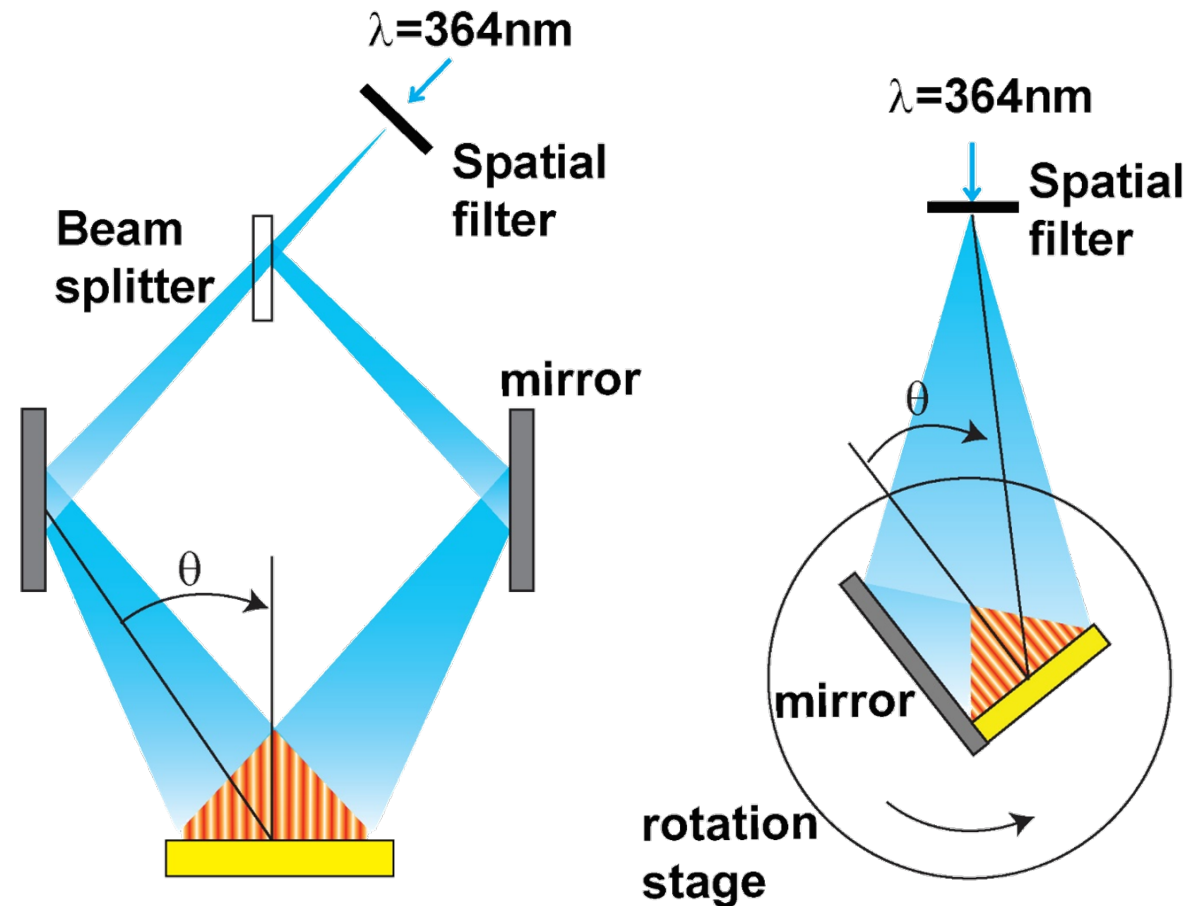
- La phase d'une onde par rapport à l'autre détermine l'intensité de l'interférence:



- Pour avoir une intensité maximale, on ajuste les ondes pour qu'elles soient en phase

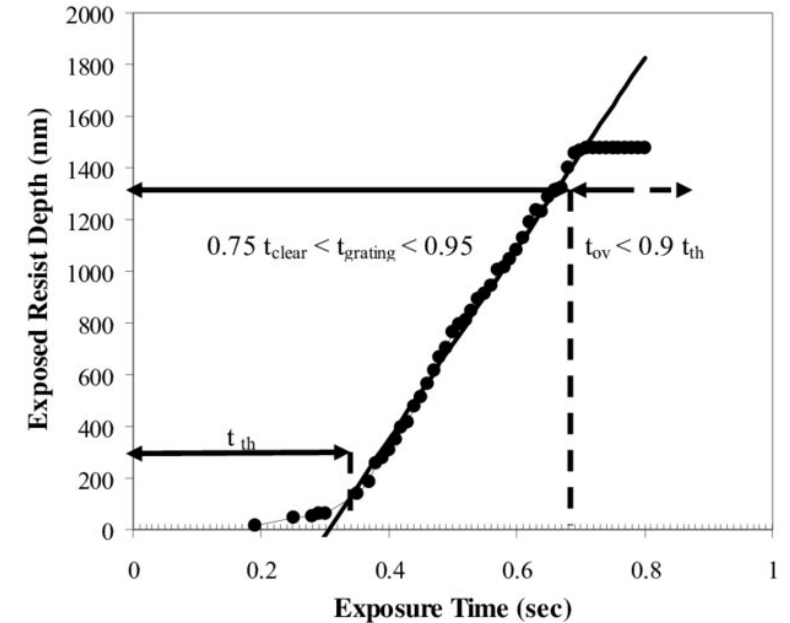
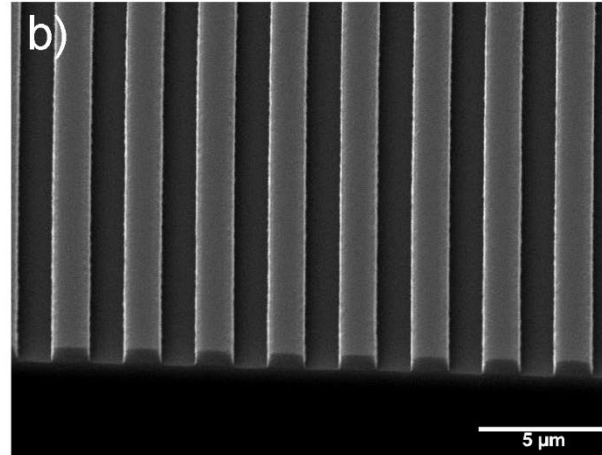
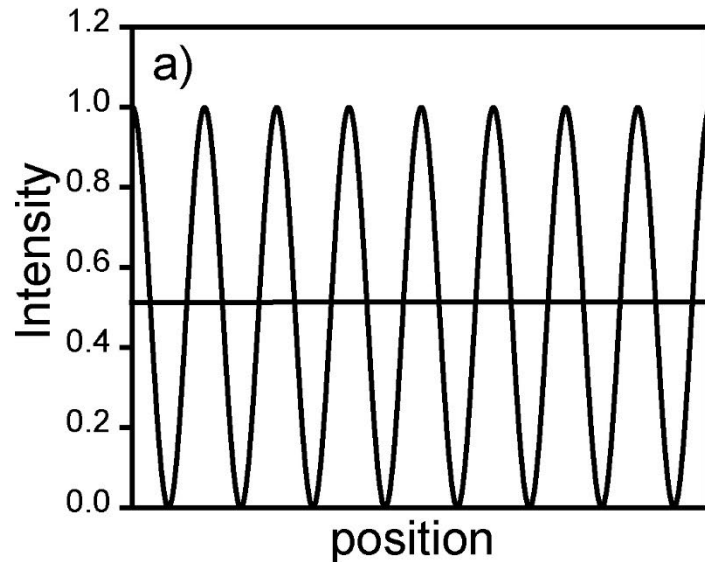
Interférence de deux ondes – Lithographie

