

# Ingénierie optique

---

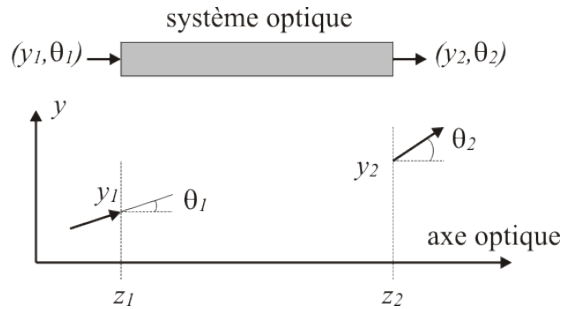
## Semaine 2 – partie 1

Olivier J.F. Martin  
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie



## Méthode matricielle ABCD

- On représente un système optique comme une "boîte noire" qui produit un rayon output pour un rayon input:



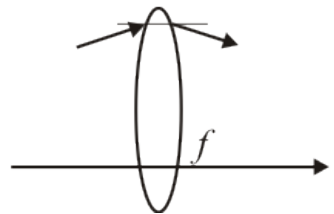
- On suppose une relation linéaire (optique paraxiale,  $\sin \theta \simeq \theta$ ):

$$\begin{aligned} y_2 &= Ay_1 + B\theta_1 \\ \theta_2 &= Cy_1 + D\theta_1 \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} y_2 \\ \theta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \theta_1 \end{pmatrix} = \mathbf{M} \begin{pmatrix} y_1 \\ \theta_1 \end{pmatrix}$$

- Matrices les plus importantes:

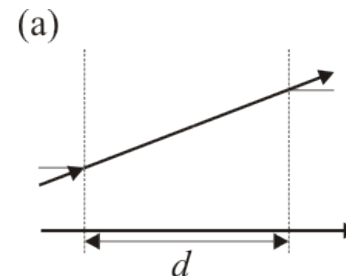
- Lentille



$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix}$$

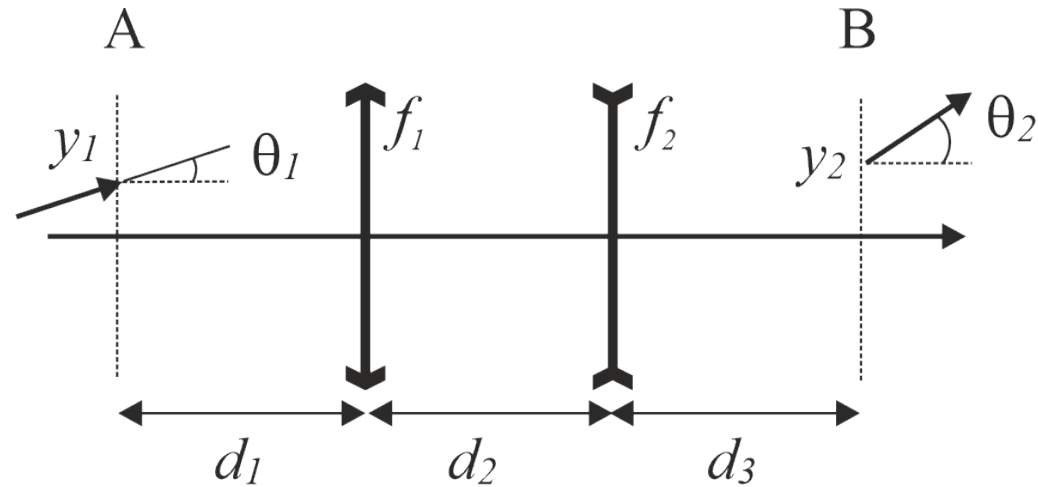
( $f > 0$  pour une lentille convexe,  
 $f < 0$  pour une lentille concave)

- Propagation



$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

# Méthode matricielle ABCD – Série 1 exercice 1



$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{d_2 + d_3}{f_1} - \frac{d_3}{f_2} + \frac{d_2 d_3}{f_1 f_2} & d_1 + d_2 + d_3 - \frac{d_1(d_2 + d_3)}{f_1} - \frac{d_3(d_1 + d_2)}{f_2} + \frac{d_1 d_2 d_3}{f_1 f_2} \\ \frac{d_2}{f_1 f_2} - \frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2} & 1 + \frac{d_1 d_2}{f_1 f_2} - \frac{d_1 + d_2}{f_2} - \frac{d_1}{f_1} \end{pmatrix}$$

# Ingénierie optique

---

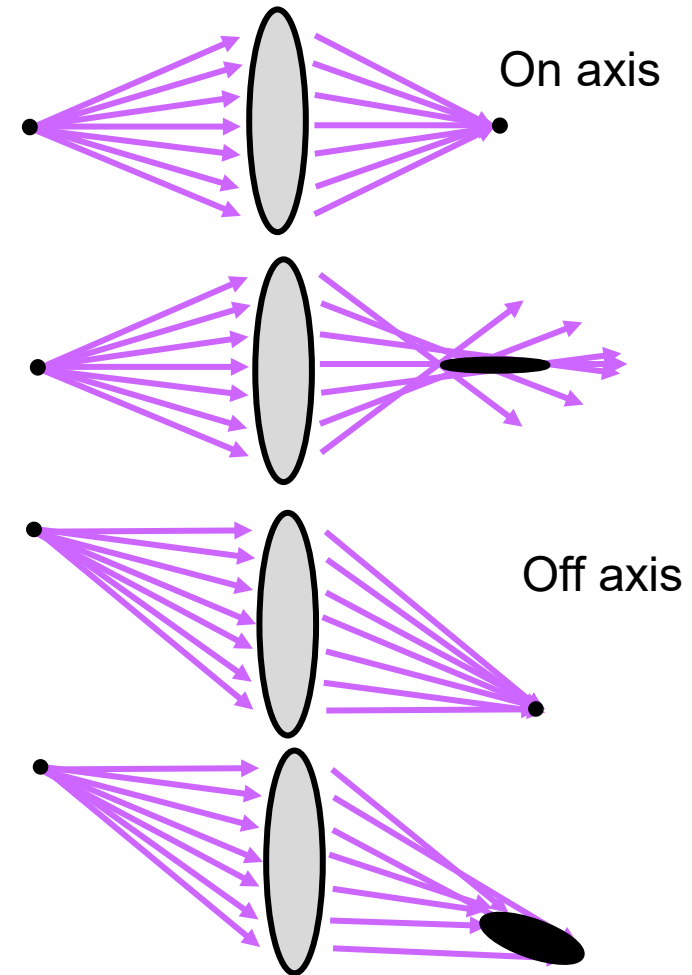
## Semaine 2 – partie 2

Olivier J.F. Martin  
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie



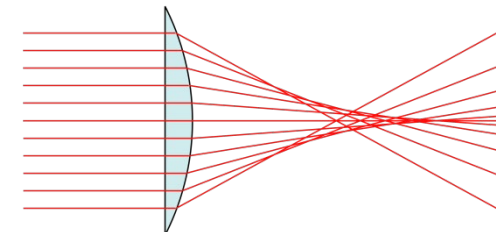
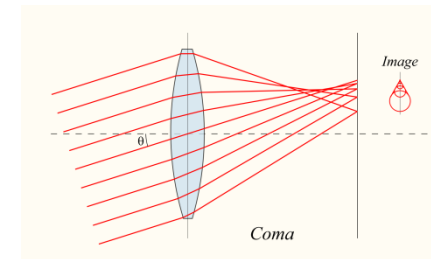
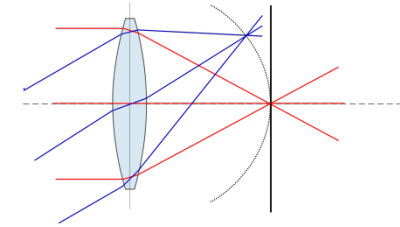
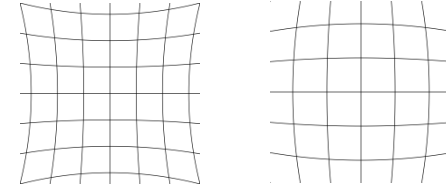
# Aberrations

- Dans un système optique idéal, tous les rayons provenant d'un point dans le plan objet doivent converger sur un point dans le plan image et y former une image claire
- Dans la pratique, tous ces rayons ne convergent pas en un même point et donnent lieu à des aberrations
- On classe les aberrations en deux types, suivant qu'elles dépendent de la position dans le plan image (aberrations géométriques) ou de la longueur d'onde (aberrations chromatiques)
- Des TP's sont consacrés aux aberrations



# Aberrations géométriques

- Distorsion: déformation quadratique du grossissement dans le plan image, les points sur l'image sont soit trop près, soit trop loin du centre
- Courbure du champ: causée par la forme de la lentille (les fronts d'onde sont sphériques)
- Coma: visible lorsque le grossissement de la lentille dépend de la position
- Aberrations sphériques: l'image apparaît floue, les rayons périphériques sont focalisés à une autre distance que ceux du centre

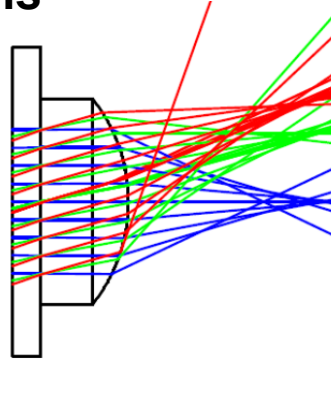


Wikimedia

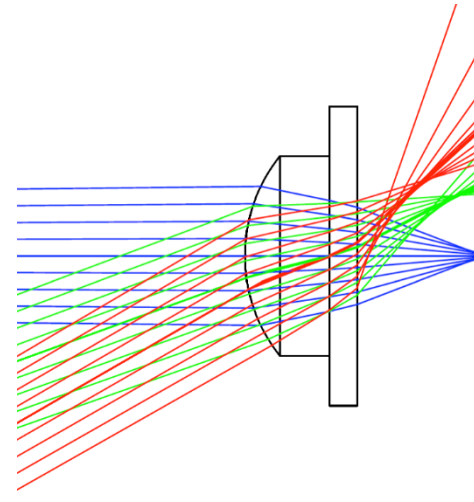
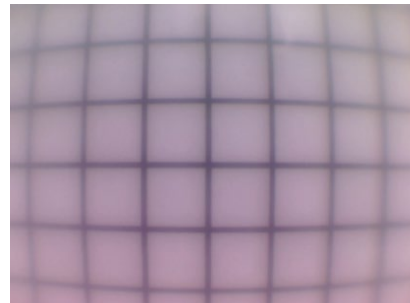
## TPs: Lentille dans deux configurations différentes

- L'orientation de la lentille est importante pour les aberrations

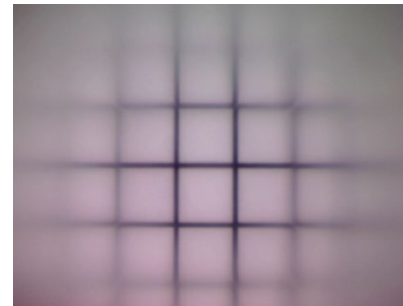
“Landscape lens”



