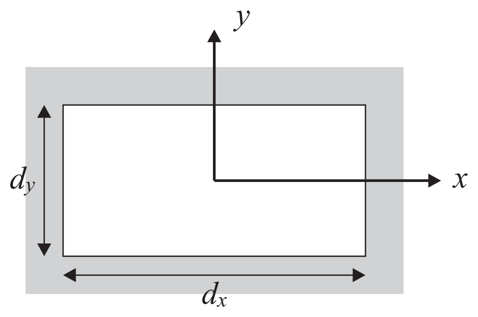
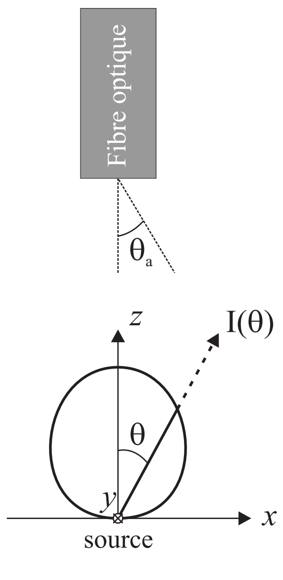
# Ingénierie optique, série d'exercices 10, du 24 novembre 2025

## Exercice 1




On considère le guide d'onde miroir ci–dessus de section rectangulaire de côté $d_x$ et $d_y$, rempli d'un matériau d'indice de réfraction $n$. On s'intéresse aux modes de ce guide, représenter les composantes transverses du vecteur de propagation $\mathbf{k}$ dans un diagramme $k_x$–$k_y$. Donner une estimation du nombre de modes $M$.

## Exercice 2




On considère une source lumineuse Lambertienne de puissance $P$ dont l'intensité lumineuse $I(\theta)$ dépend de l'angle d'émission $\theta$ selon la formule

$$I(\theta) = \frac{P}{\pi} \cos\theta \,, \tag{1}$$

comme illustré sur la figure ci–dessus.

On souhaite coupler cette source dans une fibre optique d'ouverture numérique NA. Montrer que la puissance dans la fibre vaut $(\mathrm{NA})^2 P$.

Indications : l'ouverture numérique d'une fibre correspond au sinus de l'angle maximal des rayons qui peuvent pénétrer dans la fibre : $\mathrm{NA} = \sin\theta_a$, comme indiqué Fig. 5.16 du polycopié. La source émet dans l'espace à trois dimensions.

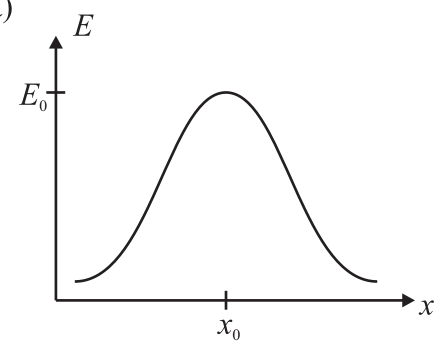
## Exercice 3

Le soleil émet $10^{45}$ photons par seconde dans toutes les directions (on considère qu'ils ont tous une longueur d'onde $\lambda_0 = 500\,\text{nm}$). Quelle est la force exercée par ce flux solaire sur une voile de surface $S = 1\,\text{km}^2$ se trouvant sur la terre (à une distance de 150 millions de kilomètres du soleil) ?

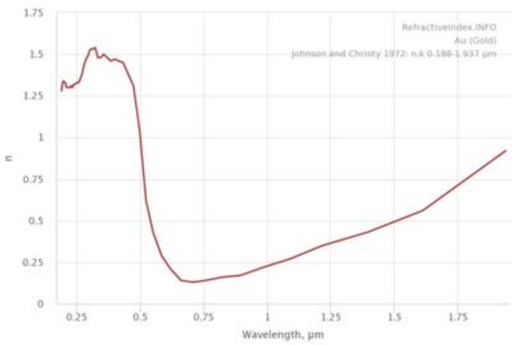
*Indication* : on supposera que chaque photon est entièrement réfléchi sur la voile (choc élastique qui transfère le double de la quantité de mouvement de chaque photon).

## Exercice 4

(a)




(b)




On considère un faisceau Gaussien de largeur $\sigma$ centré en $x = x_0$ avec une seule composante du champ électrique (selon $y$), comme indiqué sur la figure (a) ci–dessus,

$$\mathbf{E}(x, y, z) = E_0 \exp(-(x - x_0)^2/(2\sigma^2))\mathbf{e}_y\,, \tag{2}$$

avec $E_0 = 5 \cdot 10^{10}\,\text{V/m}$. Dans l'approximation dipolaire, la force exercée par le champ $\mathbf{E}$ sur une sphère d'indice $n_1$ et de rayon $a$ est donnée par la formule

$$\mathbf{F}(x, y, z) = 2\pi n_0^2 \epsilon_0 a^3 \left(\frac{m^2 - 1}{m^2 + 2}\right) \nabla E^2(x, y, z)\,, \tag{3}$$

où $n_0$ est l'indice de réfraction du milieu environnant (on considérera de l'air, $n_0 = 1$), $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}\text{F/m} = 8.85 \cdot 10^{-12}\text{N/V}^2$ est la permittivité du vide et $m = n_1/n_0$ est l'indice relatif de la sphère par rapport au milieu environnant.

On considère tout d'abord un faisceau Gaussien avec $x_0 = 0\,\mu\text{m}$ et $\sigma^2 = 0.2\,\mu\text{m}^2$.

a) Dessiner approximativement le profil du champ électrique pour ce faisceau Gaussien.

b) On considère une sphère de polystyrène avec $n_1 = 1.6$, $a = 20\,\text{nm}$ et placée au point $(x, y, z) = (1\,\mu\text{m}, 0, 0)$, calculer la force exercée par le champ $\mathbf{E}$ sur cette sphère.

c) On suppose maintenant que la même sphère est placée au point $(x, y, z) = (-1\,\mu\text{m}, 0, 0)$, calculer à nouveau la force.

d) Quelle sera la position d'équilibre de la sphère par rapport au faisceau Gaussien ?

e) D'une façon générale, si le rayon $a$ de la sphère double, comment varie la force optique ?

On considère maintenant un faisceau Gaussien avec $x_0 = 0\,\mu\text{m}$ et $\sigma^2 = 1\,\mu\text{m}^2$.

f) On considère toujours une sphère de rayon $a = 20\,\mathrm{nm}$ placée au point $(x, y, z) = (1\,\mu\mathrm{m}, 0, 0)$. Calculer la direction de la force en fonction du matériel de la sphère, lorsque $n_1 = 0.8$, $n_1 = 1.0$ ou $n_1 = 1.5$.

Certains matériaux ont des indices de réfraction qui varient avec la longueur d'onde. C'est le cas pour l'or dont l'indice de réfraction est représenté sur la figure (b) ci–dessus.

g) On a trois lasers à disposition avec comme longueurs d'onde $\lambda_1 = 355\,\mathrm{nm}$, $\lambda_2 = 405\,\mathrm{nm}$, ou $\lambda_3 = 525\,\mathrm{nm}$. On considère une sphère d'or de rayon $a = 20\,\mathrm{n}m$ se trouvant à l'origine $(x, y, z) = (0, 0, 0)$ et un faisceau Gaussien avec $x_0 = 2\,\mu\mathrm{m}$ et $\sigma^2 = 0.5\,\mu\mathrm{m}^2$. Quel laser faut-il utiliser pour piéger cette sphère (par "piéger", on entend ici attirer la sphère vers le centre du faisceau Gaussien) ?