- Il existe essentiellement deux implementations: l'une basée sur un miroir semi-transparent ("beam splitter"), l'autre basée sur un miroir de Lloyd:



Interférence de deux ondes – Lithographie

- Le profil réalisé dans le photorésiste ne suit pas exactement le profil d'intensité



- Un photorésiste a une réponse non-linéaire à l'exposition

(left) P.J. Mook et al., Laser Interference Lithography and Shadow Lithography for Fabricating Nanowires and Nanoribbons (Intech Open, 2011)

(right) P. Srinivasan, Design and fabrication of space variant micro optical elements, PhD thesis CREOL, University of Central Florida, Fall 2009.

Interférence de deux ondes – Lithographie

- En utilisant des expositions successives, on peut remédier à ce problème

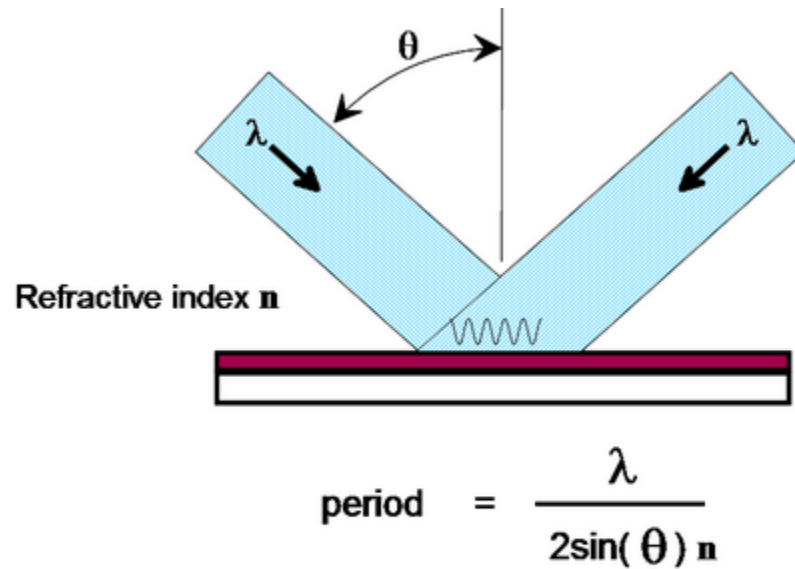
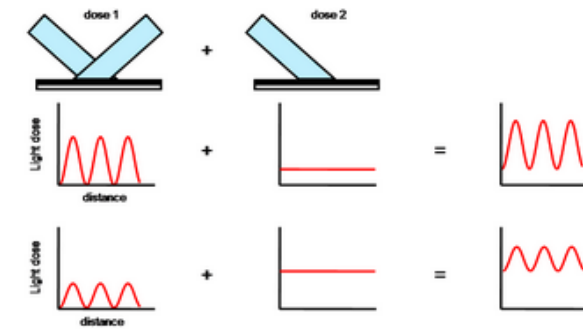


Figure 1. Schematic diagram of interferometric lithography



UVII-HS Resist, 230 nm lines on 500 nm pitch

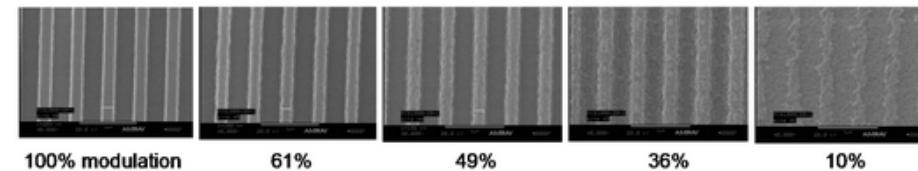


Figure 2. Control of aerial image contrast in interferometric lithography to test resist LER response