Contraste moyen  
sur l'entier du  
champ de vision.  
Bien pour faire une  
image grand angle



Bon contraste au  
centre de l'image,  
mauvais  
contraste sur la  
périphérie



## Dispersion des matériaux – 1<sup>ère</sup> visite

- L'indice de réfraction  $n$  représente comment un matériau réagit à la lumière incidente
- Il est donc déterminé par l'interaction entre la lumière (onde électromagnétique) et les constituants du matériau (atomes, molécules)
- Cette interaction dépend de l'énergie de la lumière → dispersion (variation de l'indice de réfraction avec la fréquence)
- Il est possible de créer un modèle pour comprendre cette interaction (modèle de Lorentz), basé sur les équations de Maxwell
- Les propriétés de tout élément optique dépendent donc de la longueur d'onde à laquelle il est utilisé → aberrations chromatiques

## Dispersion des matériaux – 1<sup>ère</sup> visite

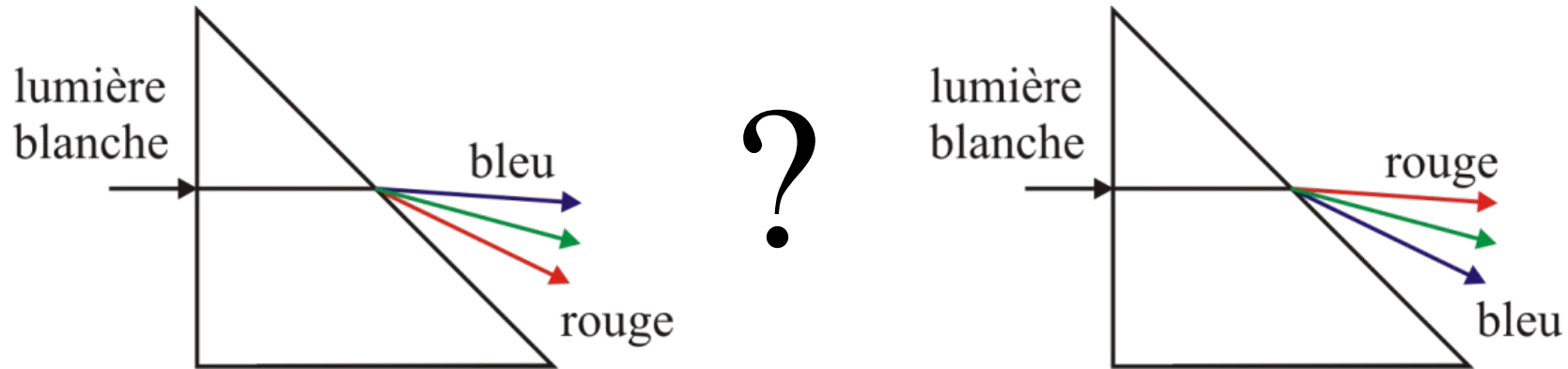
- Le site <http://refractiveindex.info> donne les indices de réfraction en fonction de la longueur d'onde pour un grand nombre de matériaux
- Attention: ces valeurs sont difficiles à mesurer et varient selon la source de référence que l'on utilise (article, livre), si on souhaite connaître la valeur exacte pour un composant donné (p. ex. lentille), il faut mesurer le matériau
- En général, l'indice de réfraction augmente lorsque l'énergie augmente (la longueur d'onde diminue):

Couleur	$\lambda[\mu\text{m}]$	$n(\lambda)$
bleu	0.475	1.5232
vert	0.510	1.5208
rouge	0.650	1.5145

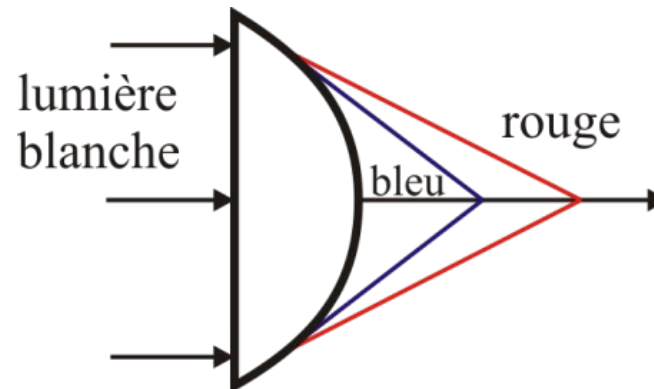
- La variation de l'indice est généralement petite pour les matériaux diélectriques sur le spectre visible, cependant l'effet est perceptible dans tout système optique

# Aberrations chromatiques

- Exemple typique: dispersion de la lumière dans un prisme



- Gros inconvénient pour la réalisation de systèmes qui doivent avoir les mêmes propriétés optiques à toutes les longueurs d'onde (achromates)



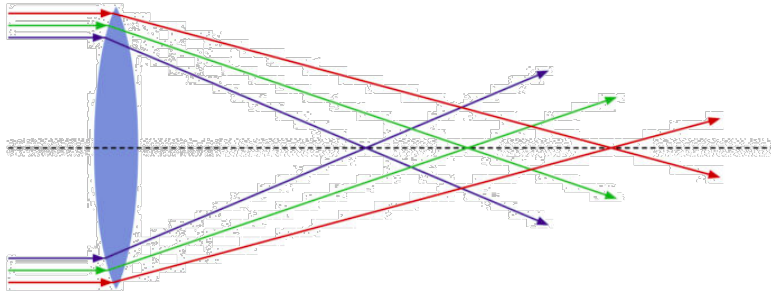
## Aberrations chromatiques

- Exemple d'aberrations chromatiques (pour pouvoir mieux les visualiser, il faut observer à travers la périphérie de l'optique)

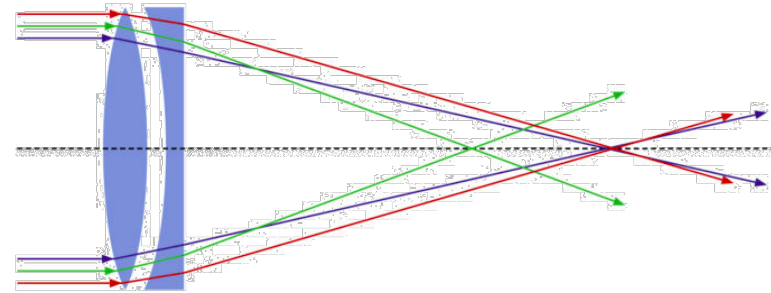


# Achromates

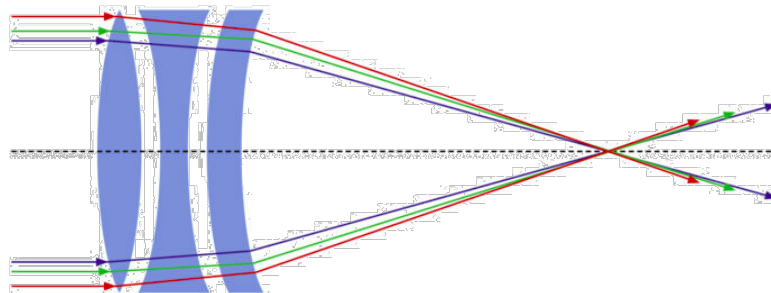
- En combinant une série de lentilles (généralement convergentes/divergentes), on peut compenser les aberrations chromatiques



