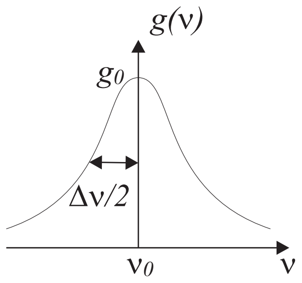
Ingénierie optique, série d'exercices 13, du 15 décembre 2025

Exercice 1

On considère un milieu actif caractérisé par un coefficient de pertes $\alpha = 0.05\,\mathrm{cm}^{-1}$ et un gain $\gamma = 0.3\,\mathrm{cm}^{-1}$. Quelle longueur L de ce milieu faut–il utiliser pour amplifier un signal par un facteur de $30\,\mathrm{dB}$?

Exercice 2



Pour réaliser une cavité laser, on considère un milieu actif avec un gain $g(\nu)$ qui est une fonction lorentzienne de la fréquence, dont la formule

$$g(\nu) = g_0 \frac{(\Delta\nu/2)^2}{(\nu - \nu_0)^2 + (\Delta\nu/2)^2} \tag{1}$$

est illustrée sur la figure ci–dessus.

Le gain maximal est $g_0 = 50\ \mathrm{cm}^{-1}$ pour une fréquence de $\nu_0 = 460\,\mathrm{THz}$ et une largeur à mi–hauteur de $\Delta\nu = 30\,\mathrm{THz}$. La cavité d'indice de réfraction $n = 1$ et de longueur d est constituée à ses extrémités de miroirs avec une réflectivité parfaite $R = 1$.

a) Donner l'intervalle de fréquence ν_F entre deux modes résonnant à l'intérieur de la cavité. Par quel moyen peut-on faire varier cet espacement ?

b) On désire fabriquer avec cette cavité un laser à la longueur d'onde $650\,\mathrm{nm}$ de seuil $g_0/2$, on supposera que le matériau dans la cavité a un indice de réfraction $n = 1$. Donner la longueur de la cavité pour être certain qu'un seul mode lase. La fréquence ν de ce mode est telle que $g(\nu)$ est au-dessus du seuil.

Exercice 3

a) Le coefficient d'absorption du ruby à l'équilibre thermique (i.e. sans pompage) à $T = 300°$ K, au centre de la résonance à $\lambda = 694.3$ nm, vaut $\alpha(\nu_0) \equiv -\gamma(\nu_0) \approx 0.2\ \mathrm{cm}^{-1}$. Si la concentration d'ions Cr^{3+} qui sont responsables de cette transition d'absorption est de $N_a = 1.58 \times 10^{19}\ \mathrm{cm}^{-3}$, déterminer la section efficace de transition $\sigma_0 = \sigma(\nu_0)$.

b) Un laser à ruby utilise un barreau de ruby (indice de réfraction $n = 1.76$) de 10 cm de long ayant une section de 1 cm^2 et fonctionne à la transition correspondant à $\lambda = 694.3$ nm. Les deux extrémités du barreau ont une réflectance de 80%. En supposant que le seul mécanisme de perte soit l'absorption susmentionnée, déterminer le coefficient de perte α_r du résonateur ainsi que le temps de vie $\tau_p = 1/(\alpha_r c)$ d'un photon dans le résonateur.

c) Quand le laser est pompé, $\gamma(\nu_0)$ augmente et passe de sa valeur initiale de $-0.2\ \mathrm{cm}^{-1}$ à une valeur positive qui correspond donc à un gain. Déterminer le seuil d'inversion de population N_t pour lequel on obtient une oscillation laser.

Exercice 4

On considère un cristal de rubis avec deux niveaux d'énergie 1 et 2 séparés par une différence d'énergie correspondant à une longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 694.3\,\mathrm{nm}$ et une ligne spectrale de forme Lorentzienne avec une largeur $\Delta\nu = 330\,\mathrm{GHz}$. La durée de vie pour l'émission spontanée est $t_{sp} = 3\,\mathrm{ms}$ et l'indice de réfraction du rubis est $n = 1.76$. Si $N_1 + N_2 = N_a = 10^{22}\,\mathrm{cm}^{-3}$, calculer la différence de population $N = N_2 - N_1$ et le coefficient de gain $\gamma(\nu_0)$ à l'équilibre thermique à une température $T = 300°\,\mathrm{K}$ (on suppose que la distribution de Boltzmann $N_2/N_1 = \Delta E/(KT)$ est valable ; de plus, si le rapport N_2/N_1 est extrêmement petit, on peut supposer que tous les électrons se trouvent dans le niveau 1).