IBM Research Almaden

- La longueur d'onde détermine la période des structures réalisées

EUV interference lithography at the SLS Facility

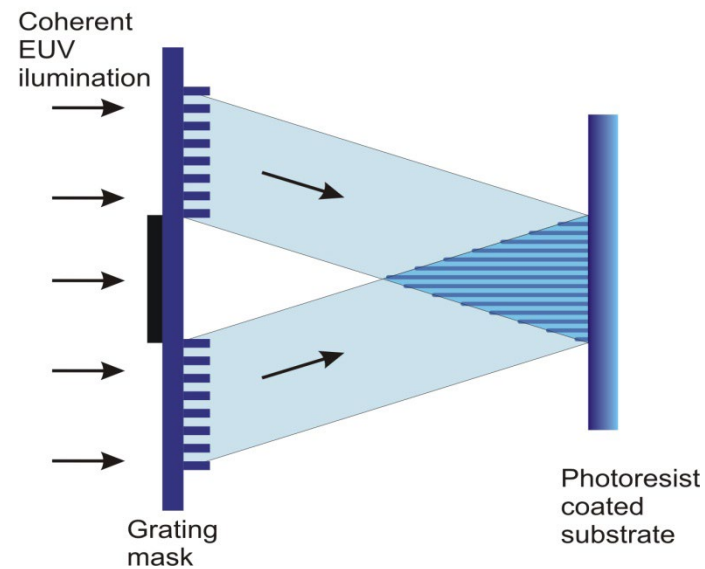


Synchrotron facility near Bern in Switzerland



EUV interference lithography at the SLS Facility

- A facility to create periodic nanostructures, over large areas, in useful quantities
- Fully coherent light from undulator ($\lambda=13\text{nm}$)
- Achromatic grating-based interference scheme

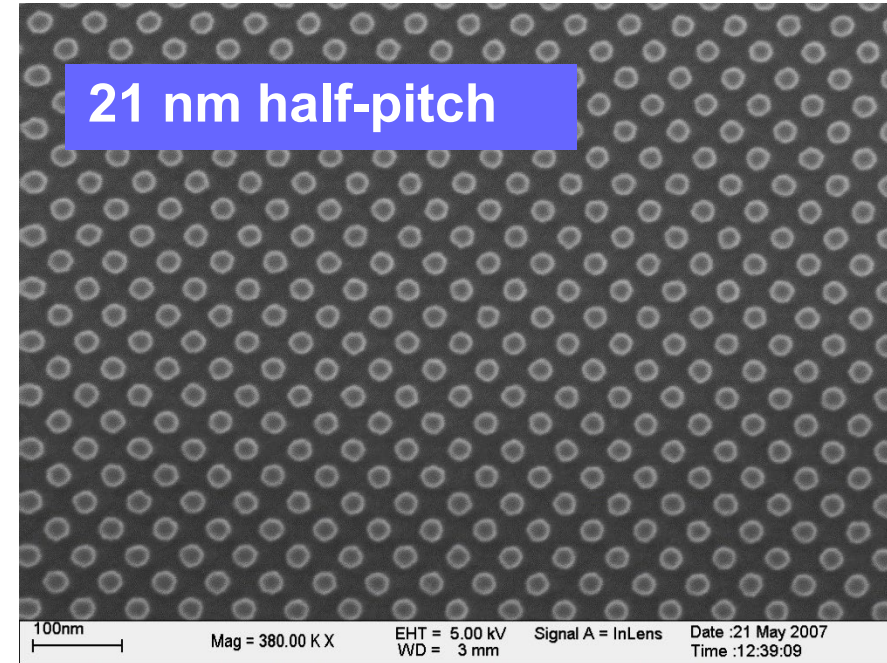
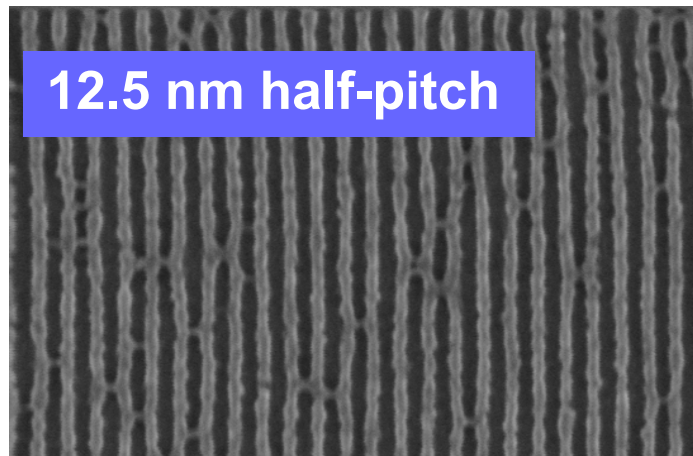
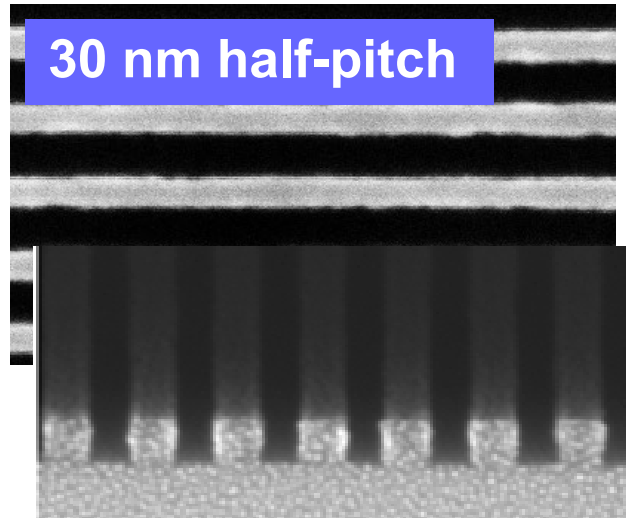