single lens



achromat

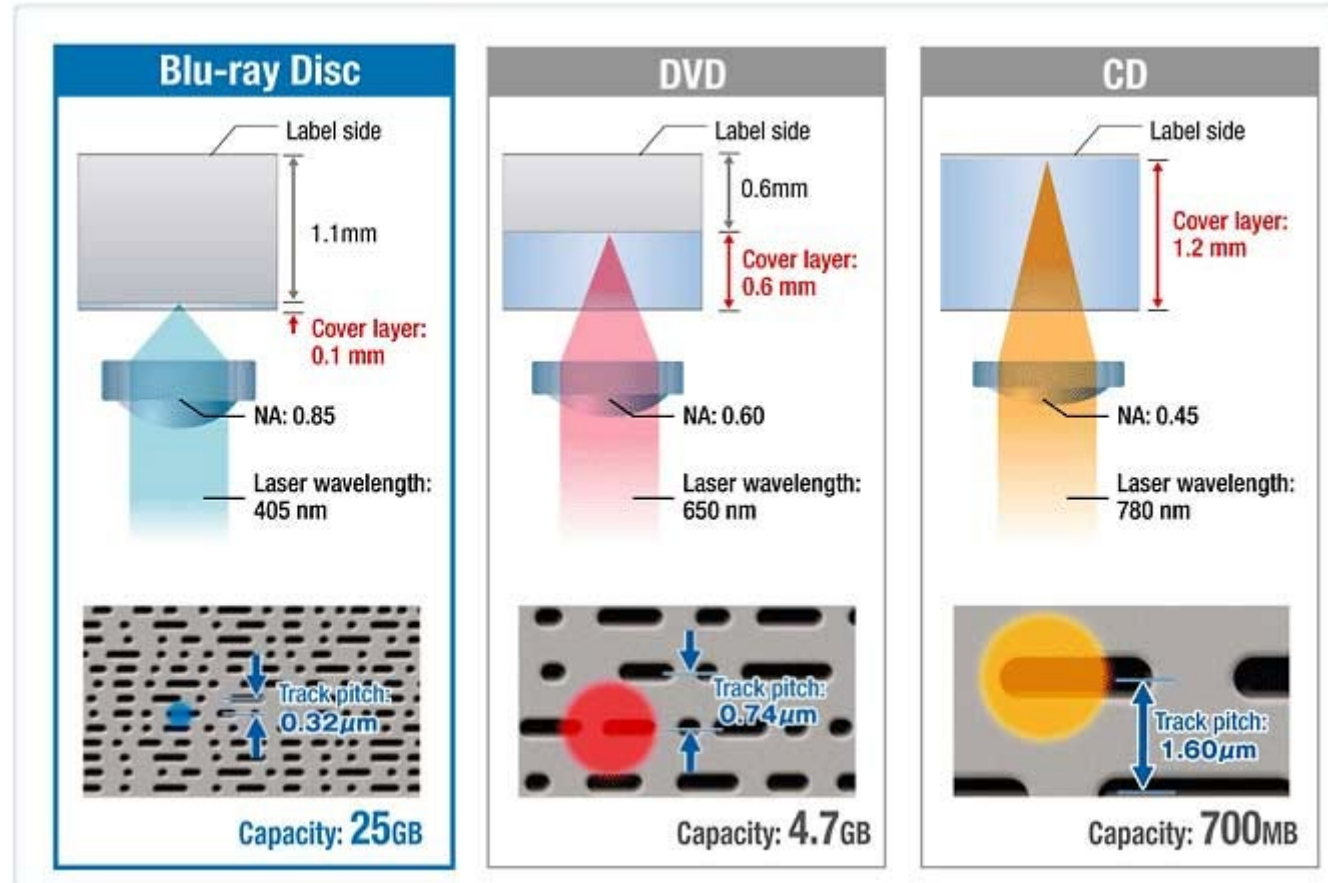


apochromat

Zeiss

# Aberrations chromatiques

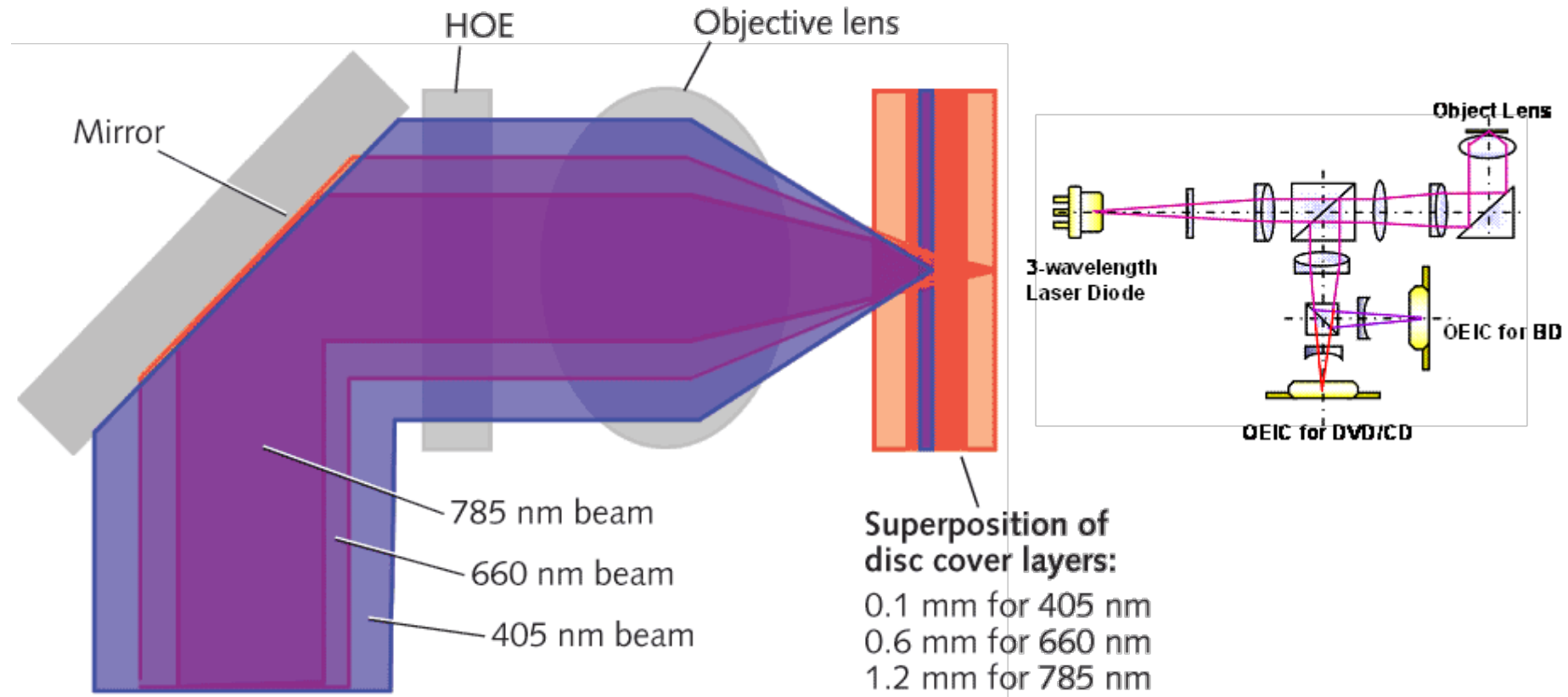
- La densité d'information augmente lorsque  $\lambda$  diminue



[www.holoeye.com](http://www.holoeye.com)

# Aberrations chromatiques

- Système Blu-ray (compatibilité avec DVD & CD)
- Une lentille holographique (HOE) permet de corriger les aberrations aux trois longueurs d'onde:

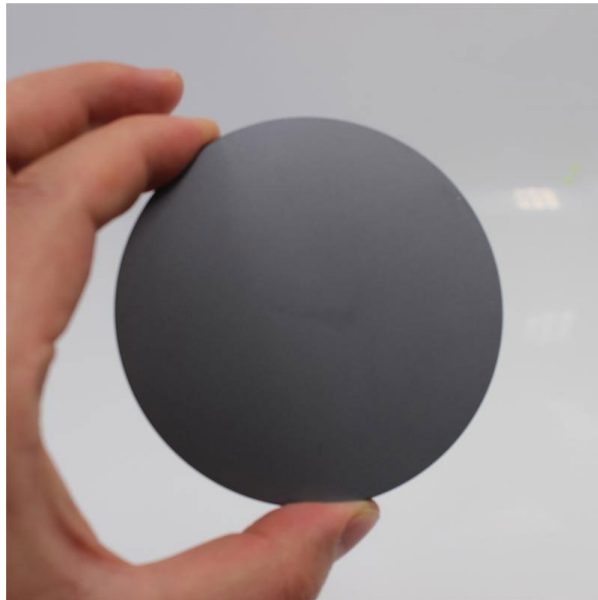


## Dispersion des matériaux – 1<sup>ère</sup> visite

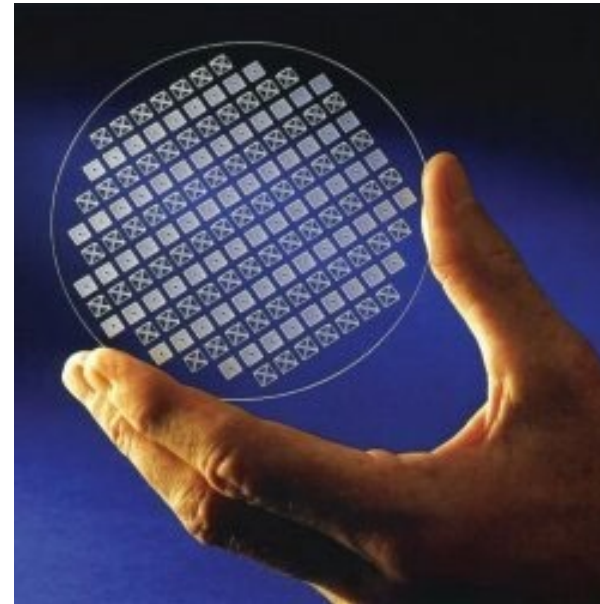
- L'indice de réfraction est en général complexe  $\tilde{n} = n + j\kappa$ , la partie imaginaire décrit les pertes dans le matériau (coefficient d'extinction)
- Un matériau a une apparence très différente suivant la longueur d'onde à laquelle on l'observe

Wafer de silicium:

dans le visible

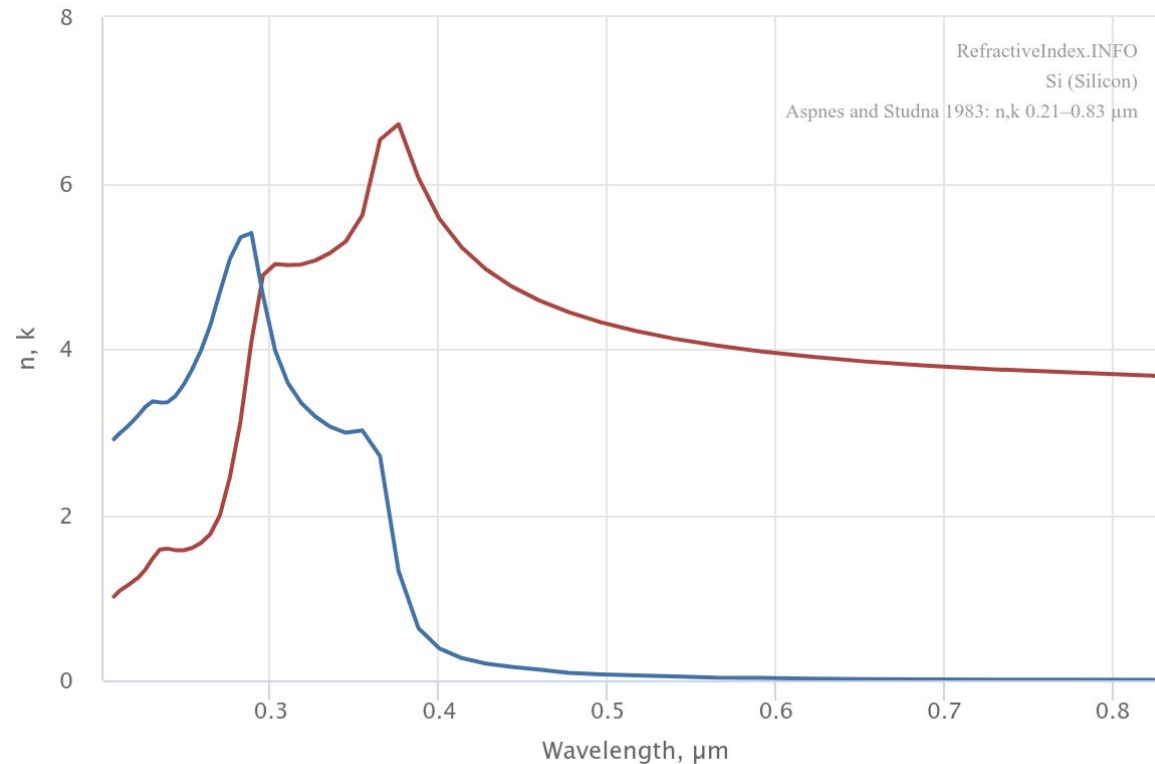


dans l'infrarouge



## Dispersion des matériaux – 1<sup>ère</sup> visite

- Variation de l'indice de réfraction complexe du silicium avec la fréquence (longueur d'onde dans le vide)
- Certains pics d'absorption sont liés à des résonances dans le matériau



