

COMPOSANTS SEMI-CONDUCTEURS

IV) Semi-conducteur hors équilibre

P.A. Besse

EPFL

Rappel: équations à l'équilibre

Solutions pour une structure à l'équilibre:

3 inconnues:

champ électrique E , (ou potentiel électrique ϕ)
 concentration d'électrons libres n
 concentration de trous p

3 équations:

Maxwell

1

$$\text{div}(\vec{E}) = \frac{1}{\epsilon_0 \epsilon} q (p + N_d^+ - n - N_a^-)$$

valable hors équilibre

Energie de Fermi
 constante

2

$$\vec{j}_{tot} = \vec{j}_{drift,n} + \vec{j}_{drift,p} + \vec{j}_{dif,n} + \vec{j}_{dif,p} = 0$$

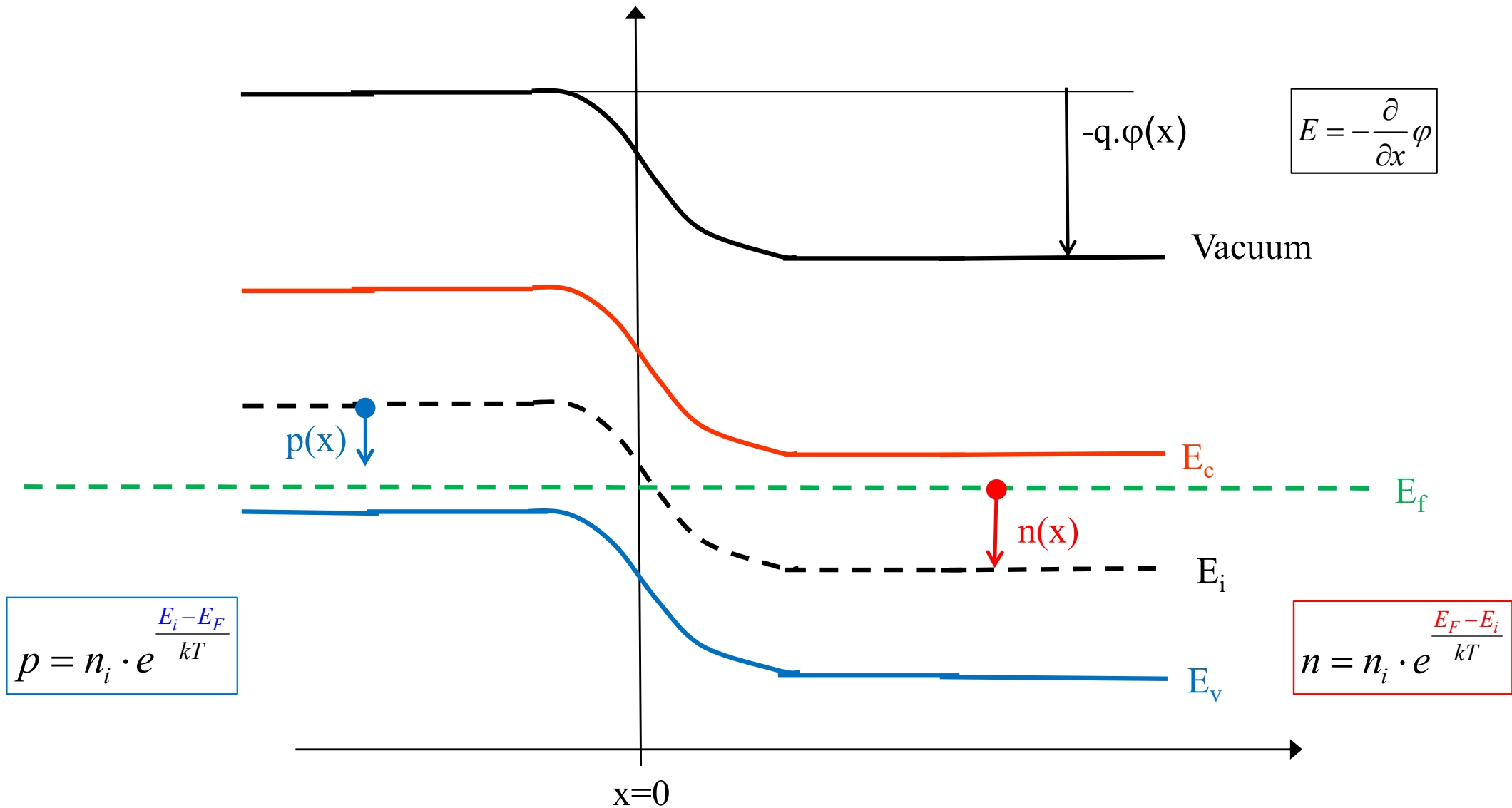
Loi d'action
 de masse

3

$$n \cdot p = n_i^2$$

← Pas valable hors équilibre !!!

A l'équilibre:
trois inconnues: E, n et p

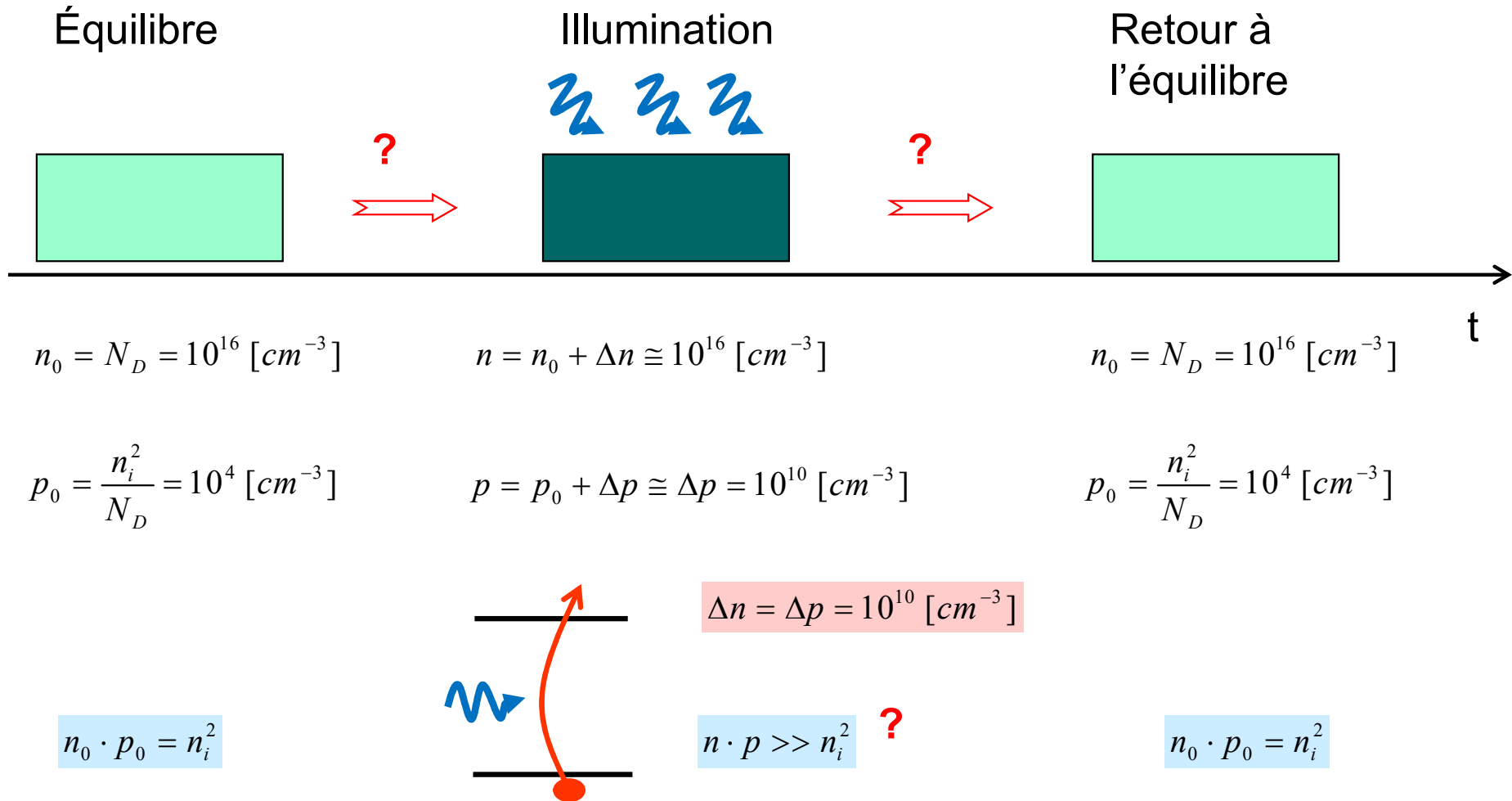


Génération /

Recombinaison

→ Equations de continuité

Exemple hors équilibre: « faible injection »



