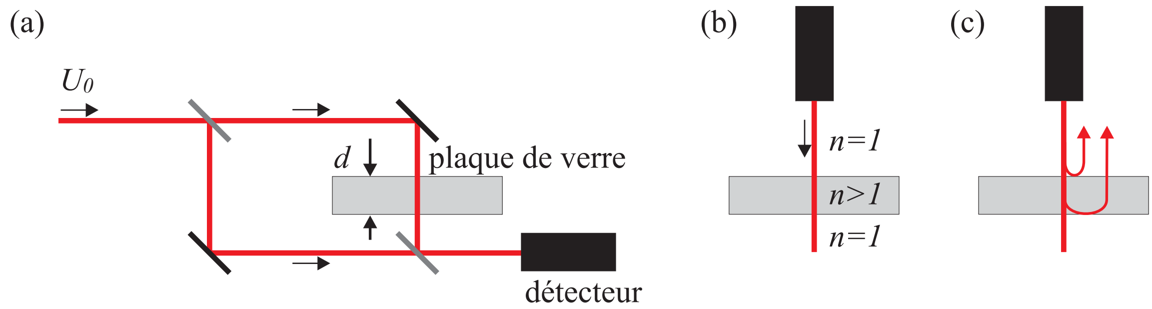
# Ingénierie optique, série d'exercices 4, du 6 octobre 2025

## Exercice 1

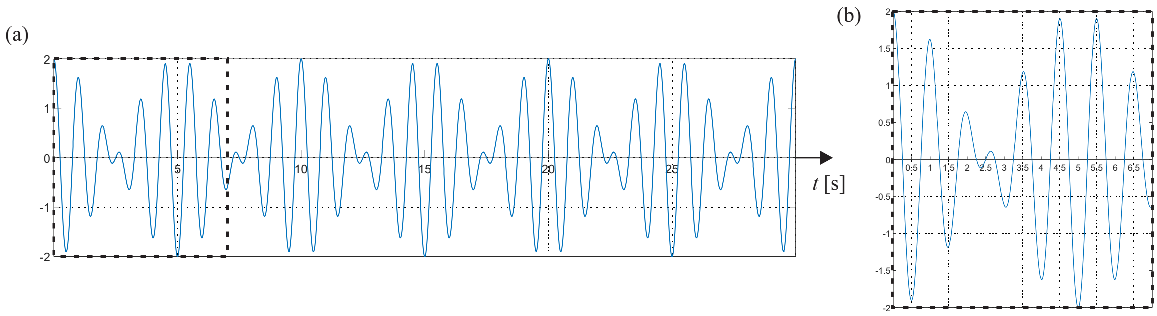



On veut mesurer l'épaisseur $d$ et l'indice de réfraction $n$ d'une plaque mince de verre. On a à disposition un interféromètre de Mach-Zehnder et un microscope qui fonctionne en réflexion. On utilise d'abord l'interféromètre selon figure (a) et on observe que le faisceau de lumière monochromatique ($\lambda_1 = 500$ nm, longueur d'onde dans le vide) qui traverse la plaque subit un déphasage de $\Delta\phi_1 = 4\pi$ par rapport à un rayon parcourant dans l'interféromètre l'autre chemin de longueur identique ne traversant pas la plaque de verre.

La même plaque de verre est ensuite éclairée dans un microscope en réflexion à incidence normale par un laser de longueur d'onde variable entre 390 nm et 450 nm, figure (b). Dans ce microscope, il se forme une interférence entre la lumière réfléchie sur la surface supérieure de la plaque de verre et la lumière réfléchie sur la surface inférieure, comme indiqué figure (c). On néglige les réflexions multiples dans la plaque de verre. L'intensité de cette interférence dépend de la longueur d'onde et on observe que l'intensité de la lumière réfléchie est minimum (interférence destructive) pour les deux longueurs d'onde successives (dans le vide) : $\lambda_2 = 400$ nm et $\lambda_3 = 428{,}57$ nm. Il n'y a pas d'autre longueur d'onde entre $\lambda_2$ et $\lambda_3$ qui produise un minimum dans l'intensité de la lumière réfléchie.

a) Ecrire l'expression de la différence de phase $\Delta\phi_1$ mesurée par le détecteur de l'interféromètre figure (a) en fonction de $d$ et $n$.
b) Pour le microscope en réflexion, quand est–ce qu'on mesure un minimum d'intensité ? Quelle est la condition à satisfaire pour la différence de phase $\Delta\phi_2$ entre les deux rayons faisant interférence dans le microscope ?
c) Toujours pour le microscope, si on considère $\lambda_2$ et $\lambda_3$, laquelle de ces longueurs d'onde donne le déphasage le plus petit ? Justifier la réponse.
d) Ecrire deux équations (une pour chaque longueur d'onde $\lambda_2$ et $\lambda_3$) donnant la différence de phase $\Delta\phi_2$ dans le microscope en réflexion en fonction de $d$ et $n$ en tenant compte du fait que ces deux longueurs d'onde correspondent à un minimum d'intensité. On se souviendra que lorsque la lumière rencontre à incidence normale un milieu d'indice plus élevé, l'onde réfléchie subit un déphasage de $\pi$.
e) Calculer les valeurs de $d$ et $n$ en utilisant les trois équations trouvées précédemment.