$$\tilde{n} = n + jk$$

$$\lambda = 500 \text{ nm } (4.3+, 0.07)$$

$$\lambda = 1 \text{ } \mu\text{m } (3.6+, 0.0005)$$

$$\lambda = 10 \text{ } \mu\text{m } (3.4+, 0.00007)$$

# Ingénierie optique

---

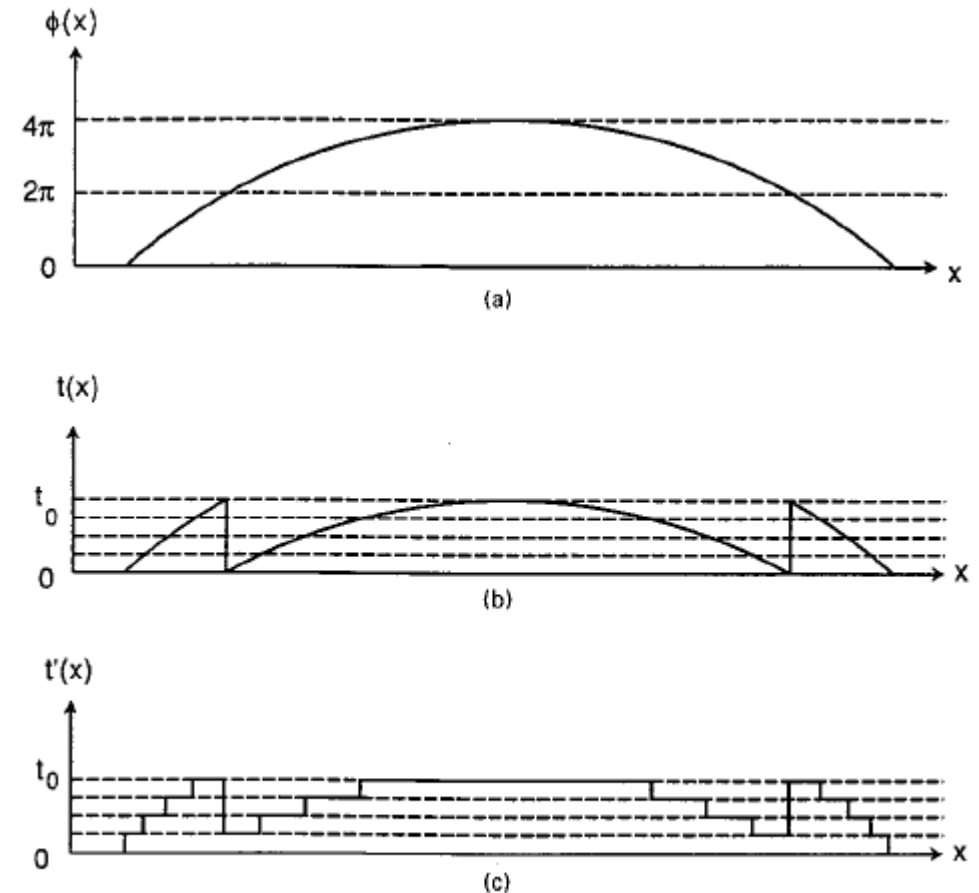
## Semaine 2 – partie 3

Olivier J.F. Martin  
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie



# Optique diffractive et optique binaire

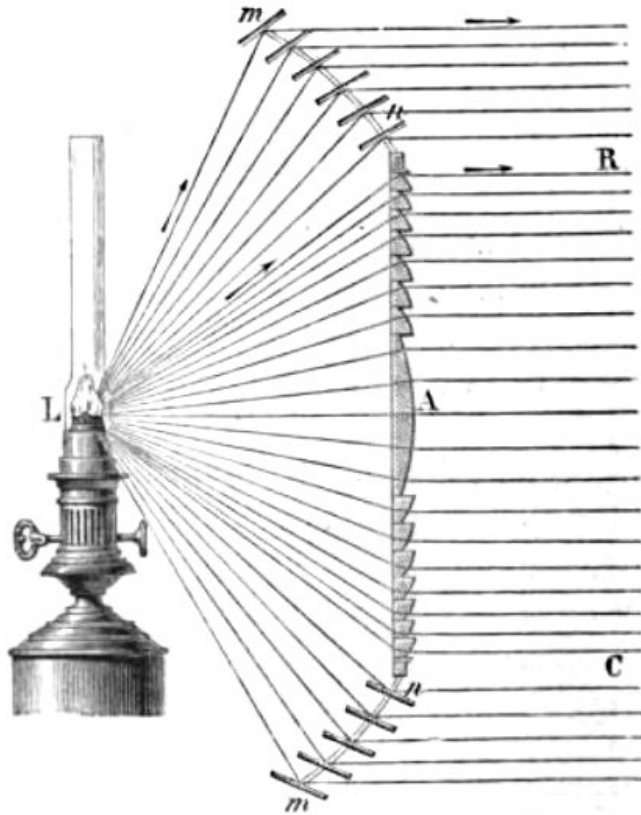
- C'est la surface d'une lentille qui crée son effet optique, pas son volume
- On peut donc enlever du volume et garder le même effet optique
- La finesse de la discrétisation du profil détermine la qualité de l'approximation



**FIGURE 10** Translation from  $\phi(x, y)$  to micromachined surface: (a) phase  $\phi(x, y)$ ; (b) thickness  $t(x, y)$ ; (c) binary optics profile  $t'(x, y)$ .

## Micro-optique et optique diffractive

- Les phares maritimes utilisent des lentilles de Fresnel depuis la fin du 18<sup>ème</sup> siècle
- Gain de poids évident et facilité de fabrication

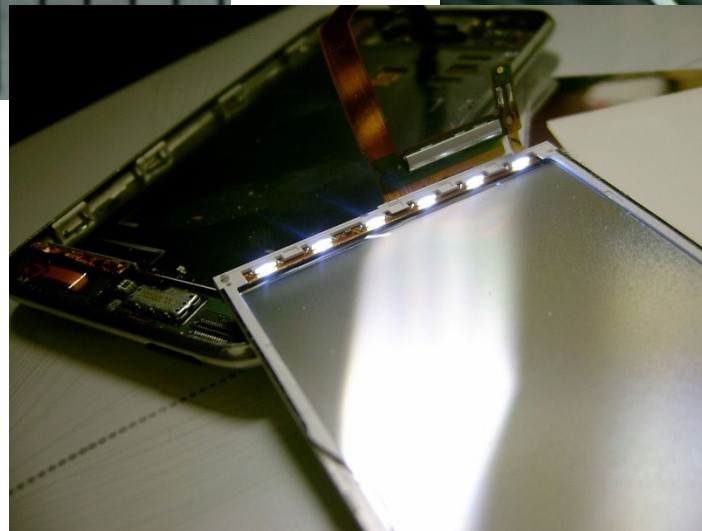
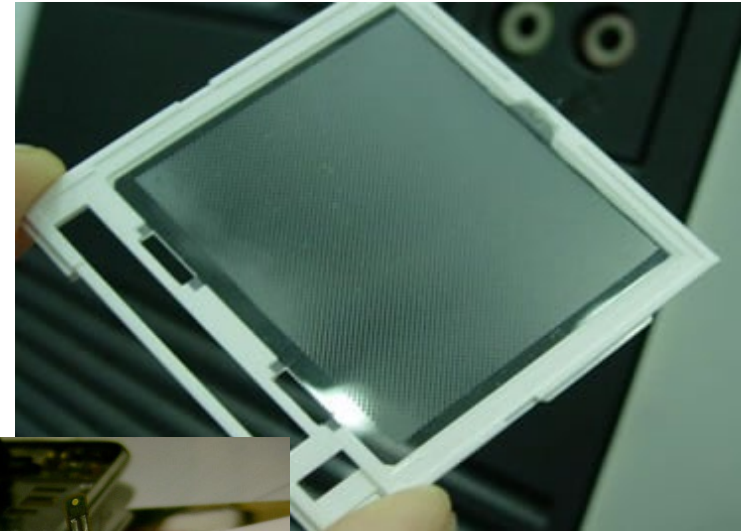
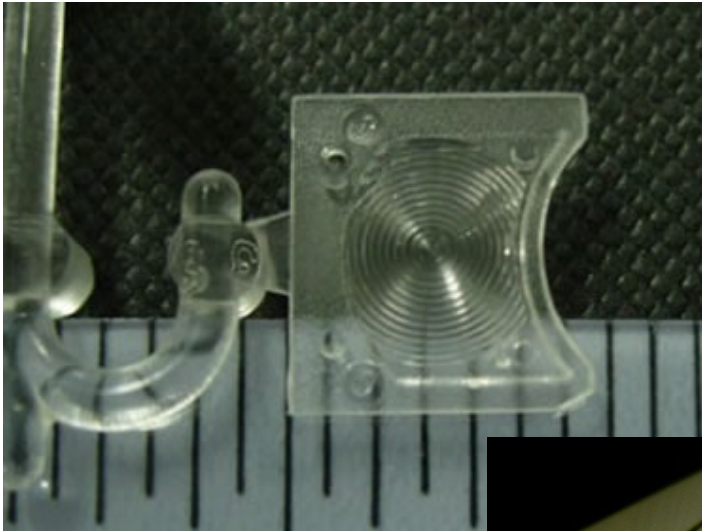


[www.spie.org](http://www.spie.org)



## Micro-optique et optique diffractive

- Lentille de Fresnel pour une lampe de poche LEDs (micro-injection molding)
- Surfaces diffusant la lumière pour un écran d'ordinateur



# Fabrication par reflow thermique

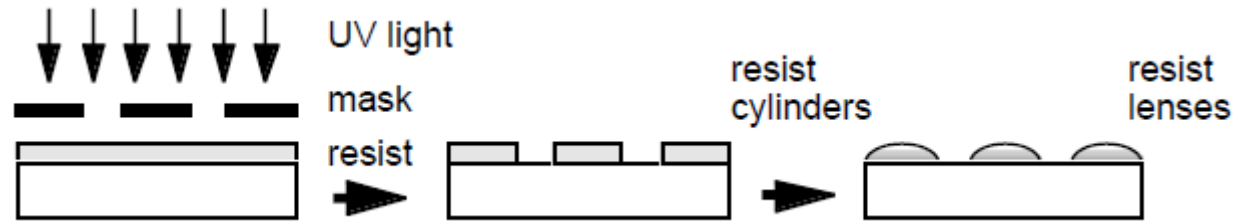


Figure 2. Fabrication of refractive microlenses by the reflow or resist-melting method. (a) Photolithography; (b) developing and (c) melting of the resist structure.

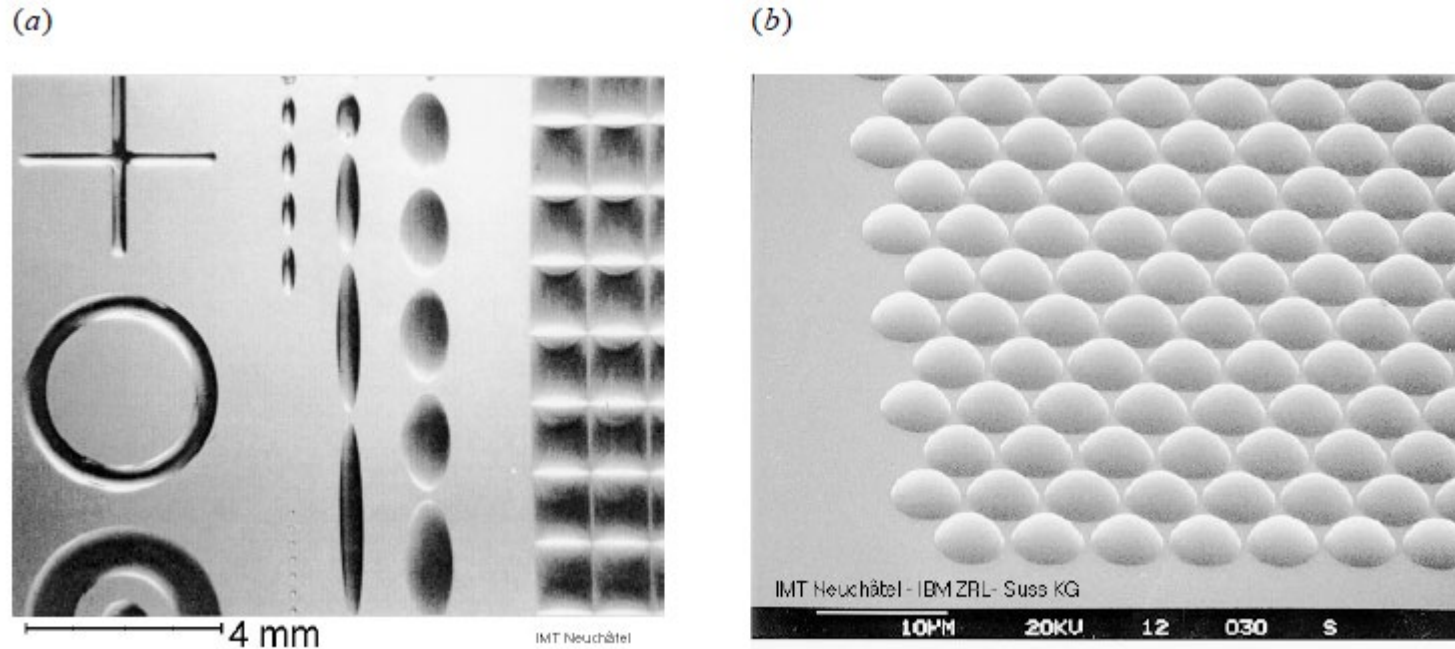


Figure 3. Microlens arrays fabricated by the reflow method. (a) Elliptical, rectangular and ring lenses and (b) an SEM picture of very small microlenses ( $\varnothing \approx 5 \mu\text{m}$ , hexagonal densely packed).