Performance:
20-50 nm period
1-4 mm² area
10-30 sec exposure



Dr. Harun Solak, Imn.web.psi.ch

1D and 2D structures



Dr. Harun Solak, Imn.web.psi.ch

Ingénierie optique

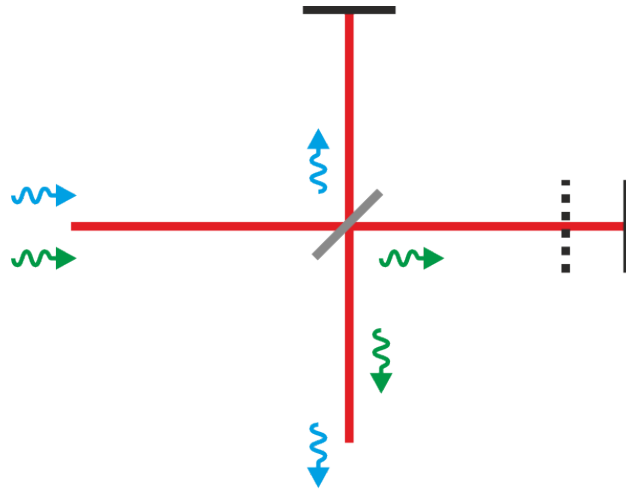
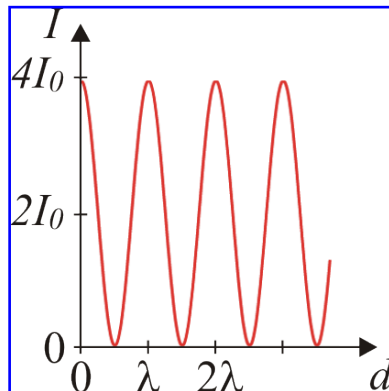
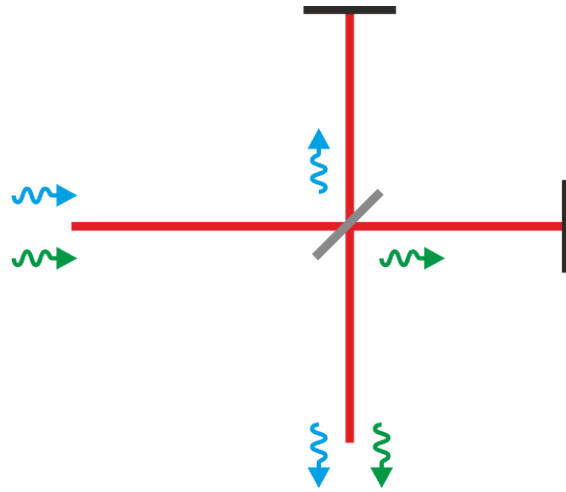
Semaine 3 – partie 5

Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie

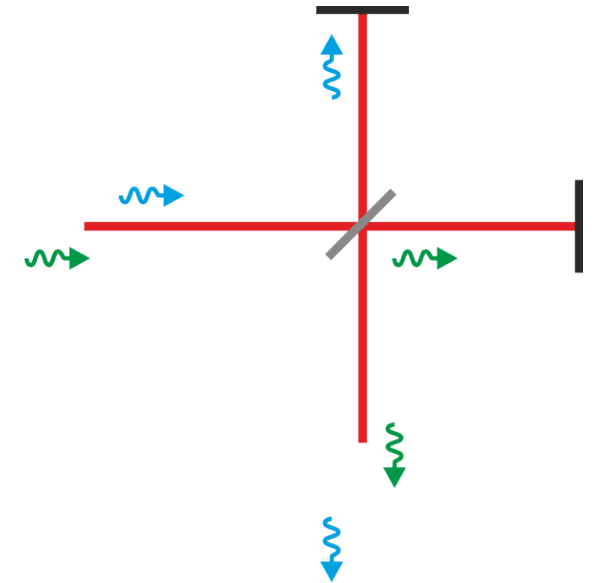


Cohérence temporelle

- L'interférence n'est possible que si ce sont des photons "similaires" qui interagissent (des photons qui proviennent de la même source et sont cohérents)



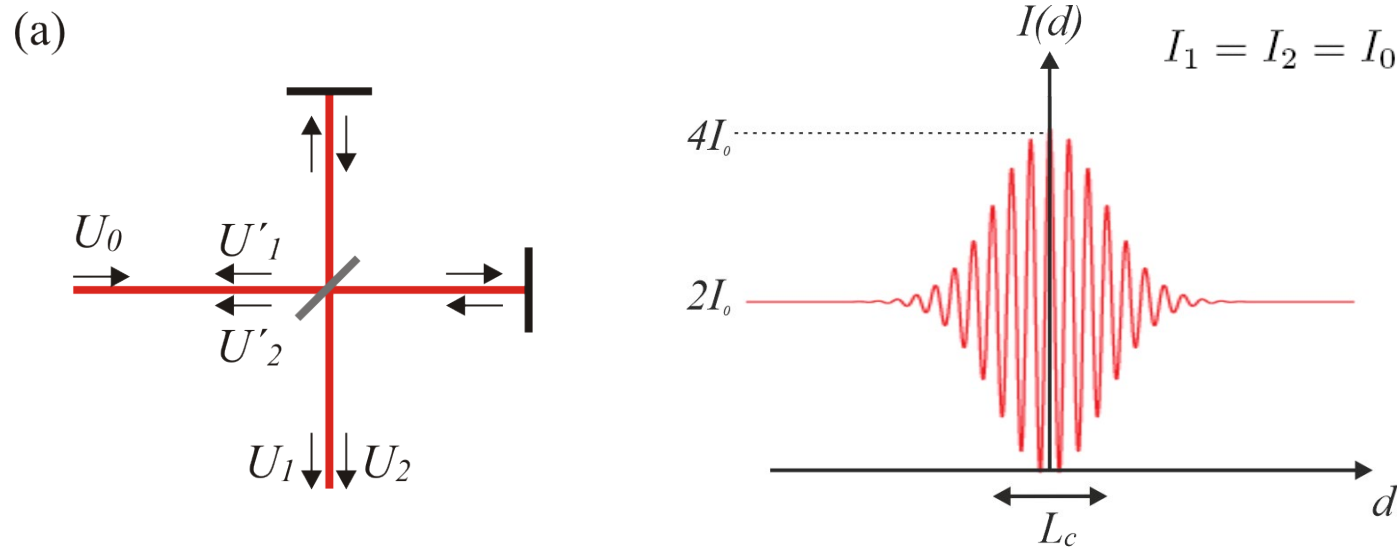
Pas
d'interférence



Pas
d'interférence
non plus

Cohérence temporelle

- Les franges ne sont bien visibles que pour une différence de chemin d limitée:



Typical values

Laser type	Typical coherence length
Lamp pumped Nd:YAG	1 cm
HeNe (non-stabilized)	20 cm
HeNe (stabilized)	1 km
Argon/Krypton	1 cm
Argon/Krypton and Etalon	1 m
Dye laser	5 .. 250 m
Fibre laser (non-stabilized)	50 μ m
Fibre laser (stabilized)	100 km
Free-running diode laser	<1 mm
External-cavity diode laser	100 .. 1000 m

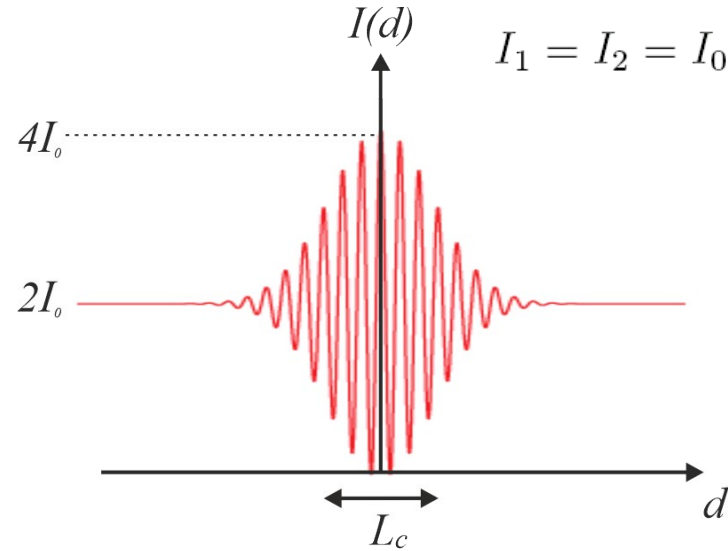
- Visibilité des franges:
$$\mathcal{V} = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

- Longueur de cohérence: L_c distance pour laquelle la visibilité est supérieure à la moitié du maximum

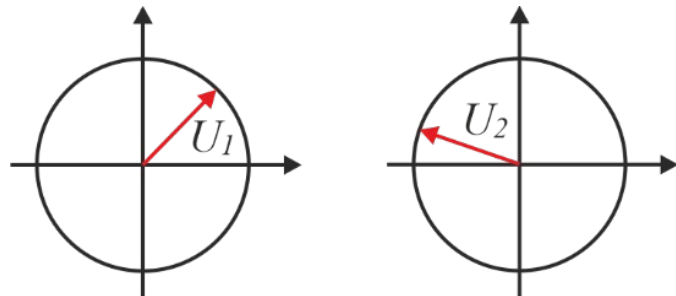
- Temps de cohérence
$$\tau_c = \frac{L_c}{c}$$

Cohérence temporelle

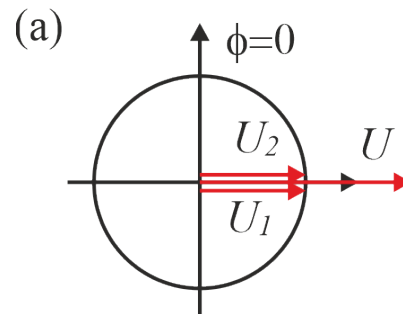
- Les franges ne sont bien visibles que pour une différence de chemin d limitée:



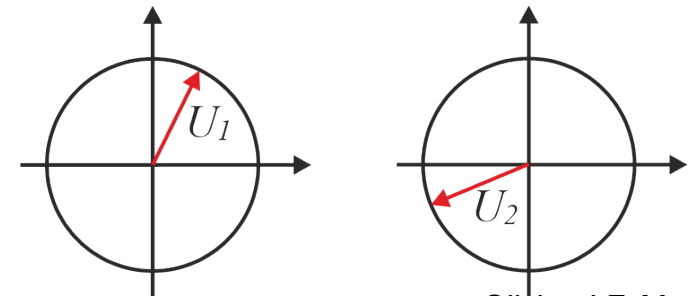
Pas d'interférence:
addition incohérente des ondes