« Band-to-Band », équilibre radiatifs avec le corps noir

Génération radiative

Absorption

$$G_{th,rad} \approx \alpha_{rad} (N_v - p) (N_c - n)$$

$$G_{th,rad} \approx \alpha_{rad} N_v N_c$$

Recombinaison radiative

Emission spontanée

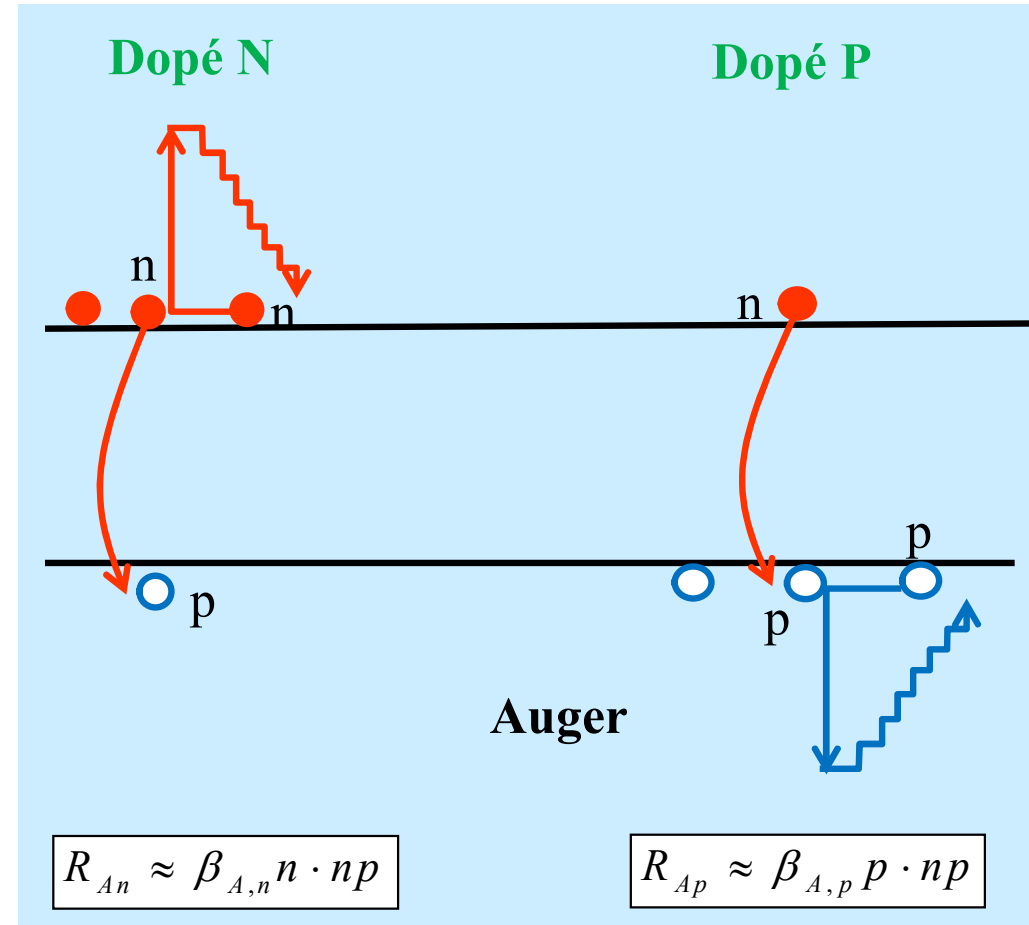
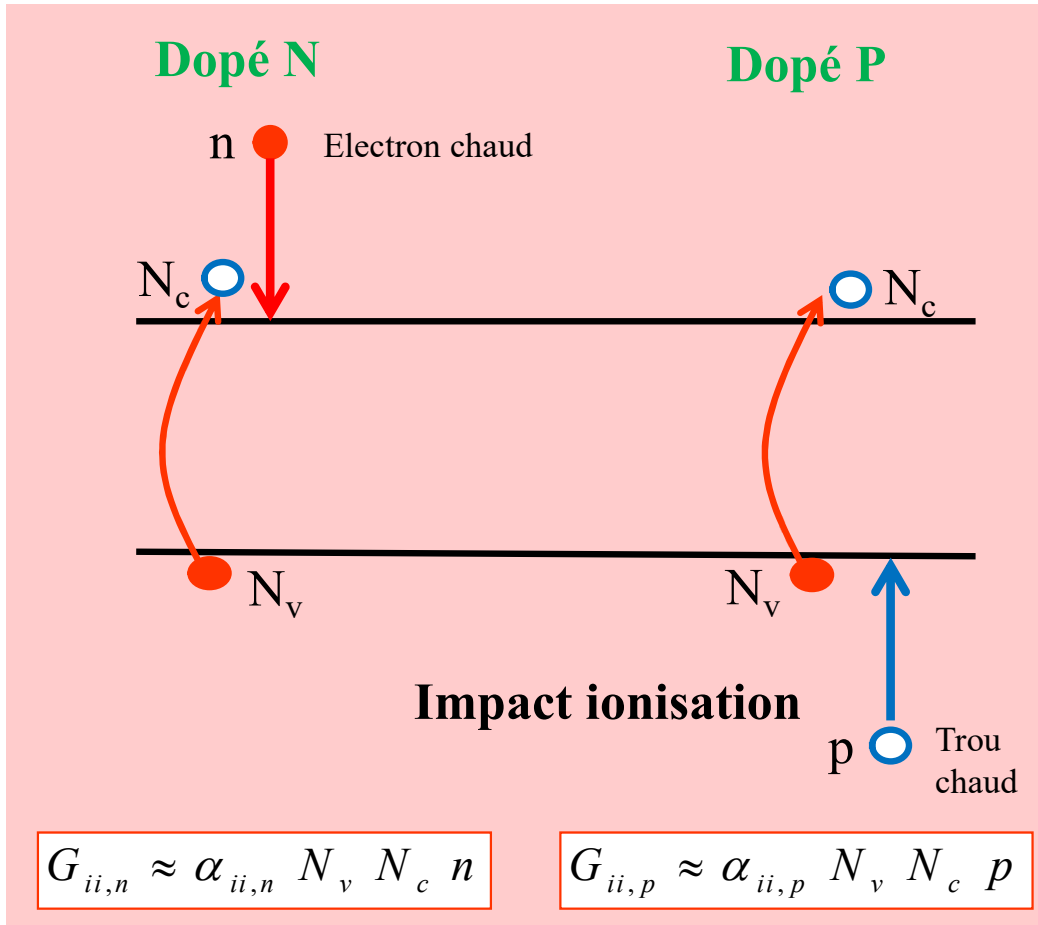
Emission stimulée

$$R_{th,rad} \approx \beta_{rad} n p$$

$$\Rightarrow U_{th,rad} \equiv R_{th,rad} - G_{th,rad} = \beta_{rad} (n p - n_0 p_0) \quad \left[\frac{\text{nombre}}{s \cdot m^3} \right]$$

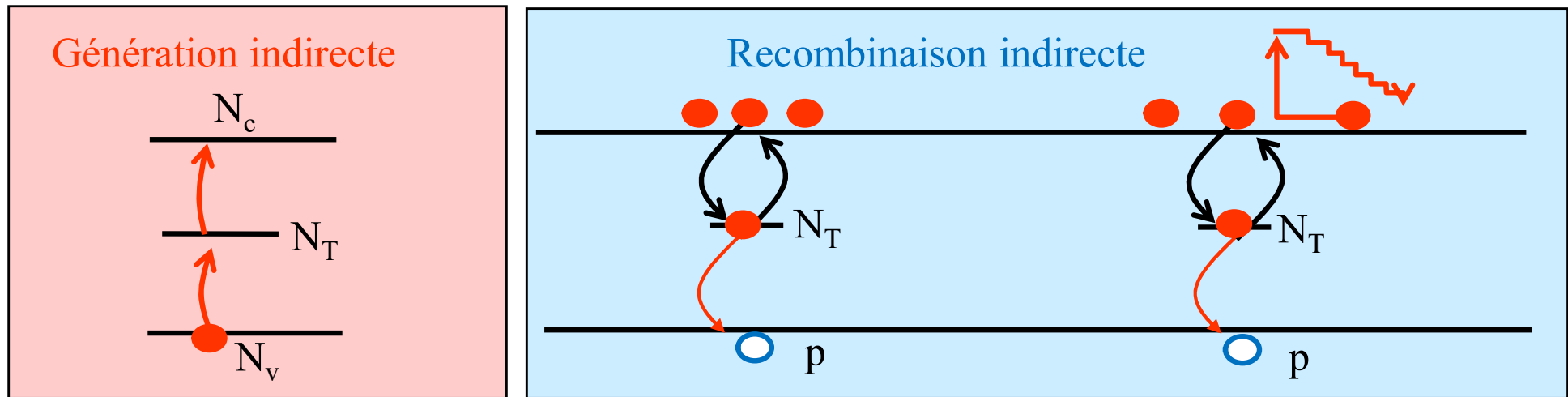
Génération et recombinaison carrier assisted

« Band-to-Band », effets Auger



$$\Rightarrow U_{th,A} = (\beta_{An} n + \beta_{Ap} p) \cdot (n p - n_0 p_0) \quad \left[\frac{\text{nombre}}{s \cdot m^3} \right]$$

Effets thermiques indirects (« trap assisted »)



Pour un piège au milieu du gap ,
avec des taux de capture identiques pour les électrons et les trous:

Taux net de
recombinaison par
volume

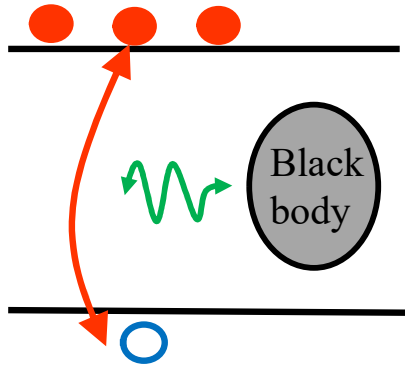
$$U_{th,i} \equiv R_{th,i} - G_{th,i} \cong \beta_i N_T \left(\frac{np - n_0 p_0}{n + p + 2n_i} \right)$$

Densité de traps
Déséquilibre

Shockley-Read-Hall theory

Taux net de recombinaison thermique total faible injection de trous

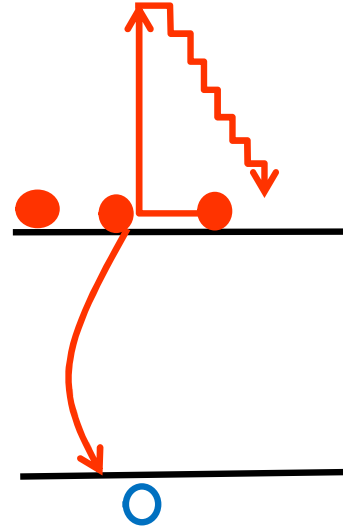
Direct «Radiatif»
(gap direct)



$$U_{th} \cong (n p - n_0 p_0)$$

$$U_{th} \cong n_0 \cdot \Delta p \cong \frac{1}{\tau} \cdot \Delta p$$

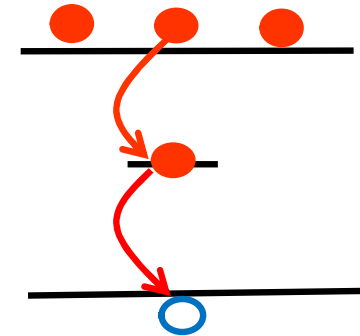
Direct «Auger»
(gap indirect)



$$U_{th} \cong n_0 \cdot (n p - n_0 p_0)$$

$$U_{th} \cong n_0^2 \cdot \Delta p \cong \frac{1}{\tau} \cdot \Delta p$$

Indirect «trap assisted»
(basse concentration)