# Transfert dans un autre matériau (reactive ion etching)

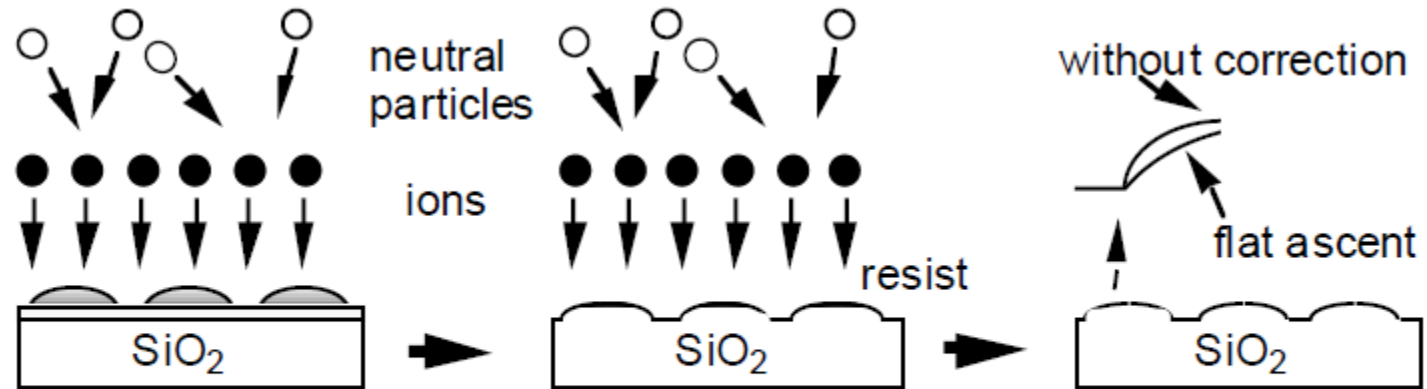
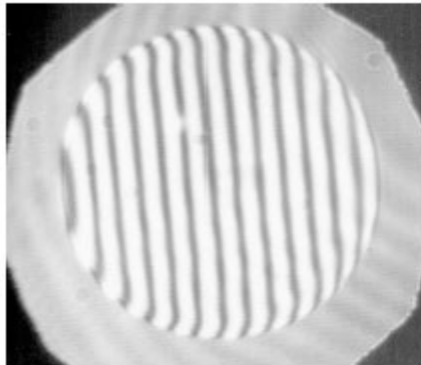
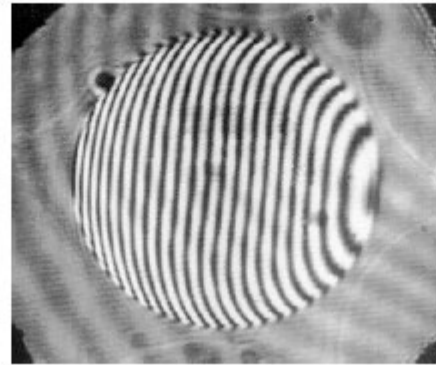


Figure 5. Scheme of the RIE transfer process of resist microlenses in fused silica. A correction of the lens slope is obtained by changing the etch rate between the resist and fused silica during the etching process.

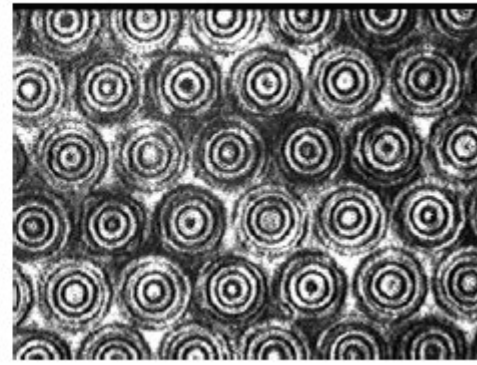
(a) Resist microlens



(b) After etching in fused silica



(c) Uniformity test



# Electrowetting lenses

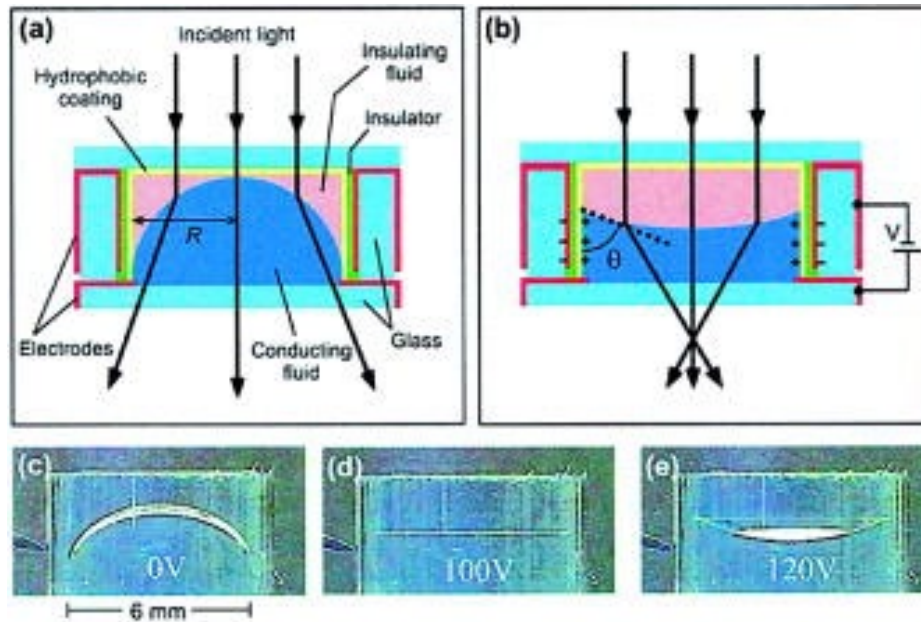
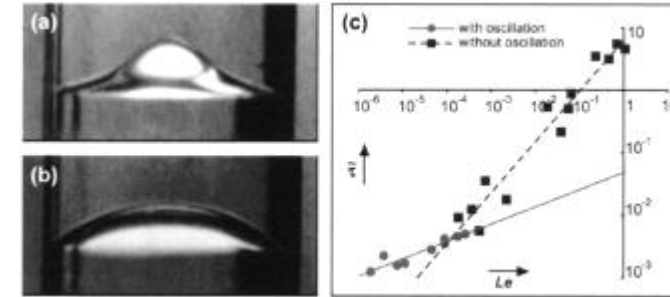
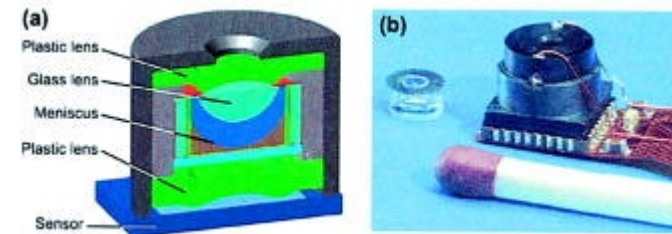


FIG. 1. (Color) (a) Schematic cross section of a liquid-based variable lens in a cylindrical glass housing. The transparent electrodes are formed of 50-nm-indium tin oxide, the insulator is a 3- $\mu\text{m}$ -parlylene- $N$  layer, and the 10-nm-hydrophobic top coating is a dipcoated fluoropolymer (AF1600, supplied by Dupont). The top and bottom glass plates are glued onto the glass cylinder with epoxy glue. (b) When a voltage is applied, charges accumulate in the wall electrode and opposite charges collect near the solid/liquid interface in the conducting liquid. The resulting electrostatic force effectively lowers the solid-liquid interfacial tension and with that the contact angle  $\theta$ . (c)–(e) Video frames of a 6-mm-diameter lens taken at voltages of  $\sim 0$ , 100, and 120 V.



Rapidité de changement de focus



Module complet de caméra

# Ingénierie optique

---

## Semaine 2 – partie 4

Olivier J.F. Martin  
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie



## Optique ondulatoire

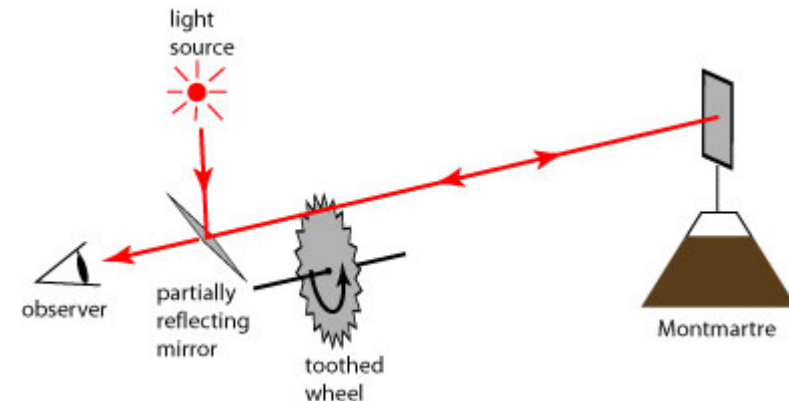
- Onde décrite par une fonction réelle:  $u(\mathbf{r}, t)$
- Satisfait l'équation d'onde

$$\nabla^2 u - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$$

$c = c_0 = 2.99792458 \cdot 10^8$  m/s  
dans le vide



1638 Galilée: «Si la vitesse de la lumière n'est pas infinie, elle est en tout cas extrêmement rapide!»



1849 Hippolyte Louis Fizeau, en utilisant le réflexion sur un miroir d'un faisceau découpé par une roue dentée : 313,300 km/s (répété en 1862 par Léon Foucault: 299,796 km/s )