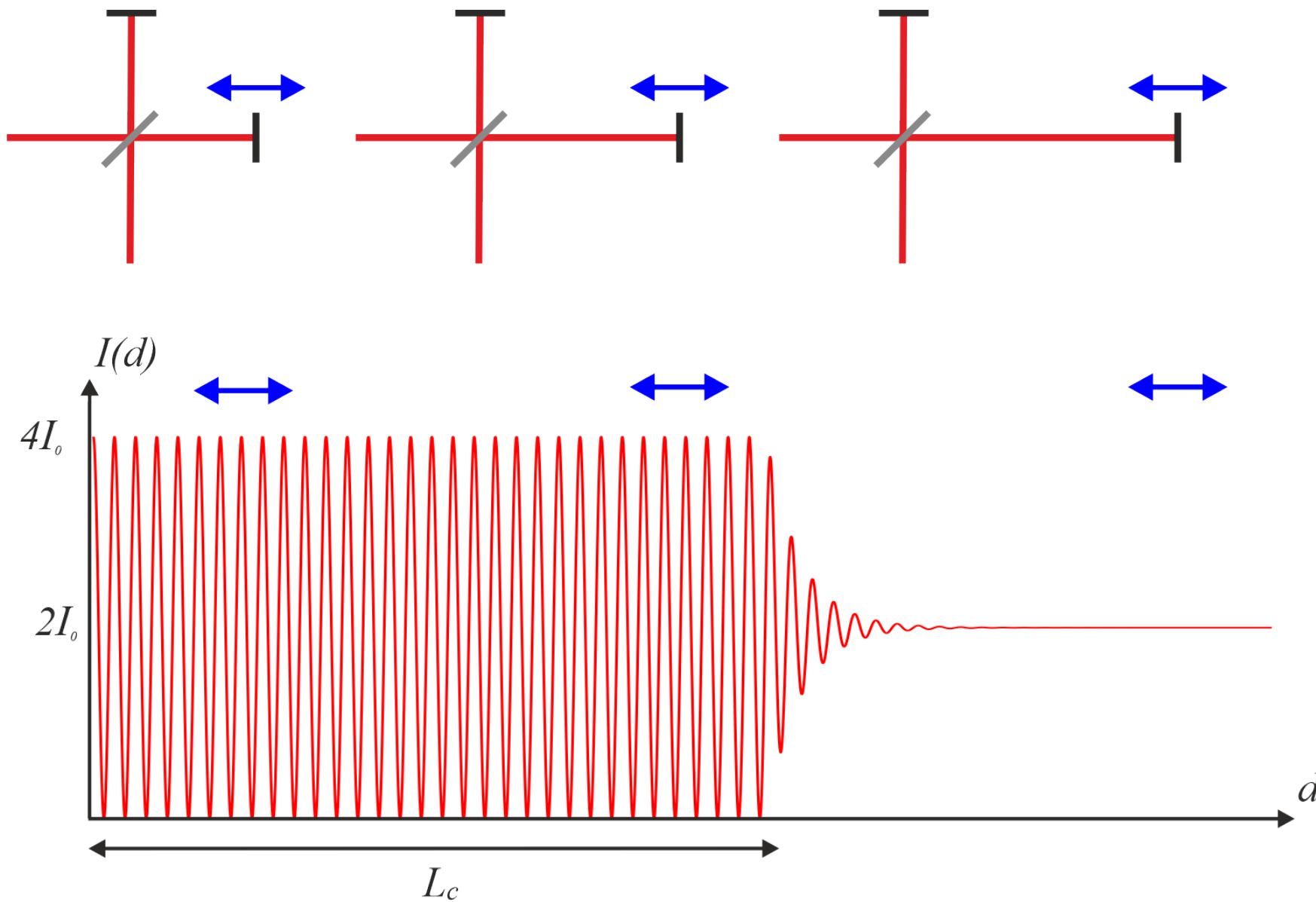
Interférence: addition
cohérente des ondes



Pas d'interférence:
addition incohérente des ondes



Cohérence temporelle

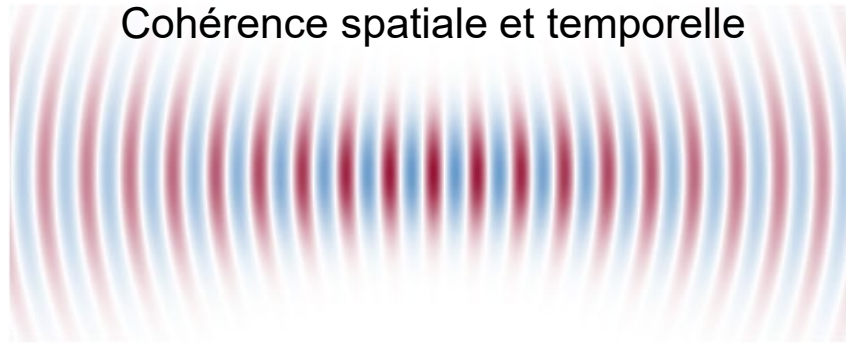


Cohérence temporelle et spatiale

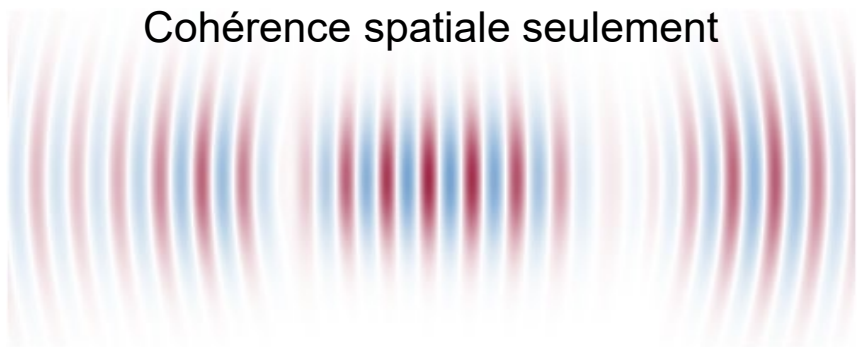
- Il existe deux types de cohérences pour la lumière: temporelle et spatiale, chacune s'exprime par une corrélation forte = relation de phase fixe
- Cohérence temporelle: corrélation en un point donné au cours du temps
- Cohérence spatiale: corrélation à un instant donné dans l'espace