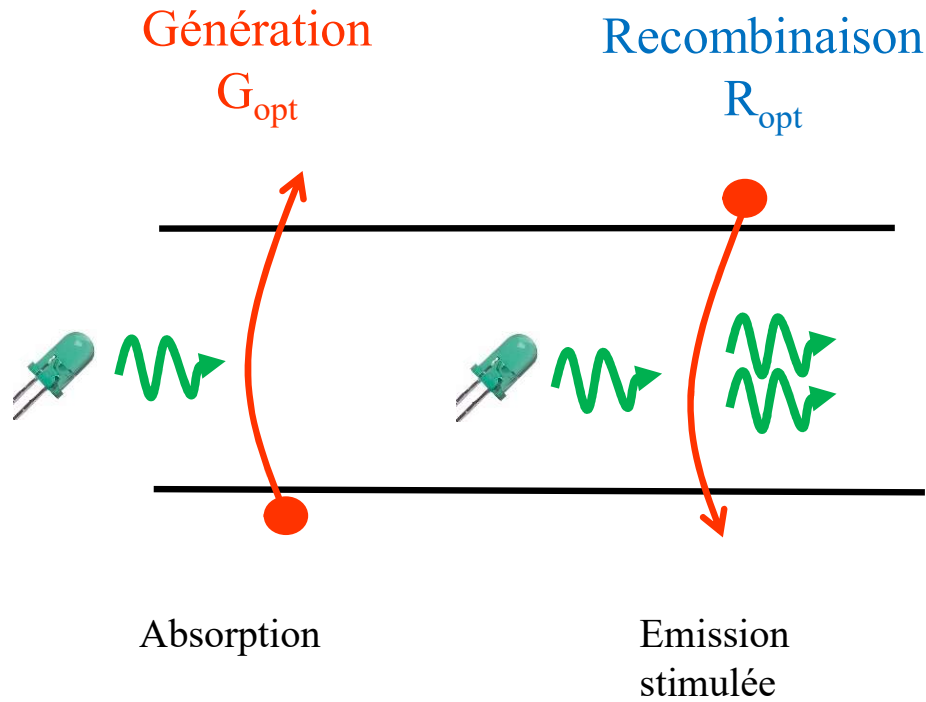


$$U_{th} \cong N_T \cdot \frac{(n p - n_0 p_0)}{n_0}$$

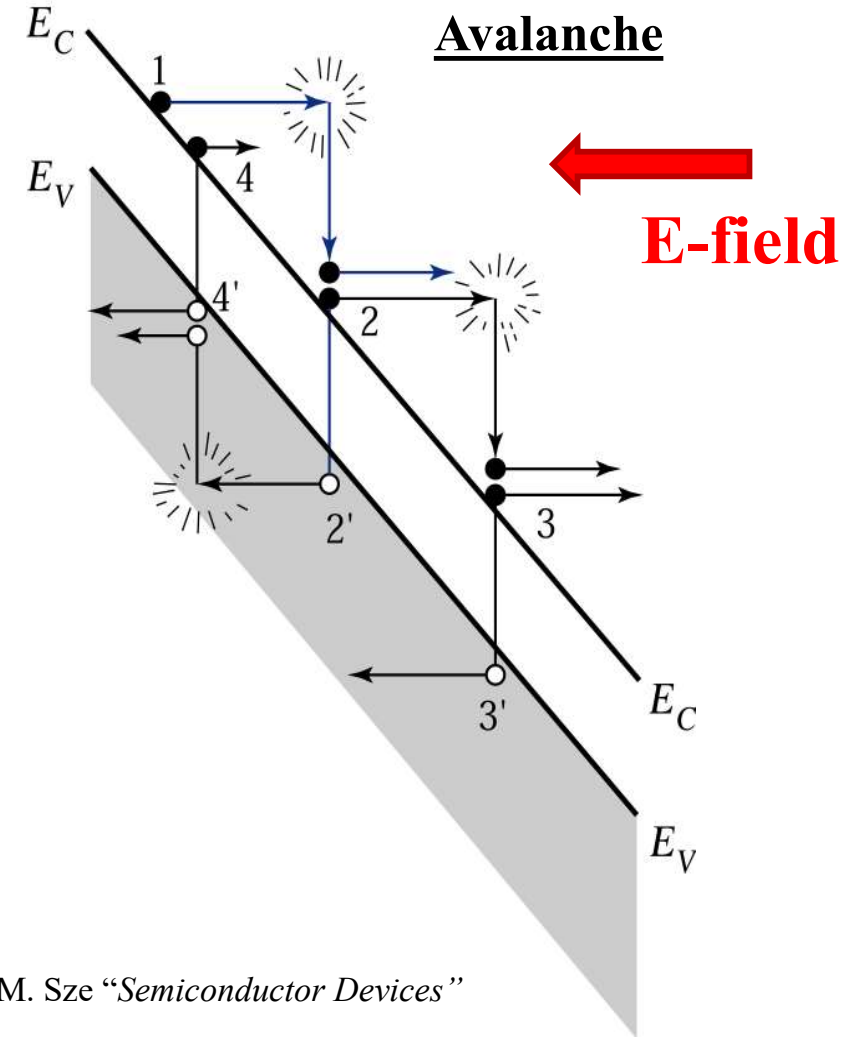
$$U_{th} \cong N_T \cdot \Delta p \cong \frac{1}{\tau} \cdot \Delta p$$

Générations et recombinaisons spécifiques: exemples

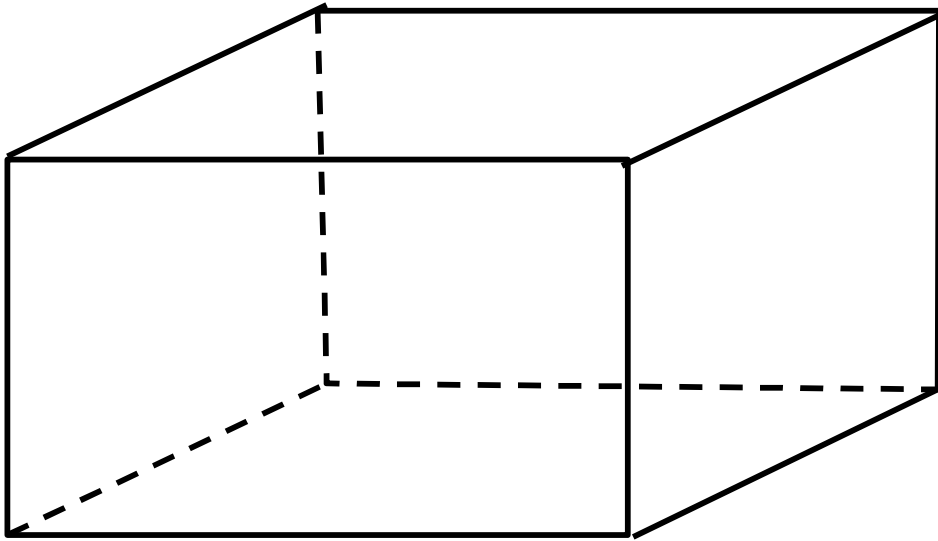
Optique



$$U_{spec} \equiv R_{opt} - G_{opt} - G_{av} \dots$$

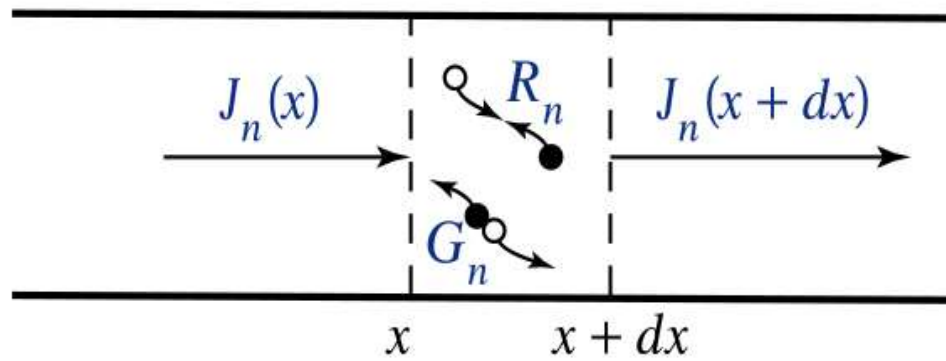
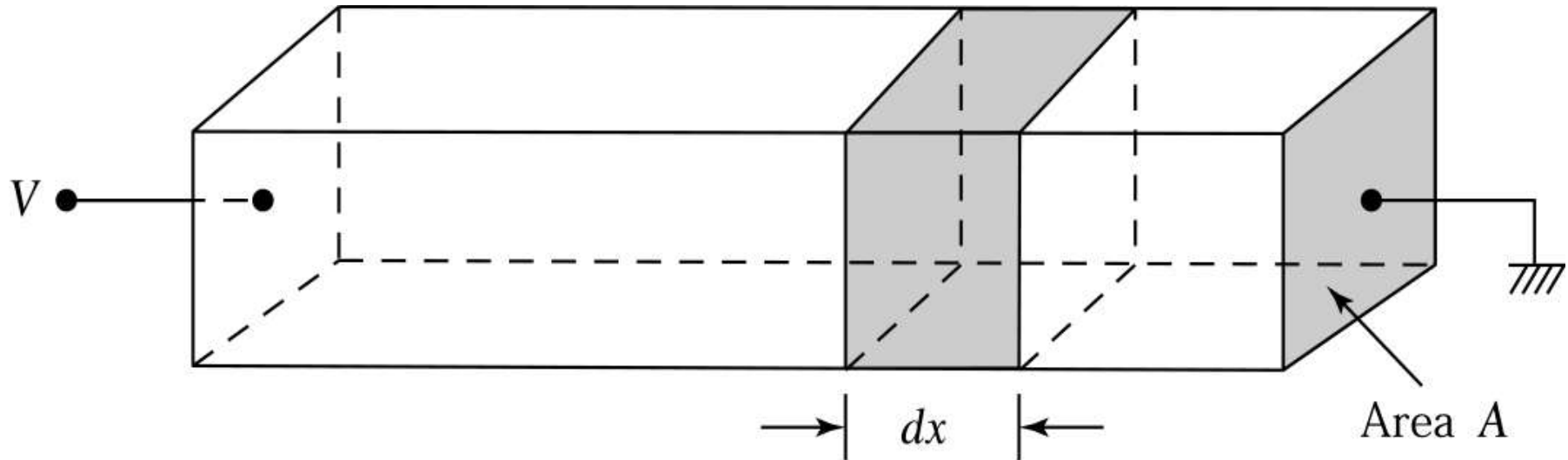