## Optique ondulatoire

- Onde décrite par une fonction réelle:  $u(\mathbf{r}, t)$
- Satisfait l'équation d'onde

$$\nabla^2 u - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad c_0 = 2.99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

- Dépend du milieu (indice de réfraction via la vitesse):  $c = \frac{c_0}{n}$
- L'équation d'onde combine des dérivées dans le temps et dans l'espace; pour ces dernières il est avantageux d'utiliser le système de coordonnées le plus approprié au problème qu'on étudie

## Equation d'onde

- Coordonnées cartésiennes  $u(x, y, z)$

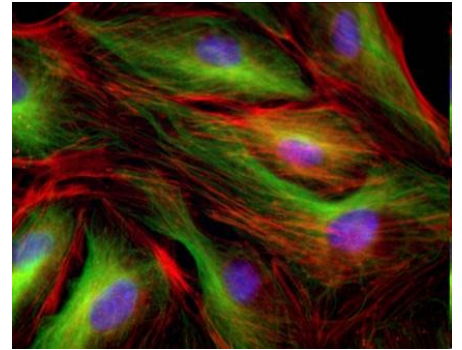
$$\nabla^2 = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

- Coordonnées sphériques  $u(r, \theta, \phi)$

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2}$$

- Coordonnées cylindriques  $u(\rho, \phi, z)$

$$\nabla^2 = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial u}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

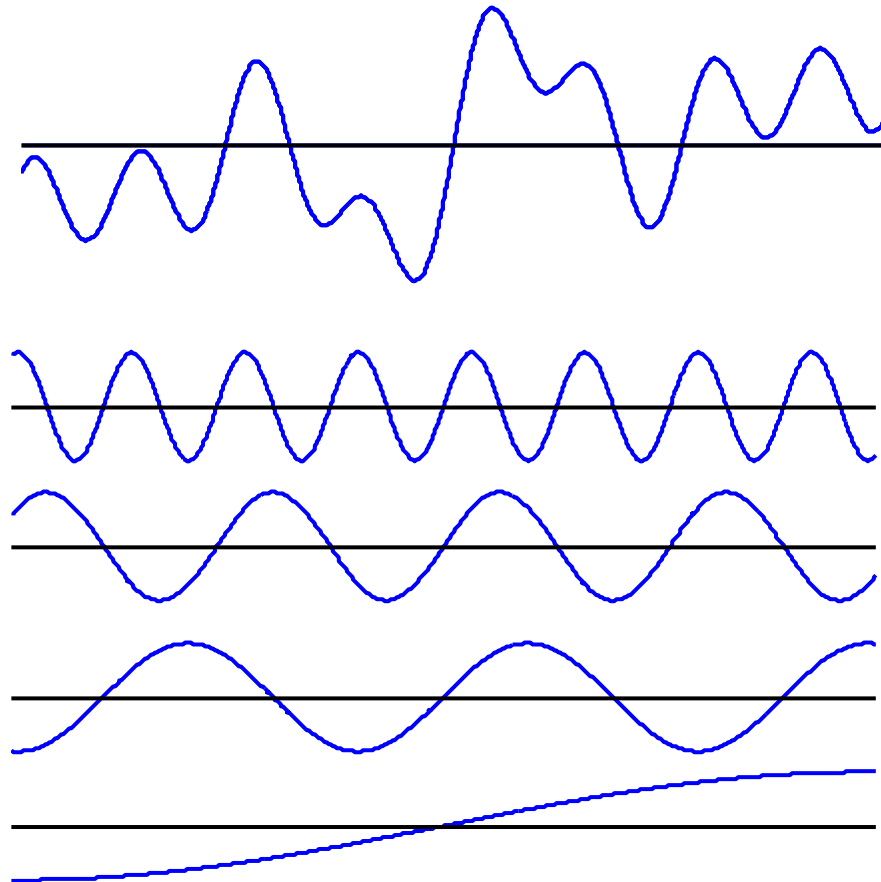


## Principe de superposition

- L'équation d'onde est linéaire, on peut donc additionner (=superposer) des solutions pour en créer de nouvelles:

$$u(\mathbf{r}, t) = u_1(\mathbf{r}, t) + u_2(\mathbf{r}, t)$$

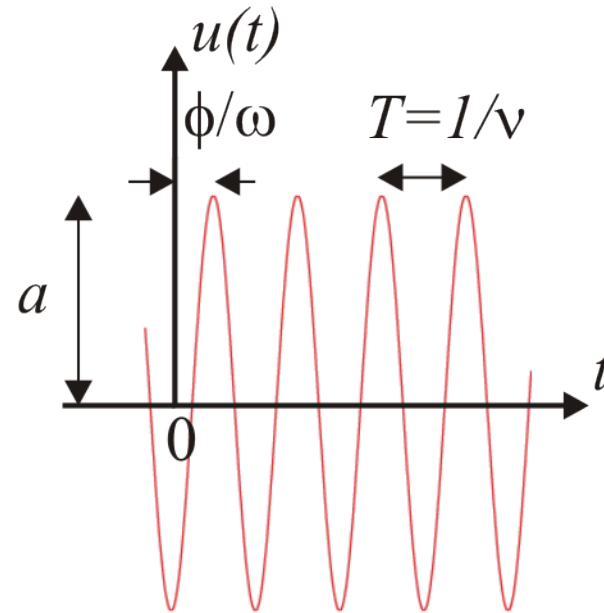
- Permet d'étudier des situations très complexes (par exemple analyse de Fourier)



## Onde monochromatique harmonique dans le temps

- Fonction d'onde réelle:

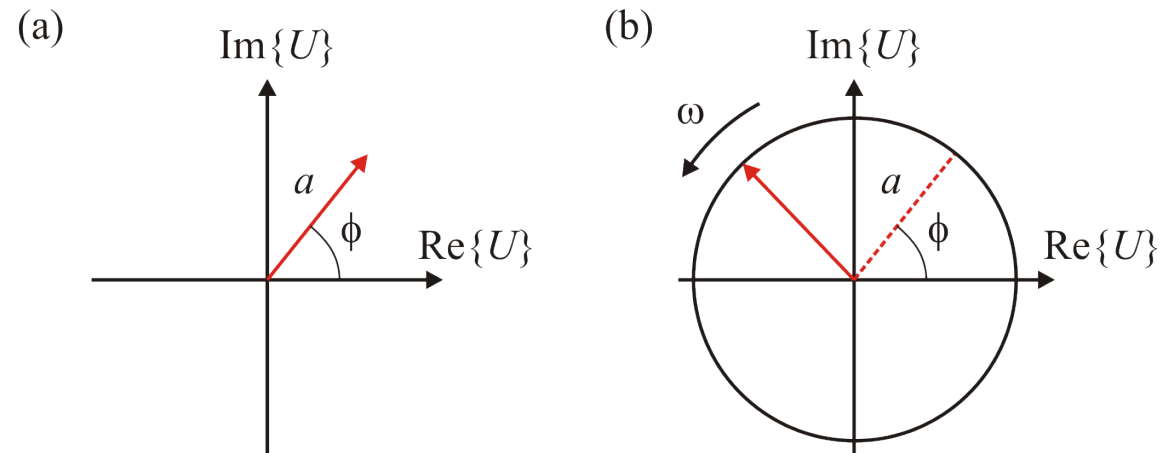
$$u(\mathbf{r}, t) = a(\mathbf{r}) \cos(\omega t + \phi(\mathbf{r}))$$



- Amplitude  $a(\mathbf{r})$
- Phase  $\phi(\mathbf{r})$
- Pulsation ou fréquence angulaire  $\omega = 2\pi\nu$  (rad/s)
- Fréquence  $\nu$  (Hz ou  $s^{-1}$ )
- Période  $T = 1/\nu = 2\pi/\omega$  (s)

## Représentation complexe

- Permet d'utiliser toute l'analyse complexe
- Opérations mathématiques particulièrement simples
- Fonction d'onde complexe  $U(\mathbf{r}, t) = a(\mathbf{r})e^{j\phi(\mathbf{r})}e^{j\omega t}$
- En un lieu donné, la norme de l'amplitude complexe donne l'amplitude de l'onde  $|U(\mathbf{r})| = a(\mathbf{r})$  et son argument donne la phase de l'onde  $\arg\{U(\mathbf{r})\} = \phi(\mathbf{r})$
- L'amplitude complexe est facilement décrite avec un phaseur:



- Mais nous vivons dans un monde réel:

$$u(\mathbf{r}, t) = \operatorname{Re} \{U(\mathbf{r}, t)\} = \frac{1}{2} (U(\mathbf{r}, t) + U^*(\mathbf{r}, t))$$

## Représentation complexe – Equation d'Helmholtz

- L'onde complexe harmonique doit satisfaire une version particulière de l'équation d'onde  $\nabla^2 u - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$ , l'équation d'Helmholtz:

$$\nabla^2 U + k^2 U = 0$$

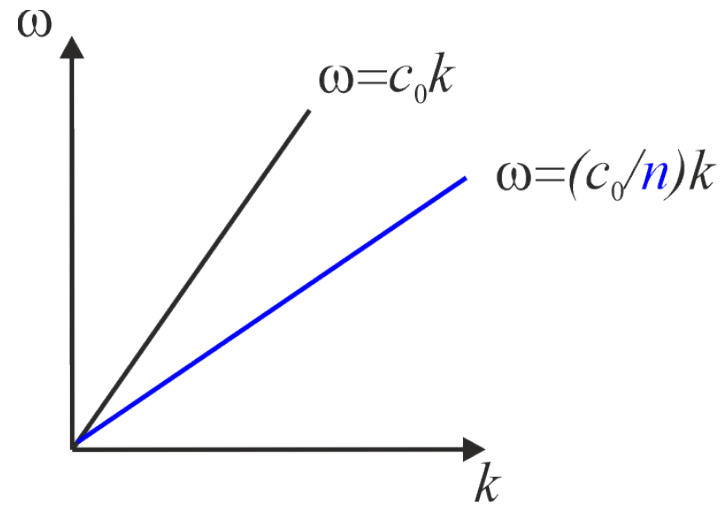
- On a introduit le nombre d'onde, qui représente la quantité de mouvement de l'onde:

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{\omega n}{c_0} = \frac{2\pi\nu}{c} = \frac{2\pi\nu n}{c_0}$$

- $\omega$  ou  $\nu$  représentent l'énergie de l'onde

## Diagramme de dispersion

- La relation entre quantité de mouvement et énergie d'une onde plane  $k = \frac{\omega}{c}$  peut se représenter dans un diagramme de dispersion:



- La pente de la droite dépend de l'indice  $n$  du milieu dans lequel l'onde se propage
- Un tel diagramme permet de représenter les différents modes optiques qui peuvent exister dans un système
- Il se généralise à 2 et 3 dimensions (et devient vite compliqué!)