Faisceau gaussien
monochromatique

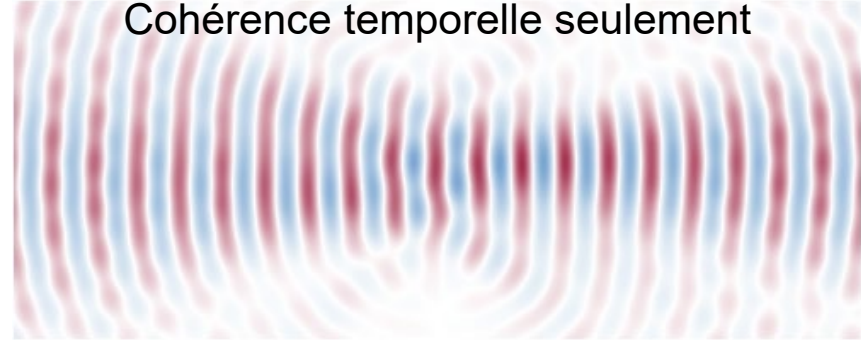
Cohérence spatiale et temporelle



Cohérence spatiale seulement

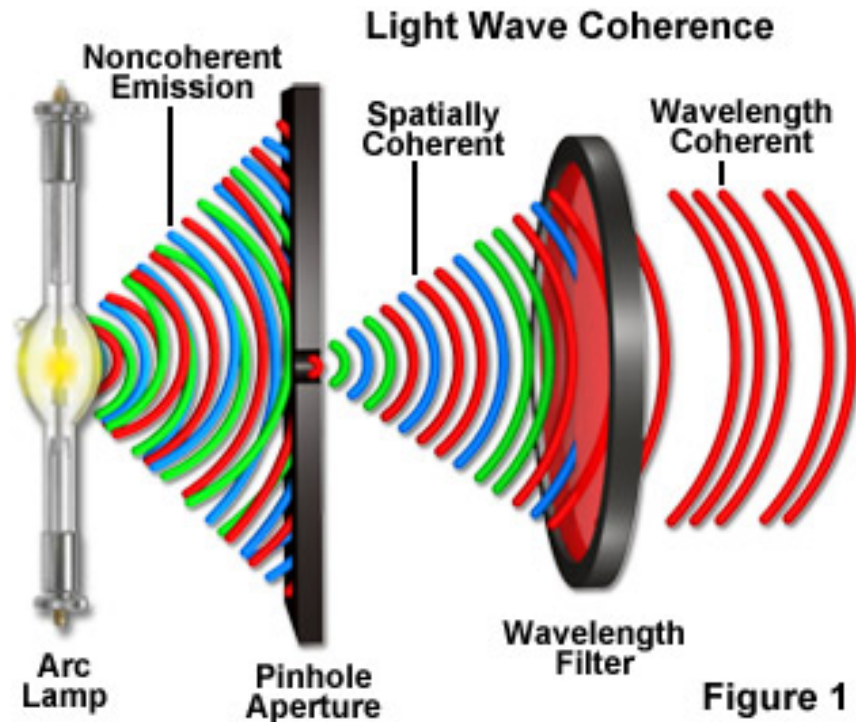


Cohérence temporelle seulement



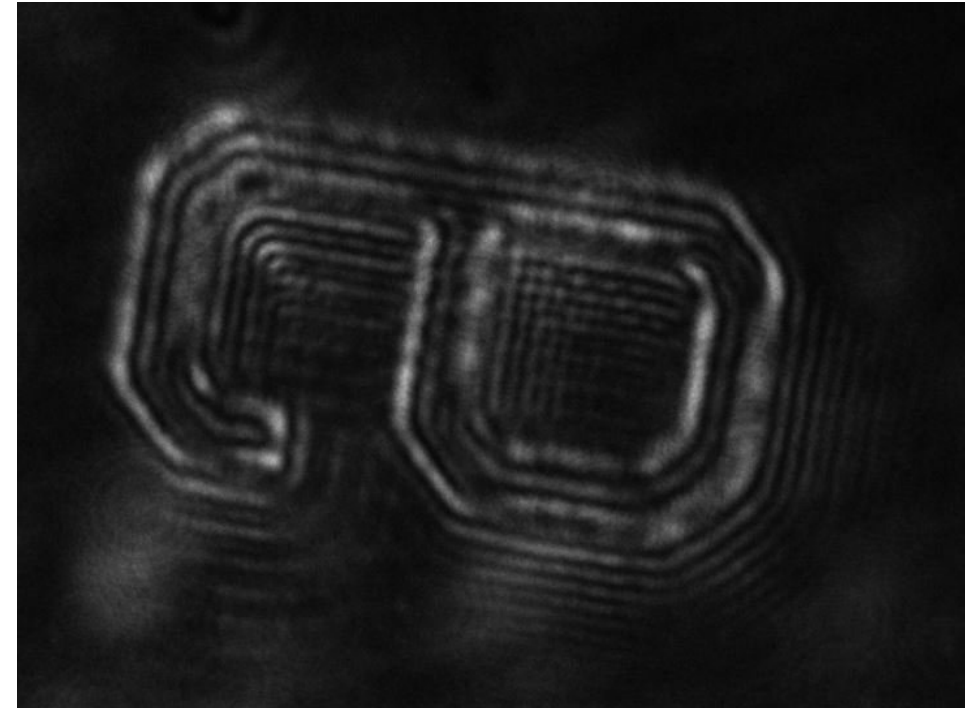
Cohérence temporelle et spatiale

- A-partir d'une source incohérente, il est possible de créer une source cohérente spatialement puis temporellement:



Zeiss-Campus

Image de microscope obtenue avec un illumination ayant une très forte cohérence

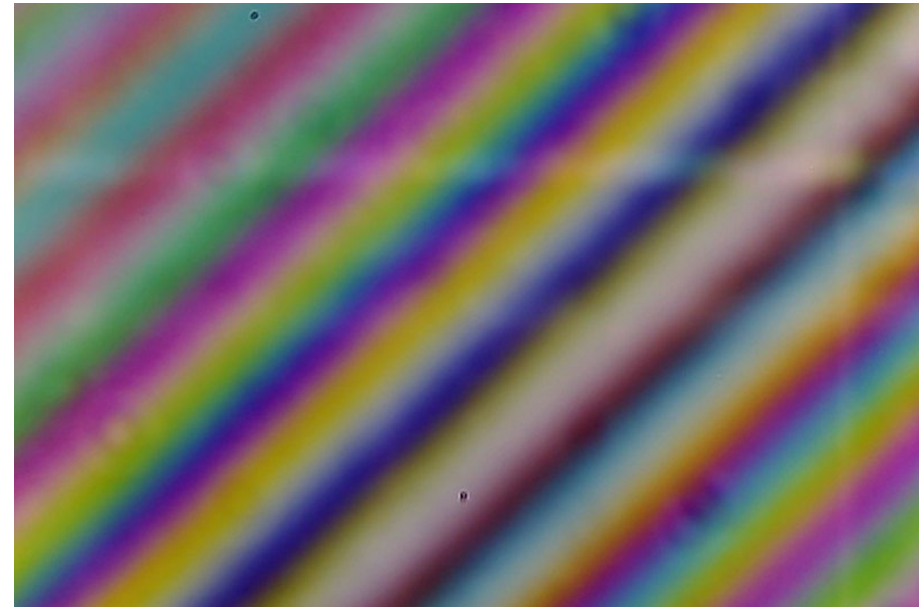
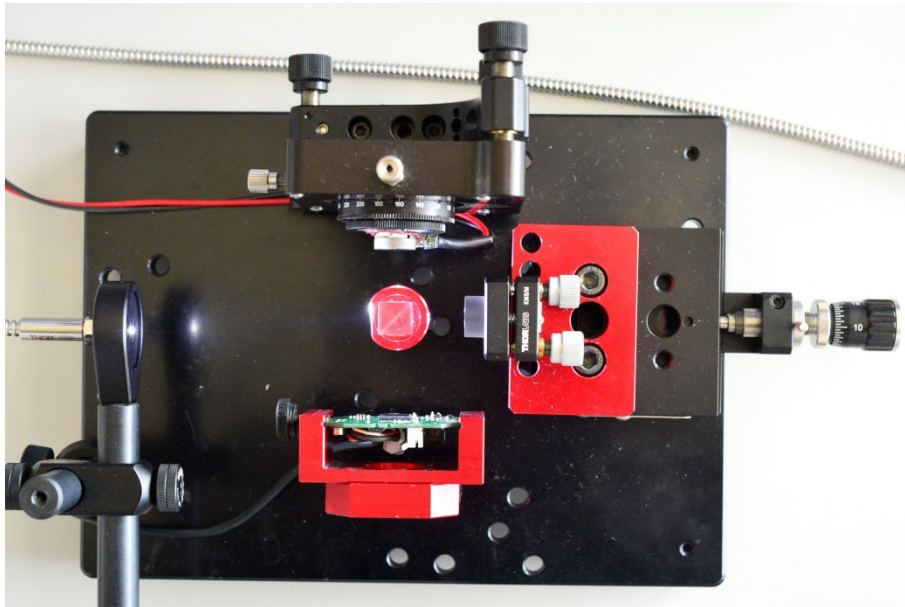


Yi Zhou, Chongqing University (ResearchGate.net)

- Attention: une illumination cohérente n'est pas toujours désirable, elle peut produire des interférences et des speckles ("des taches")

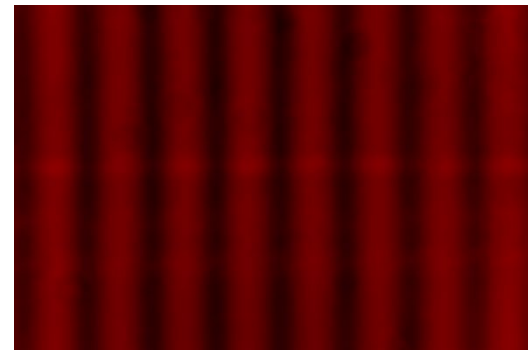
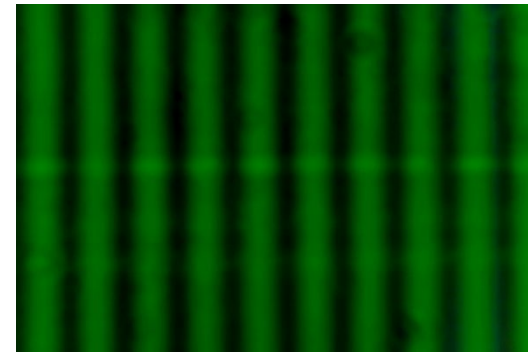
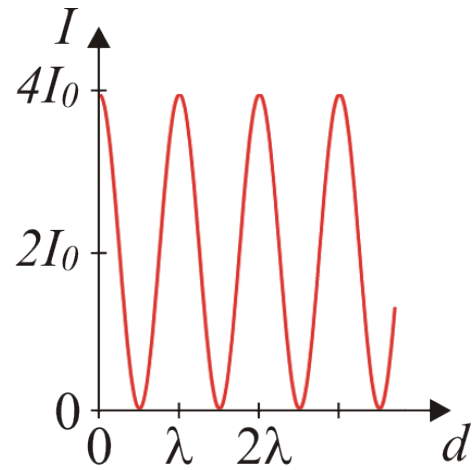
Interférence en lumière blanche (TP)

- Il est possible de faire une interférence avec de la lumière blanche, par exemple avec une source LED
- Les franges d'interférence contiennent toutes les couleurs ainsi que des franges blanches



Interférence en lumière blanche (TP)

- En sélectionnant une bande de longueurs d'onde, le nombre de franges change (peu de franges pour une grande longueur d'onde)



Filtres centrés autour de $\lambda=488$ nm (bleu),
 $\lambda=530$ nm (vert) ou $\lambda=632$ nm (rouge)
(largeur du filtre $\Delta\lambda=10$ nm)

Interférence en lumière blanche (TP)

- Pour de la lumière polychromatique (contenant un spectre de longueurs d'onde λ), la cohérence temporelle dépend de la largeur de ce spectre:

$$L_c = \lambda^2 / \Delta\lambda$$

- Pour augmenter la longueur de cohérence il faut utiliser un grand λ ou un filtre très étroit ($\Delta\lambda$ très petit)