S. M. Sze "Semiconductor Devices"



$$\frac{\partial n}{\partial t} = \dots$$

→ Equations de continuité



S. M. Sze "Semiconductor Devices"

Équation de continuité et conservation des charges

Variations de charge = génération - recombinaison - (courant OUT - IN)

$$\overbrace{(-q) \frac{\partial n}{\partial t}} = \overbrace{(-q) G} - \overbrace{(-q) R} - \overbrace{div(\vec{j}_n)}$$

La génération et la recombinaison sont identiques pour les électrons et les trous:

→

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -(U_{spec} + U_{th}) + \frac{1}{q} div(\vec{j}_n)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -(U_{spec} + U_{th}) - \frac{1}{q} div(\vec{j}_p)$$

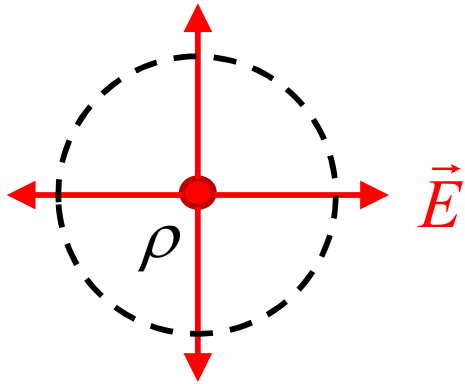
Lois de continuité

$$\rho = q(p + N_d^+ - n - N_a^-)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -div(\vec{j})$$

Conservation des charges

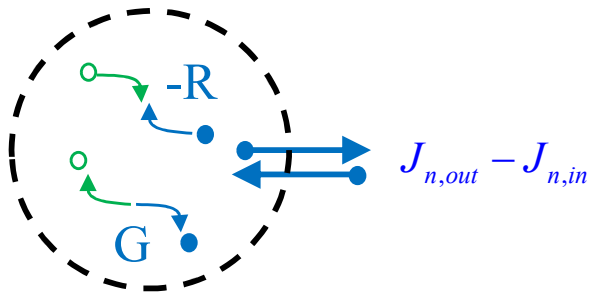
Résumé simplifié: 3 inconnues / 3 équations



3 inconnues: \vec{E} n p

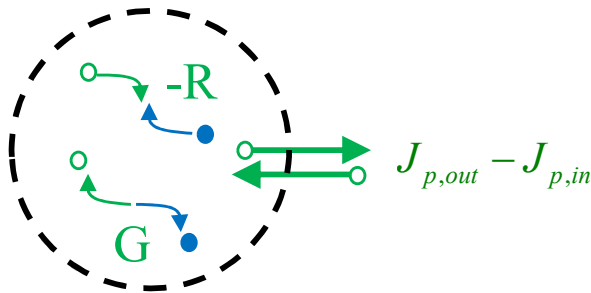
1) Equation de Maxwell:

$$\text{div}(\epsilon_0 \epsilon \cdot \vec{E}) = \rho = q \cdot (p + N_D^+ - n - N_A^-)$$



2) Equation de continuité des électrons libres

$$\frac{\partial n}{\partial t} = G - R - \frac{1}{(-q)} (J_{n,out} - J_{n,in}) = -U_{spec} - U_{th} + \frac{1}{q} \text{div}(\vec{J}_n)$$



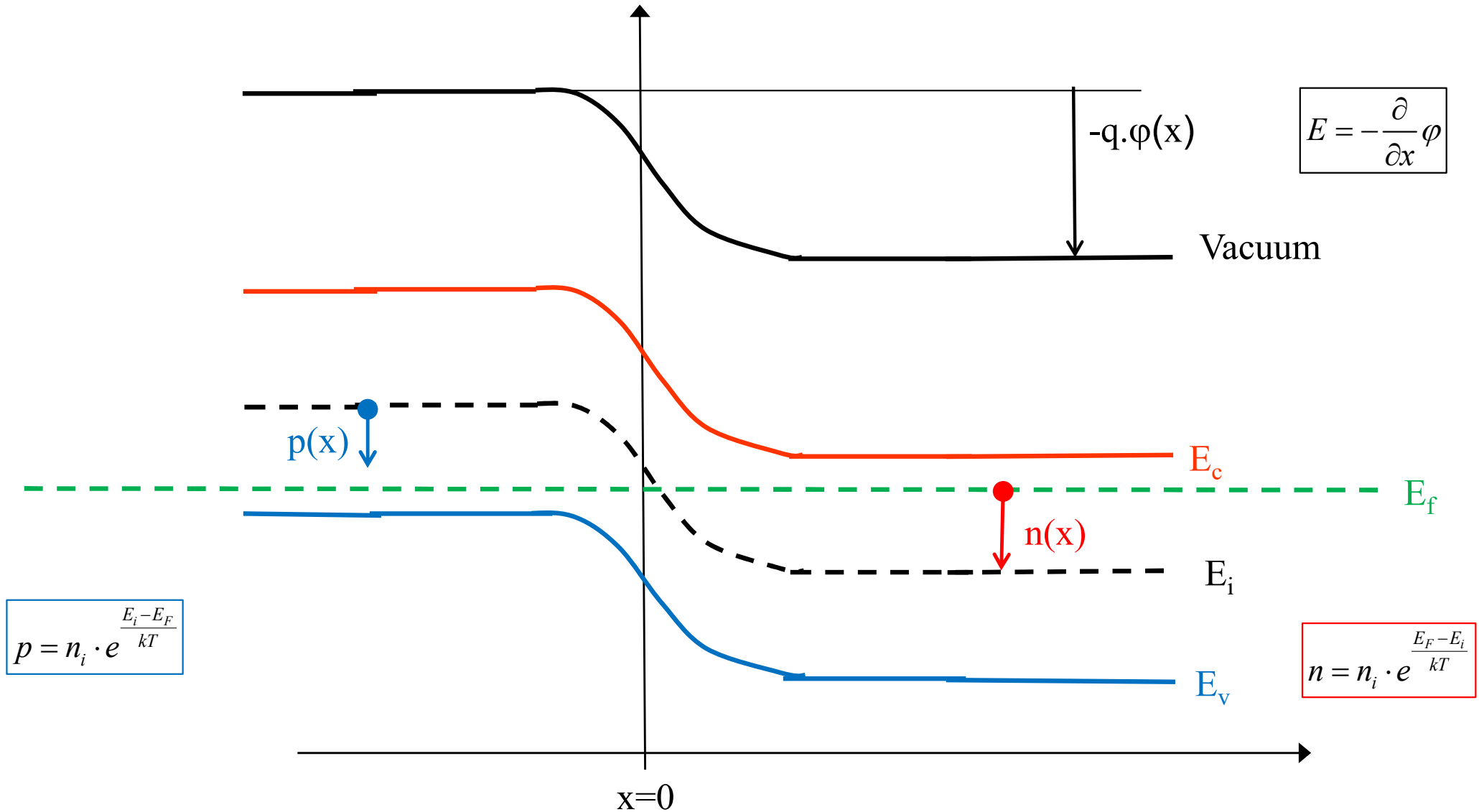
3) Equation de continuité des trous

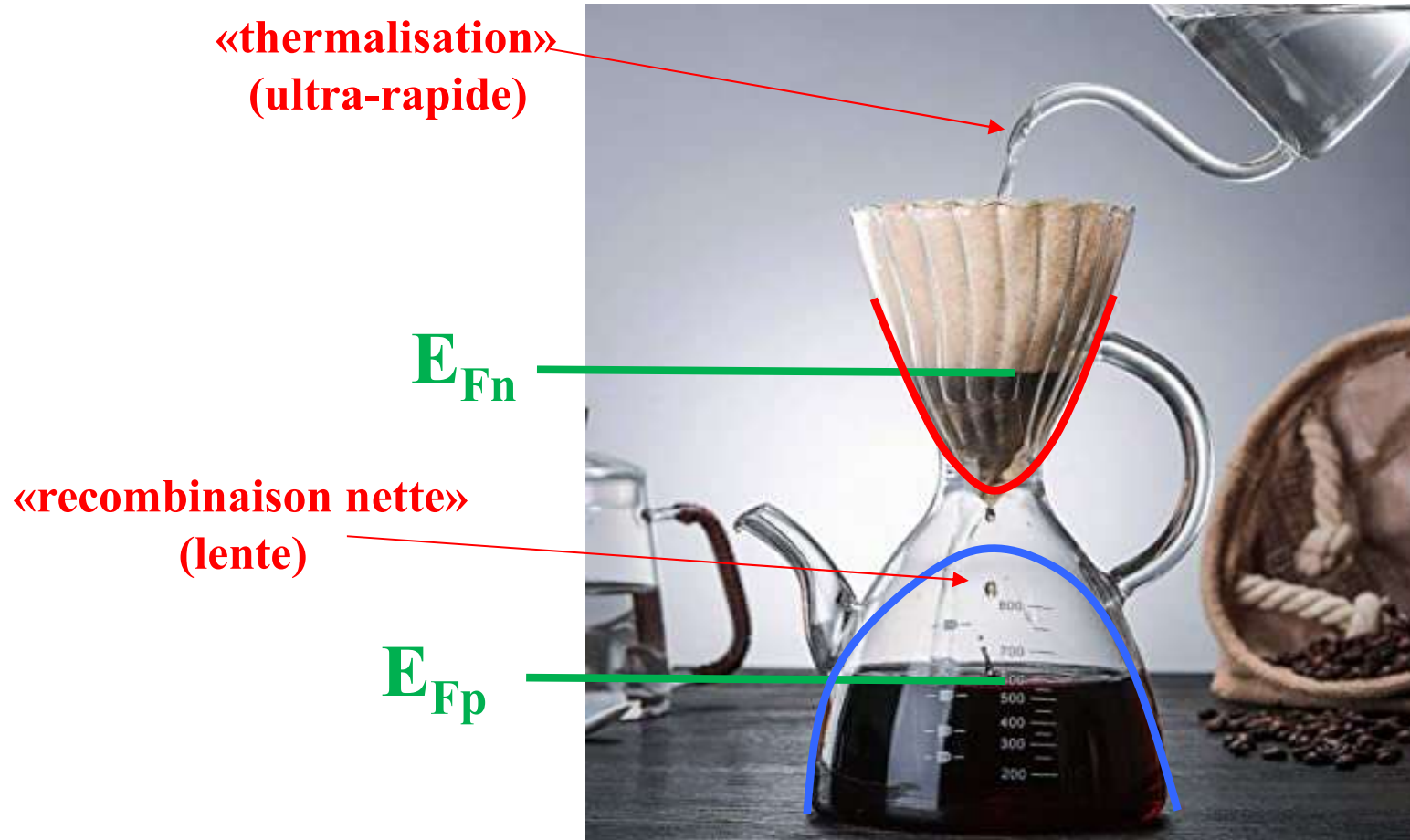
$$\frac{\partial p}{\partial t} = G - R - \frac{1}{(+q)} (J_{p,out} - J_{p,in}) = -U_{spec} - U_{th} - \frac{1}{q} \text{div}(\vec{J}_p)$$