# Ingénierie optique

---

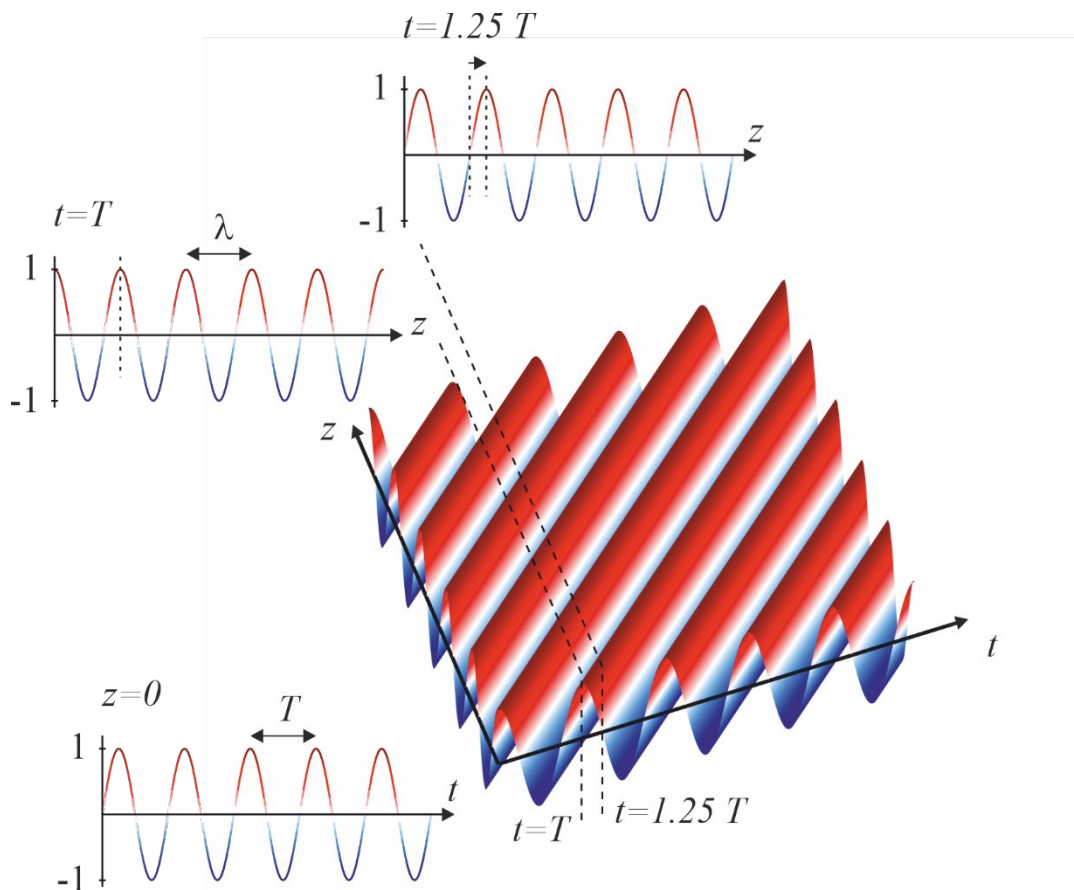
## Semaine 2 – partie 5

Olivier J.F. Martin  
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie



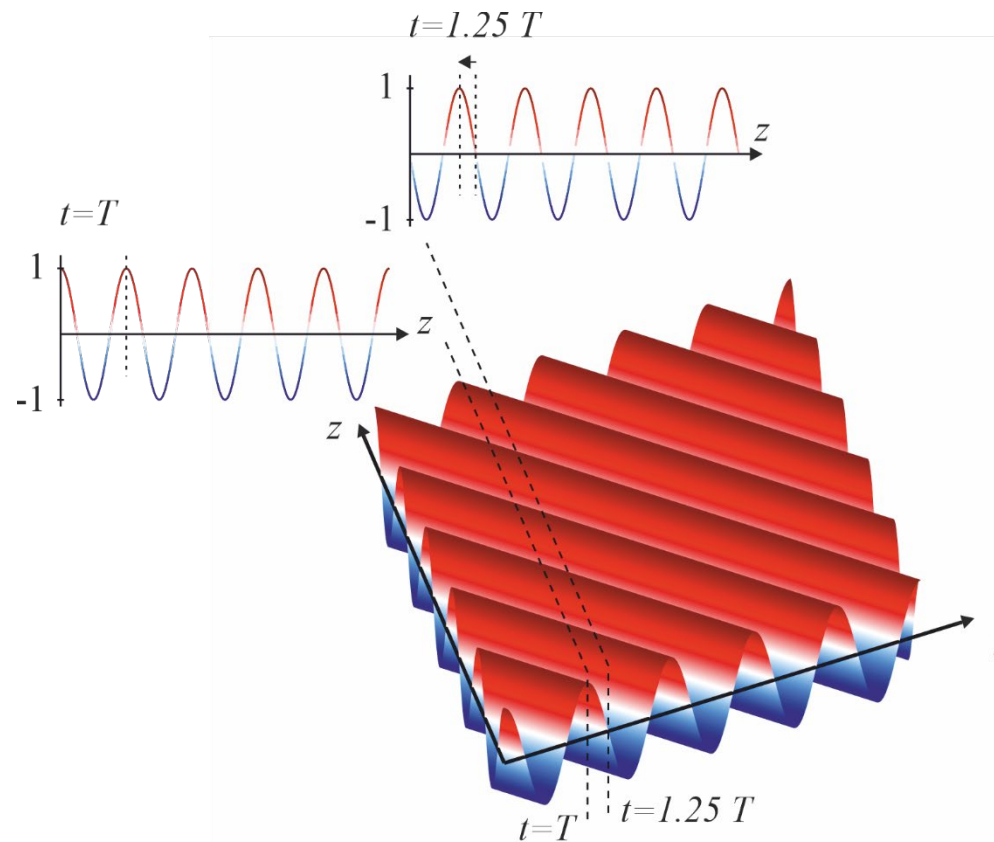
# Onde plane harmonique (1-dimension)

$$U(z,t) = Ae^{-jkz} e^{j\omega t}$$



Onde progressive

$$U(z,t) = Ae^{jkz} e^{j\omega t}$$



Onde rétrograde

## Onde plane harmonique (1-dimension)

- Attention: le choix du signe pour la dépendance temporelle est arbitraire
- Nous avons choisi  $e^{j\omega t}$  mais nous aurions pu choisir  $e^{-j\omega t}$
- Le choix du signe de la dépendance temporelle détermine cependant le signe de la partie spatiale pour avoir une onde progressive:

$$U(z, t) = Ae^{-jkz} e^{j\omega t}$$

$$U(z, t) = Ae^{jkz} e^{-j\omega t}$$

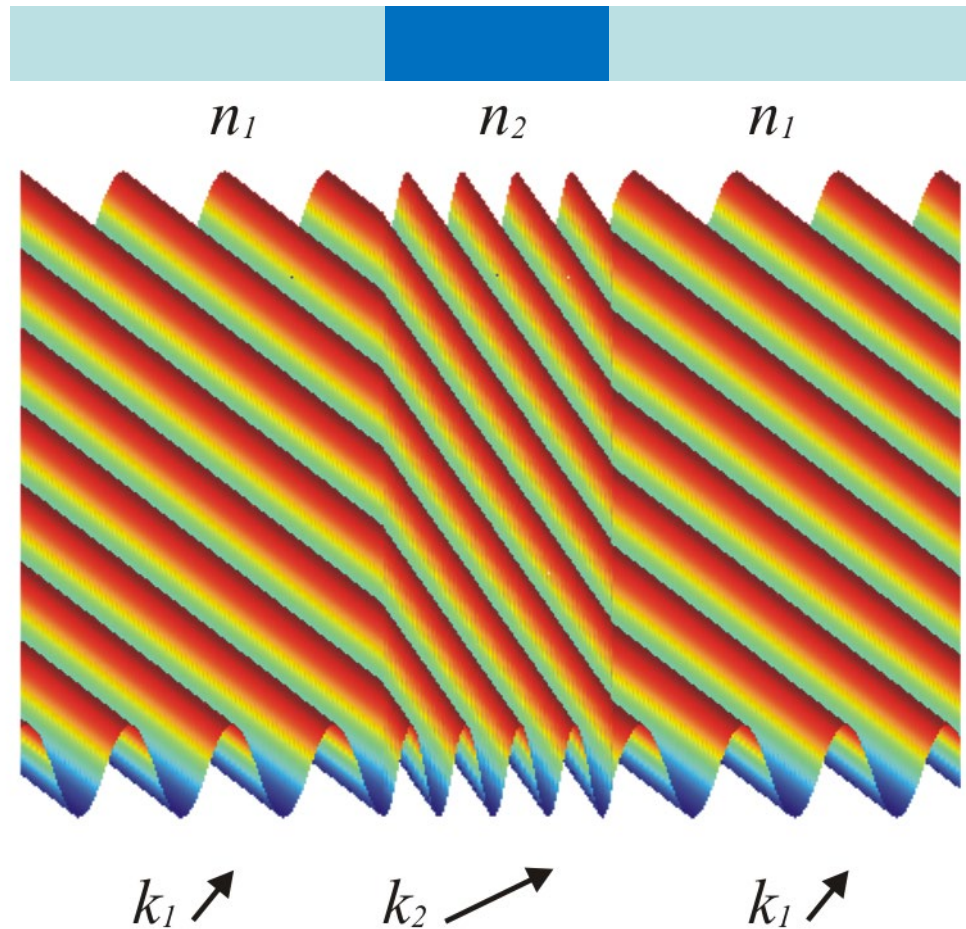
- La raison en est l'équation d'onde dans laquelle les parties spatiales et temporelles ont des signes opposés:

$$\nabla^2 u - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$$

- Si on utilise des formules d'un livre, il est important de vérifier quelle convention a été choisie car certaines formules peuvent être différentes

## Onde plane harmonique – Différents milieux

- La fréquence (l'énergie) ne change pas lorsqu'on passe d'un milieu à l'autre
- Les autres paramètres (liés à la quantité de mouvement de l'onde) changent



$$c = \frac{c_0}{n}$$
$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$$
$$k = nk_0$$
$$\lambda = 2\pi/k$$

$$n_1 < n_2$$

## Onde plane harmonique à 3 dimensions

$$U(\mathbf{r}, t) = U(x, y, z, t) = Ae^{-j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} e^{j\omega t} = Ae^{-j(k_x x + k_y y + k_z z)} e^{j\omega t}$$

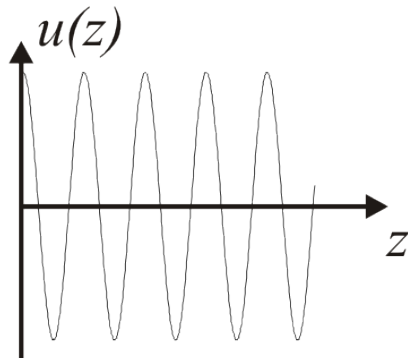
- Vecteur d'onde  $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z)$
- Pour satisfaire Helmholtz on doit satisfaire la relation  $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$

## Onde évanescente

- Onde se propageant dans la direction  $z$  ( $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z) = (0, 0, k)$ )
- Vecteur complexe:  $k = k' + jk''$