Quelle devrait être la différence de population N pour obtenir un coefficient de gain $\gamma(\nu_0) = 0.5\,\mathrm{cm}^{-1}$? Quelle devrait être dans ce cas la longueur du cristal pour obtenir un gain total de 4 à la fréquence centrale ν_0 ?

Exercice 5

Dans cet exercice, nous proposons d'étudier le pompage optique d'un gaz dans une cavité optique formée par deux miroirs. L'un des deux miroirs a une réflectance $\mathcal{R}_1 = 0.9$ et le second miroir est un miroir parfait. La taille de la cavité est $d = 20\,\mathrm{cm}$ et la lumière utilisée a une longueur d'onde $\lambda = 633\,\mathrm{nm}$.

a) Quelle est la réflectance $\mathcal{R}_2$ du second miroir ?

b) Calculer la finesse $\mathscr{F}$ et le facteur de qualité Q de la cavité à la longueur d'onde considérée, lorsqu'il n'y a pas de pertes dues au milieu dans la cavité.

c) On souhaite maintenant définir le niveau de pertes en prenant en compte la présence du gaz dans la cavité. Pour l'expérience envisagée, il est nécessaire d'avoir un coefficient de perte par unité de longueur (incluant les pertes associées aux miroirs) $\alpha_r = 0.2\,\mathrm{cm}^{-1}$. Calculer le coefficient d'atténuation par unité de longueur α_s correspondant.

d) Sachant que la section efficace de transition vaut $\sigma(\nu) = 14 \cdot 10^{-21}\,\mathrm{cm}^2$, déterminer la concentration en gaz N_a nécessaire pour atteindre ce niveau de pertes ?

e) On considère maintenant le pompage du gaz dans la cavité et nous souhaitons obtenir une densité d'atomes excités $N_0 = N_a/3$. Sachant que la durée de vie de l'émission spontanée est $t_\mathrm{sp} = 400\,\mu\mathrm{s}$, utiliser Eq. (7.37) pour obtenir la probabilité de pompage W requise pour obtenir la concentration d'atomes excités voulue ?

f) On part de la concentration en gaz N_a obtenue au point d) et de la probabilité de pompage W obtenue au point e). Malheureusement, la cavité n'est pas hermétique et le gaz s'y trouvant peut s'en échapper en entraînant une baisse de la concentration des atomes de $0.01 \cdot 10^{19}\,\mathrm{cm}^{-3}\mathrm{s}^{-1}$. Pour pallier cet effet, la cavité est associée à une boucle de rétroaction permettant d'adapter le pompage pour maintenir une densité d'atomes excités constante. La probabilité de pompage maximum permise par le système $W_\mathrm{max} =$

$1.5 \cdot 10^{-3} \mu s^{-1}$. Pendant combien de temps est-il possible de maintenir un tiers d'atomes de gaz excités sans dépasser la probabilité de pompage maximum ?

Indications : la finesse $\mathcal{F}$ d'une cavité de longueur d formée de deux miroirs de réflectances $\mathcal{R}_1$ et $\mathcal{R}_2$ est

$$\mathcal{F} = \frac{\pi\sqrt{\mathcal{R}V}}{1 - \mathcal{R}V} \,, \tag{2}$$

où $\mathcal{R} = \sqrt{\mathcal{R}_1 \mathcal{R}_2}$ et $V = \exp((\gamma - \alpha_r)d)$ représente le gain net avec γ le gain et α_r les pertes.

Le facteur de qualité d'une cavité peut s'exprimer en fonction de la finesse :

$$Q = \frac{\nu_0}{\nu_F} \mathscr{F} \,. \tag{3}$$