Paramétrisation par Quasi-niveaux de Fermi

A l'équilibre:

trois inconnues: E, n et p





Quasi-équilibre → «quasi-niveaux de Fermi»

Quasi-niveaux de Fermi hors équilibre

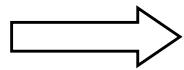
La distribution de Fermi ne s'applique plus de façon exacte !!

Néanmoins on paramétrise n et p par les « quasi niveaux de Fermi » $E_{F,n}$ et $E_{F,p}$:

$$n = n_i \cdot e^{(E_{F,n} - E_i) / kT}$$

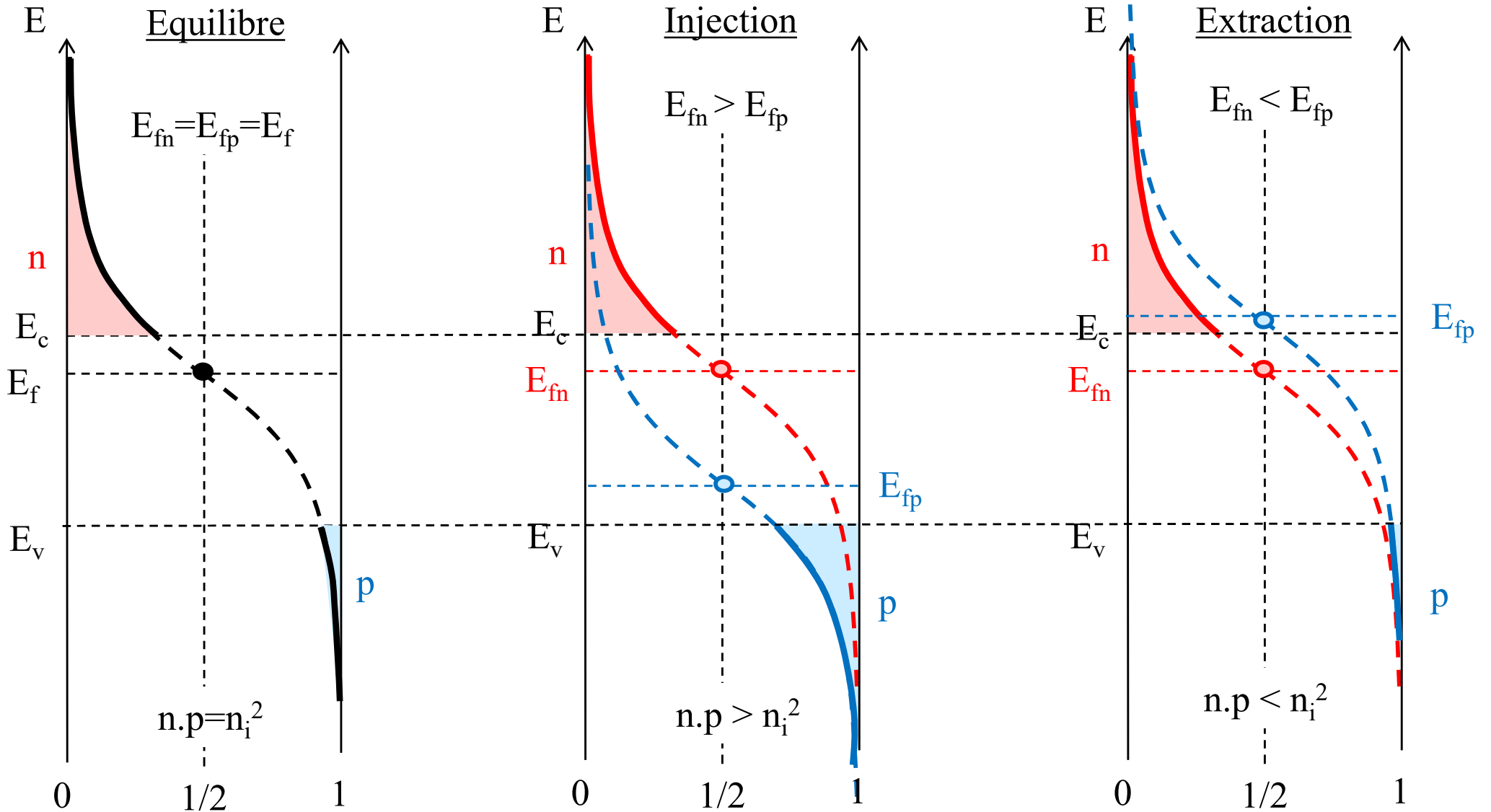
$$p = n_i \cdot e^{(E_i - E_{F,p}) / kT}$$

Loi d'action de masse modifiée:



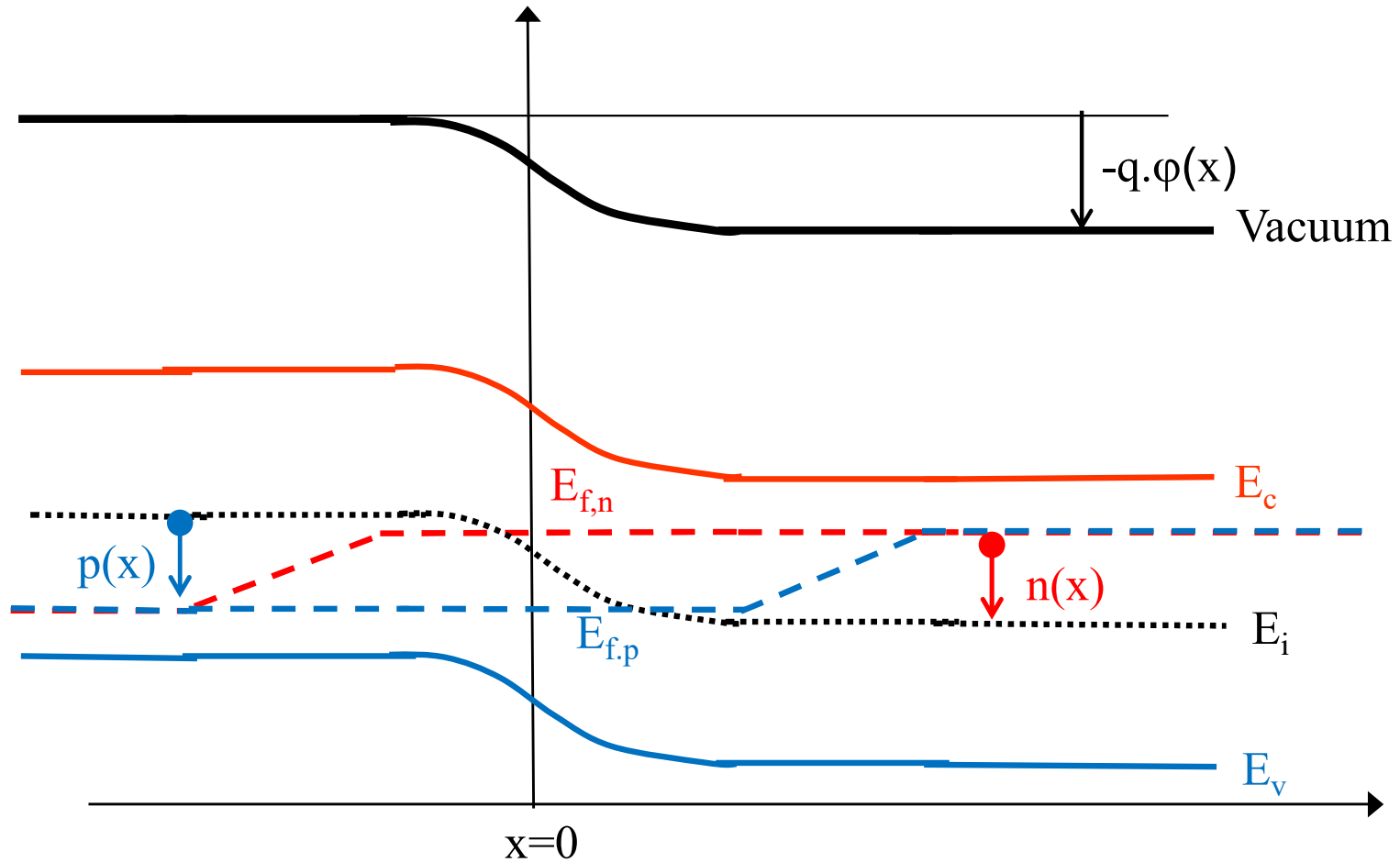
$$n \cdot p = n_i^2 \cdot e^{(E_{F,n} - E_{F,p}) / kT}$$