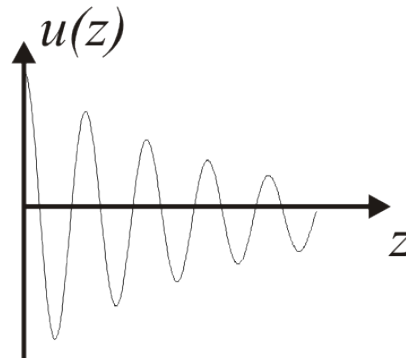
$$U(\mathbf{r}, t) = Ae^{-jkz+j\omega t} = Ae^{k''z}e^{-jk'z+j\omega t}$$

(a)



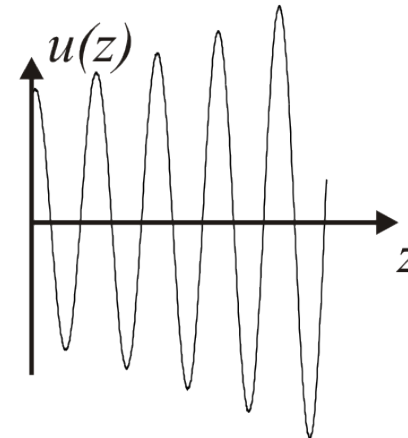
$$(k'' = 0)$$

(b)



$$(k'' < 0)$$

(c)



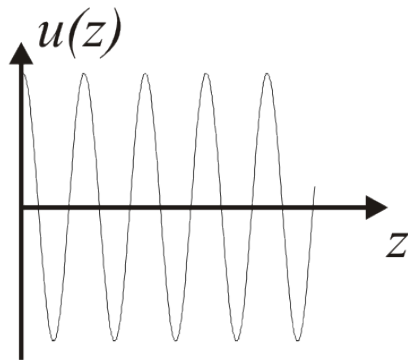
$$(k'' > 0)$$

## Lien avec les matériaux

- On considère une onde à une dimension,  $U(z,t) = Ae^{-jkz}e^{j\omega t}$  se propageant dans un milieu d'indice de réfraction complexe  $\tilde{n} = n + j\kappa$
- On se souvient que  $k = \tilde{n}k_0 = (n + j\kappa)k_0$  ( $k_0 = 2\pi / \lambda_0$ )
- Dans ce cas, l'amplitude de l'onde va varier durant la propagation:

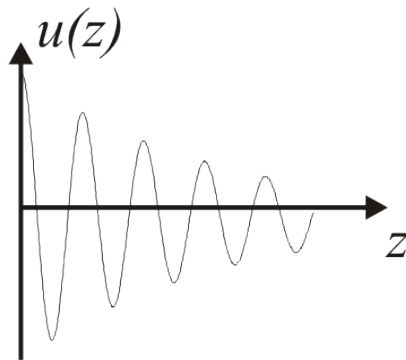
$$U(z,t) = Ae^{-j(n+j\kappa)k_0z}e^{j\omega t} = Ae^{\kappa k_0z}e^{-jnk_0z}e^{j\omega t}$$

(a)



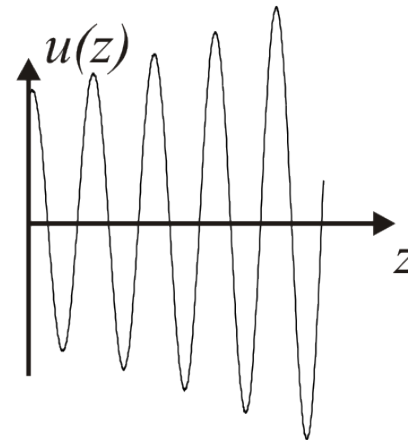
$(\kappa = 0)$

(b)



$(\kappa < 0)$

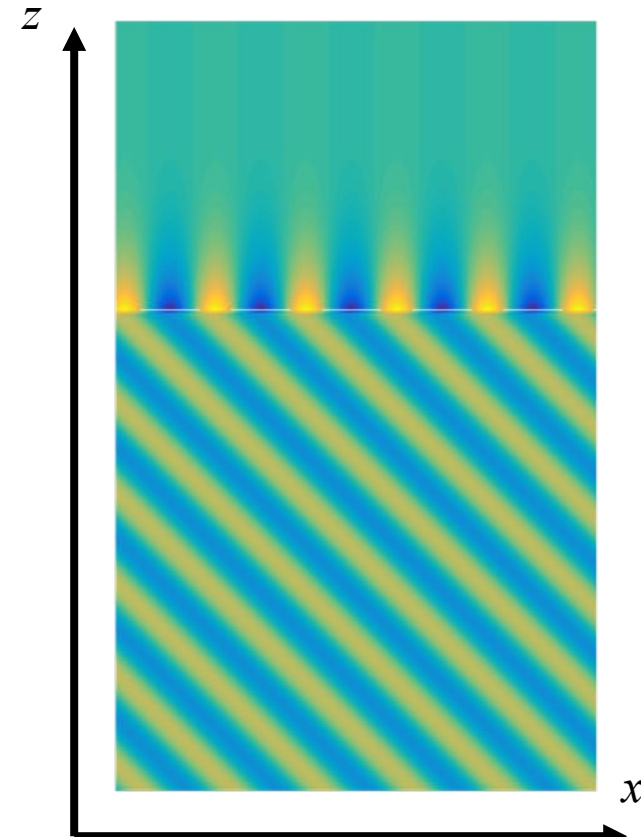
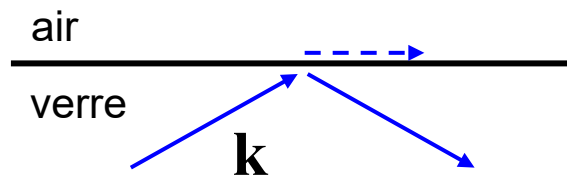
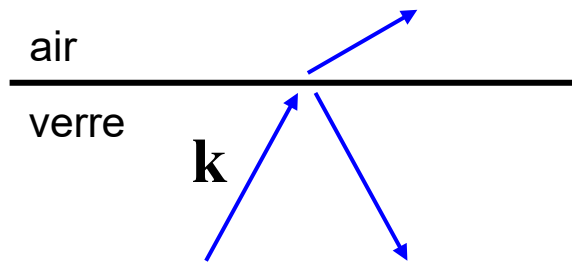
(c)



$(\kappa > 0)$

## Onde évanescente

- On observe aussi une onde évanescente lorsqu'il y a réflexion totale sur une interface depuis un milieu d'indice élevé vers un milieu d'indice faible
- Considérons  $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z) = (k_x, 0, k_z)$ , cette onde peut se propager dans la direction  $x$  et être évanescente dans la direction  $z$ , si  $k_x$  est réel et  $k_z$  est imaginaire
- Cette situation se produit lorsque  $k_x$  est grand, par exemple pour de grands angles d'incidence lorsqu'il y a réflexion interne totale



## Onde évanescente causée par une grande composante $k_x$ du vecteur d'onde

- On considère de nouveau  $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z) = (k_x, 0, k_z)$

- Or, on doit satisfaire l'équation d'Helmholtz  $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k_x^2 + k_z^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$

$$k_z = \pm \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - k_x^2}$$

- Lorsque  $k_x^2 \leq \frac{\omega^2}{c^2}$ ,  $k_z$  est réel et l'onde se propage dans la direction  $z$
- Lorsque  $k_x^2 > \frac{\omega^2}{c^2}$ ,  $k_z$  est imaginaire et l'onde est évanescente dans la direction  $z$

- Le choix du signe  $\pm$  est en général compliqué et doit être déterminé par des considérations liées à l'énergie et à la causalité (le signal ne peut pas arriver avant d'avoir été émis)

## Onde harmonique sphérique

- S'exprime en coordonnées sphériques  $u(r, \theta, \phi)$

- Amplitude complexe (onde sortante):

$$U(\mathbf{r}) = \frac{A_0}{r} e^{-jkr}$$

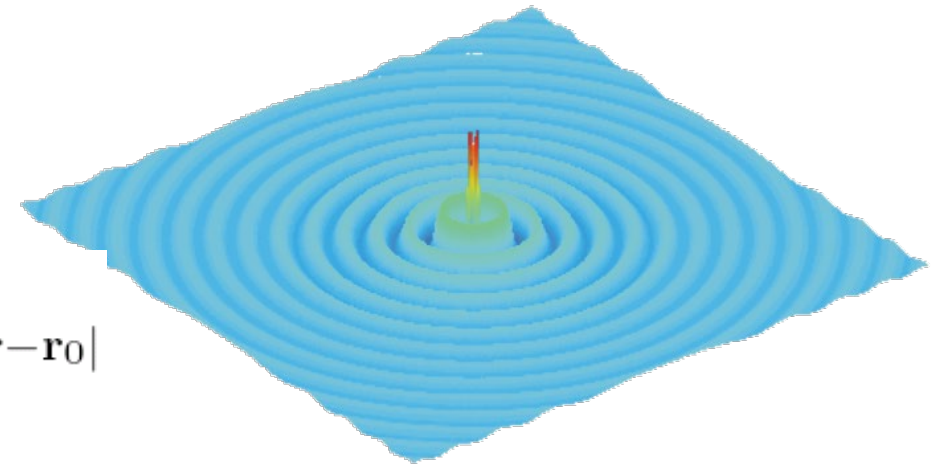
- Diverge à l'origine!

- Intensité décroît avec le carré de la distance  $I(\mathbf{r}) = |A_0|^2 / r^2$

- Onde entrante:  $U(\mathbf{r}) = \frac{A_0}{r} e^{+jkr}$

- Onde centrée en  $\mathbf{r}_0$ :  $U(\mathbf{r}) = \frac{A_0}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|} e^{-jk|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|}$

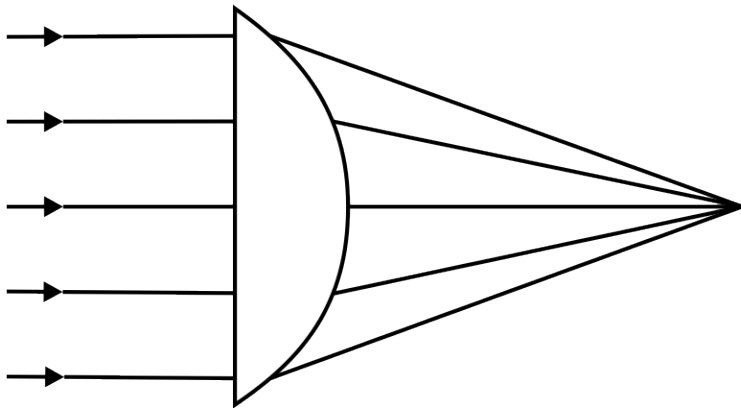
- Joue un rôle important pour la diffraction



## Lien entre optique géométrique et optique ondulatoire

- On peut faire un lien entre optique géométrique et optique ondulatoire
- Les rayons (optique géométrique) sont perpendiculaires aux fronts d'ondes (optique ondulatoire)

(a)



(b)