## Exercice 2




On considère la superposition de deux ondes de même amplitude et de fréquences $\nu_1$ et $\nu_2$. Figure (b) indique l'amplitude du battement résultant de la superposition de ces deux ondes, en fonction du temps et Fig. (b) montre un agrandissement des premières secondes.

a) Déterminer à l'aide de la figure la fréquence moyenne $\nu_0 = (\nu_1 + \nu_2)/2$ et la différence de fréquence $\Delta\nu = (\nu_2 - \nu_1)/2$ de ces deux ondes.

b) Quelle est l'amplitude de chaque onde ?

c) Que se passe-t-il si les ondes ont des amplitudes différentes ?

**Remarque :** on caractérise ici les ondes par leurs fréquences $\nu$ car cela permet une lecture directe sur la figure ; on fera cependant attention que le calcul utilise la pulsation ou fréquence angulaire $\omega = 2\pi\nu$.

## Exercice 3

On considère un milieu dispersif dont l'indice de réfraction $n(\omega)$ varie avec la fréquence $\omega$. En utilisant la définition de la vitesse de groupe,

$$v = \frac{\partial \omega}{\partial k}\,, \tag{1}$$

obtenir la relation suivante pour la vitesse de groupe :

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{c} + \frac{\omega}{c_0}\frac{\partial n(\omega)}{\partial \omega}\,, \tag{2}$$

où $c = c_0/n(\omega)$ est la vitesse de phase dans le milieu et $c_0$ est la vitesse de la lumière dans le vide.

En déduire que $v = c$ lorsque le milieu n'est pas dispersif.

## Exercice 4

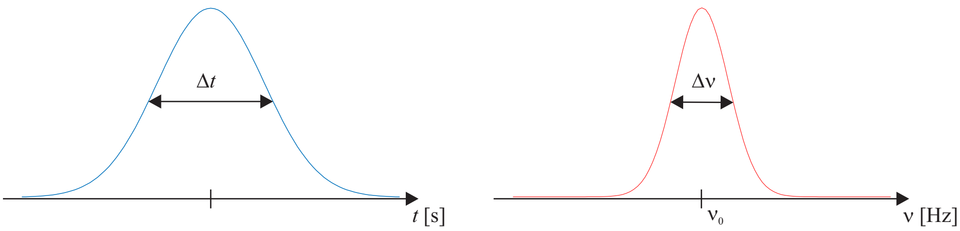
Un plasma est un milieu dispersif dans lequel la relation de dispersion s'écrit

$$\omega^2 = \omega_p^2 + c_0^2 k^2\,, \tag{3}$$

où $\omega_p$ est la fréquence de plasma.

Calculer la vitesse de phase $c$ et la vitesse de groupe $v$ pour des ondes se propageant dans ce milieu.

**Exercice 5**




Il existe une relation entre la largeur spectrale $\Delta\nu$ d'un pulse Gaussien et sa largeur temporelle $\Delta t$ : $\Delta\nu\Delta t = 0.44$ (en réalité, cette valeur est la plus petite valeur possible, souvent le produit est supérieur à 0.44, mais nous allons supposer qu'il est égal à 0.44).

On considère un pulse de lumière aux fréquences utilisées pour la communication optique, correspondant à une longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 1.55\,\mu$m.

a) Calculer la fréquence $\nu_0$ correspondant à $\lambda_0$.
b) Calculer les largeurs spectrales $\Delta\nu$ pour des pulses centrés autour de $\nu_0$, de durées 1 ns, 1 ps et 50 fs.
c) Exprimer pour chacun de ces que pulses son étendue spectrale en longueur d'onde (en $\mu$m), c'est à dire calculer la longueur d'onde minimale et la longueur d'onde maximale correspondant aux fréquences maximales et minimales calculées au point b).
d) Calculer l'élargissement temporel de chaque pulse lorsqu'il se propage pendant 1 km dans du verre BK7 (pour calculer cet élargissement, on fera la différence entre le temps de propagation pour la longueur d'onde la plus courte et pour la longueur d'onde la plus longue de chaque pulse, en tenant compte de l'indice de réfraction correspondant $n(\lambda_0)$ du verre).

**Indications :** pour la vitesse de la lumière on utilisera $c_0 = 3 \cdot 10^8$ m/s.

Le site `refractiveindex.info` donne l'indice de réfraction $n(\lambda_0)$ pour le verre BK7 en fonction de la longueur d'onde (choisir shelf=glasses, book=BK7, page=N-BK7 (SCHOTT)). Il existe aussi une formule qui approxime cet indice de réfraction en fonction de la longueur d'onde $\lambda_0$ exprimée en $\mu$m :

$$n^2(\lambda_0) = 1 + \frac{1.03961212\,\lambda_0^2}{\lambda_0^2 - 0.00600069867} + \frac{0.231792344\,\lambda_0^2}{\lambda_0^2 - 0.0200179144} + \frac{1.01046945\,\lambda_0^2}{\lambda_0^2 - 103.560653}\,. \qquad (4)$$

Le micro-programme Matlab `BK7.m` qui implémente cette formule est à disposition sur Moodle.