Quasi-niveaux de Fermi en faible injection



Trois inconnues E, n et p

Hors équilibre



➡ Paramétrisation par φ , E_{fn} et E_{fp} .

$$n = n_i \cdot e^{(E_{F,n} - E_i)/kT} \quad E_i = -q\varphi - q\left(\chi + \frac{E_g}{2}\right) \quad \vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}\varphi$$

Equation des courants de drift et de diffusion

$$\vec{j}_n = n q \mu_n \vec{E} + kT \mu_n \overrightarrow{\text{grad}}(n)$$

↓

$$\vec{j}_n = -nq\mu_n \overrightarrow{\text{grad}}(\varphi) + kT \mu_n \frac{n}{kT} \left(\overrightarrow{\text{grad}}(E_{F,n}) + q \overrightarrow{\text{grad}}(\varphi) \right)$$

↓

$$\vec{j}_n = \mu_n n \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(E_{F,n})$$

$$\vec{j}_p = \mu_p p \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(E_{F,p})$$

- 1) Ils ne varient que de quelques eV sur toute la structure
- 2) A l'équilibre, ils correspondent au niveau de Fermi qui lui a une signification physique (taux de remplissage de $\frac{1}{2}$)
- 3) Sur le schéma de bande, ils déterminent les concentrations n et p
- 4) Leur gradient donne directement la somme des courants de drift et de diffusion pour une sorte de porteur

Calcul des concentrations n et p hors équilibre: Potentiel φ et quasi-niveaux de Fermi

$$\nabla^2 \varphi = \frac{-q}{\epsilon_0 \epsilon} (p + N_d^+ - n - N_a^-) \quad (1)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -U_{spec} - U_{th} + \frac{1}{q} \text{div}(\vec{j}_n) \quad (2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -U_{spec} - U_{th} - \frac{1}{q} \text{div}(\vec{j}_p) \quad (3)$$

Paramétrisation: E_{vac} E_{Fn} E_{Fp}

$$\varphi = -\frac{E_{vac}}{q}$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} \varphi = \frac{1}{q} \vec{\nabla} E_{vac}$$

$$n = n_i \cdot e^{(E_{Fn} - E_i)/kT} \quad E_i = E_{vac} - q\chi - q\frac{E_g}{2}$$

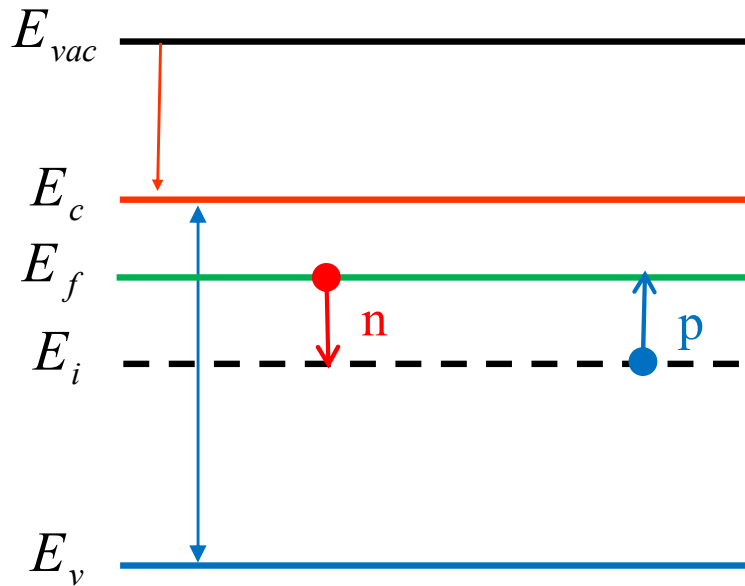
$$\vec{j}_n = n \mu_n \cdot \vec{\nabla} E_{Fn}$$

$$p = n_i \cdot e^{(E_i - E_{Fp})/kT} \quad E_i = E_{vac} - q\chi - q\frac{E_g}{2}$$

$$\vec{j}_p = p \mu_p \cdot \vec{\nabla} E_{F,p}$$

Exemples de calcul de bandes

Semi-conducteur homogène dopé N à l'équilibre thermique



1) Poser l'énergie du vide E_{vac}

$$E_{vac} = 0$$

2) Dessiner les bandes à partir de l'affinité, du gap et du matériel intrinsèque

3) Déterminer l'énergie de Fermi (constante dans toute la structure)

$$n = N_D - N_A$$

$$E_F - E_i = +kT \ln(n/n_i)$$

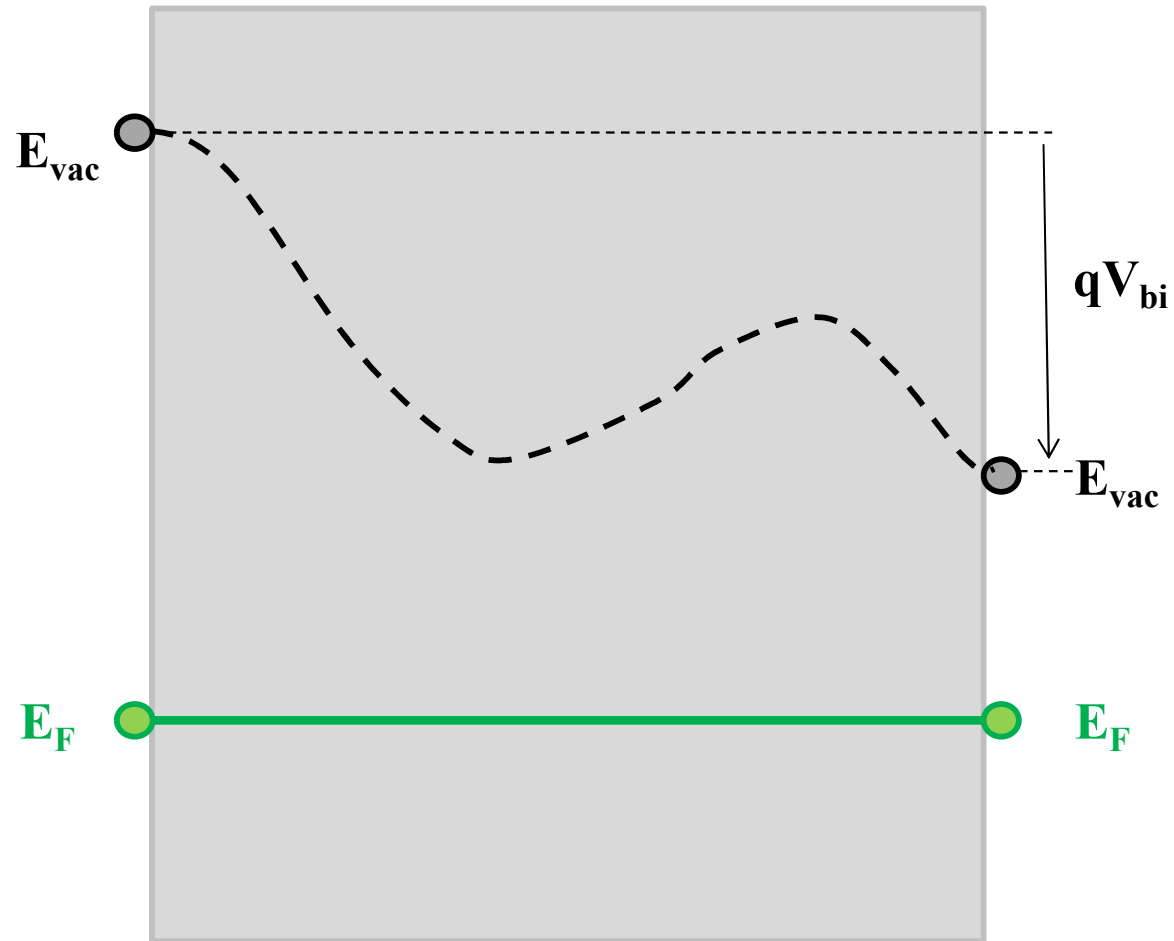
Potentiel de « built-in »: potentiel interne et tension électrique externe



À l'équilibre: La tension électrique externe V est nulle
 L'énergie de Fermi E_f est constante
 Le potentiel interne ϕ donne la tension de built-in: $\phi = V_{bi}$

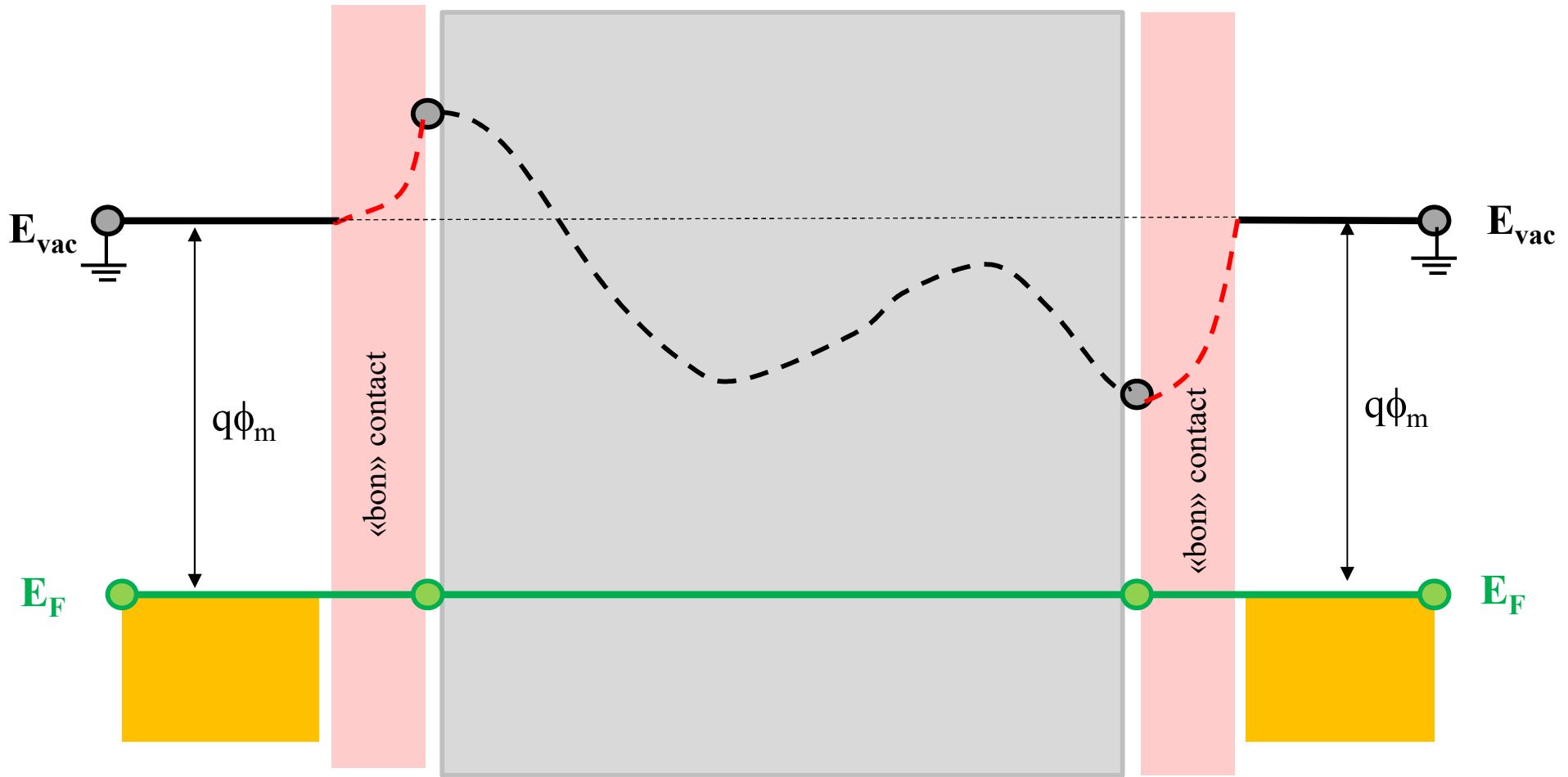
Hors équilibre: La tension externe est non-nulle
 E_f varie de $-qV$
 avec de « bons » contacts: La tension externe se reporte sur le potentiel interne ϕ
 $\phi = V_{bi} + V$

Structure en semi-conducteur: à l'équilibre



Structure en semi-conducteur
À l'équilibre

Structure en semi-conducteur: à l'équilibre

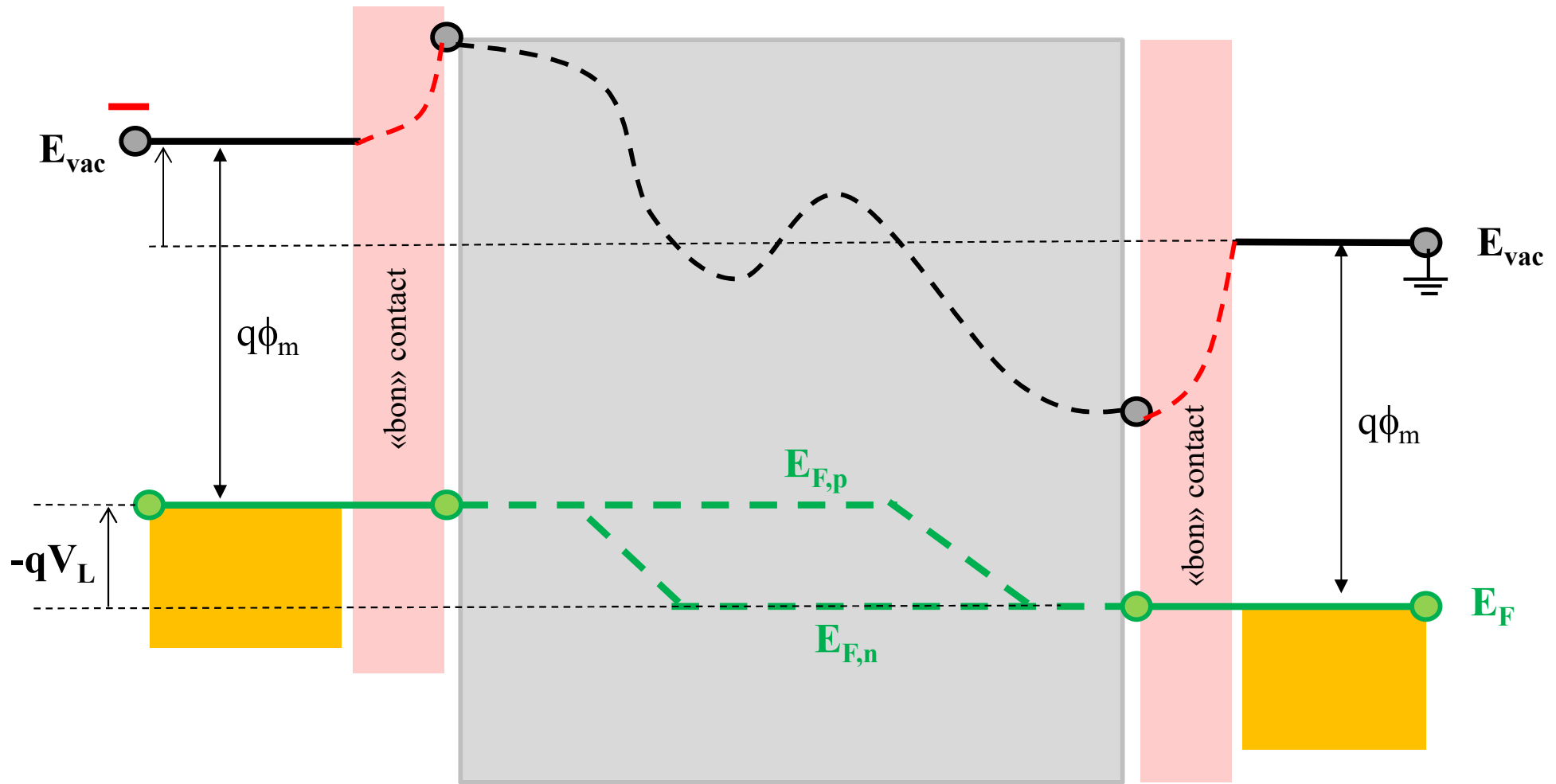


Cuivre
(T_0)

Structure en semi-conducteur
À l'équilibre (T_0)

Cuivre
(T_0)

Structure en semi-conducteur: hors équilibre

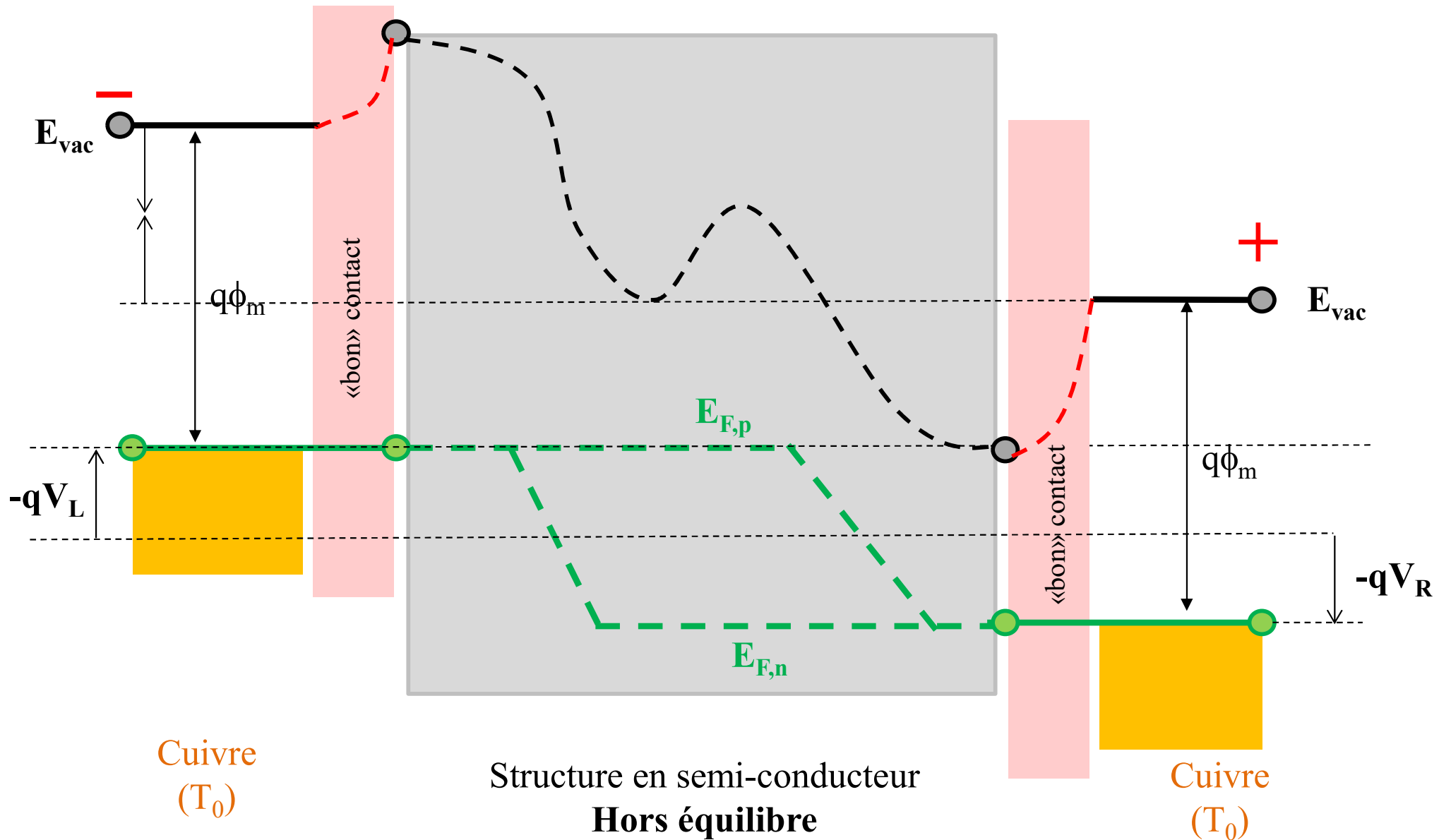


Cuivre
(T_0)

Structure en semi-conducteur
Hors équilibre

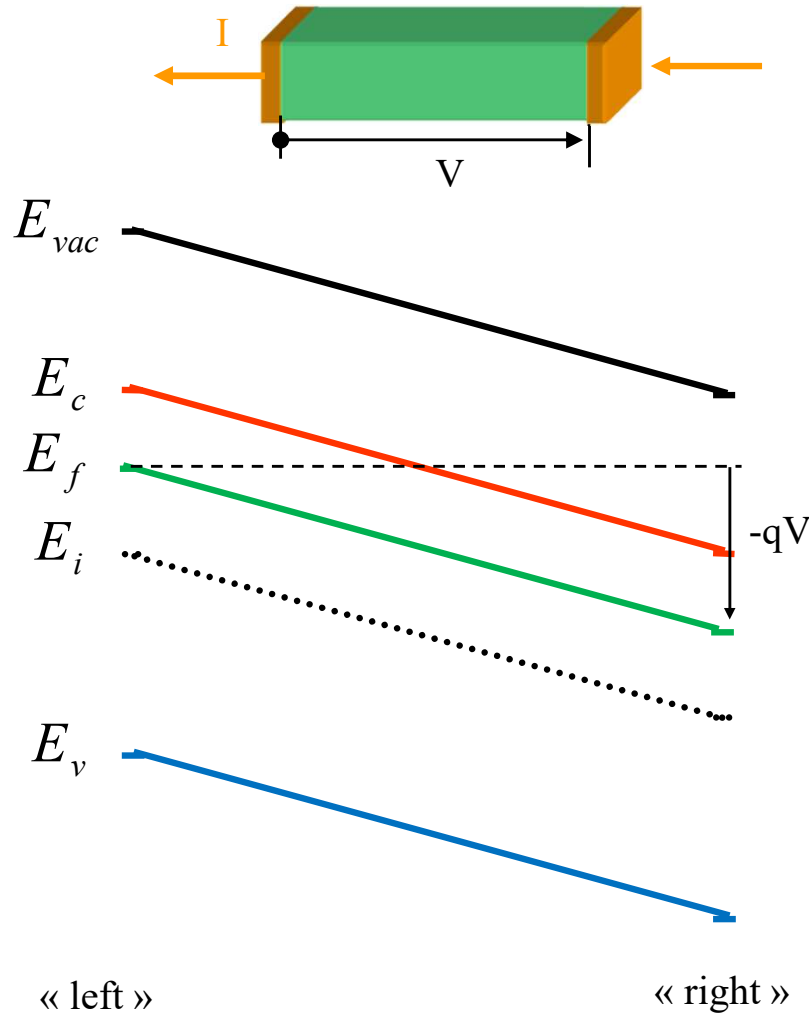
Cuivre
(T_0)

Structure en semi-conducteur: hors équilibre



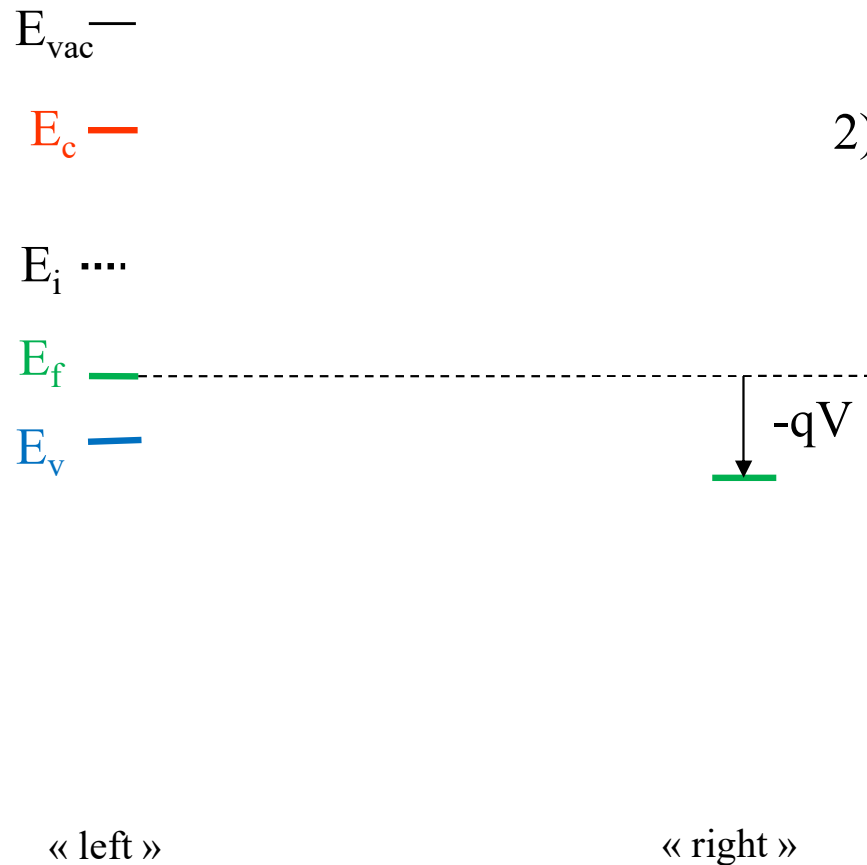
Structure en semi-conducteur
Hors équilibre

Semi-conducteur homogène parcouru par un courant



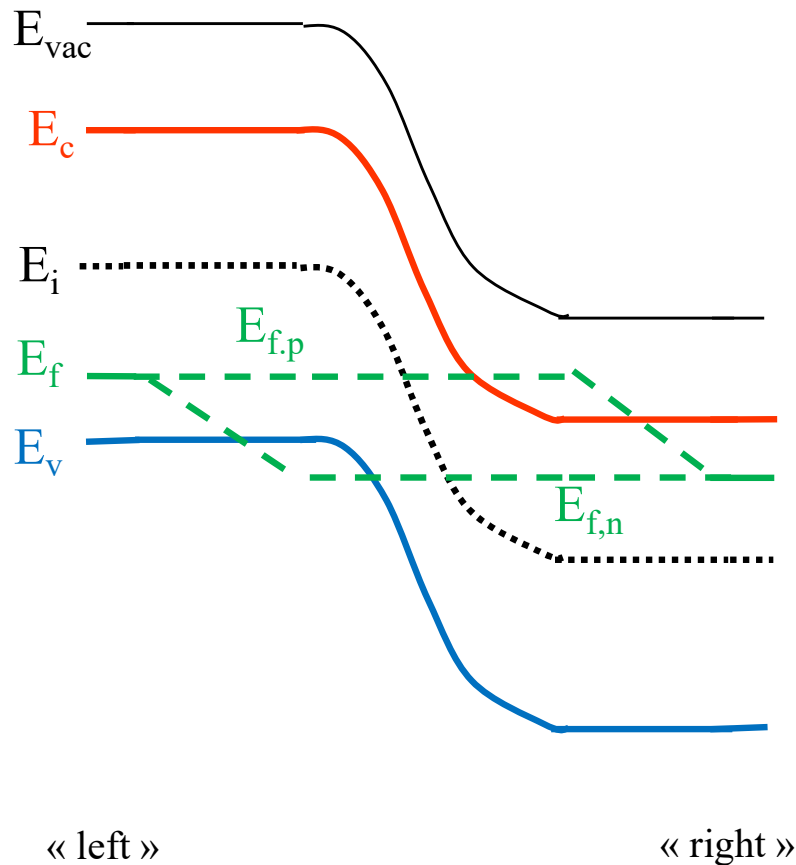
- 1) Au point « left »:
 - Poser $E_{vac} = 0$
 - Dessiner les bandes
 - Déterminer E_f à partir de E_i
- 2) $E_{F,n} = E_{F,p} = E_F$ dans toute la structure
 E_F n'est pas constant
- 3) Au point « right »:
 - E_f est donné par $-qV$
 - Dessiner les bandes
 - Tracer E_{vac}
- 4) Homogène $\rightarrow E_f$ et E_{vac} sont linéaires
- 5) Tracer les bandes en tout point depuis E_{vac}

Semi-conducteur inhomogène en général



- 1) Au point « left »:
- Décrire les bandes et déterminer E_f
- 2) Au point « right »:
- Trouver E_f à partir de la tension externe V

Semi-conducteur inhomogène en général



- 1) Au point « left »:
- Décrire les bandes et déterminer E_f
- 2) Au point « right »:
- Trouver E_f à partir de la tension externe V
- Dessiner les bandes et trouver E_{vac}

3) Résoudre
$$\Delta \varphi = -\frac{1}{\epsilon_0 \epsilon} q (p + N_d^+ - n - N_a^-)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -U_{spec} - U_{th} + \frac{1}{q} \text{div}(\vec{j}_n)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -U_{spec} - U_{th} - \frac{1}{q} \text{div}(\vec{j}_p)$$

avec les conditions aux deux bords.

Les inconnues sont φ , $E_{F,n}$ et $E_{F,p}$

- 4) Tracer $E_{vac} = -q \varphi$, $E_{F,n}$ et $E_{F,p}$
- 5) Tracer les bandes en tout point depuis E_{vac}

Approximation de faible injection

Approximation de faible injection:

« la concentration des majoritaires hors équilibre est la même qu'à l'équilibre »

Matériel de type N, à faible injection → Minoritaires p_n

Majoritaires: $n \cong n_0$

$$U_{th} \cong \frac{\Delta p_n}{\tau}$$

Matériel de type P, à faible injection → Minoritaires n_p

Majoritaires: $p \cong p_0$

$$U_{th} \cong \frac{\Delta n_p}{\tau}$$

Faible injection et équation de continuité des minoritaires

$$n_n = n_0$$

$$\vec{j}_{drift,p} = q\mu_p \cdot p_n \cdot \vec{E}$$

$$\vec{j}_{dif,p} = -qD_p \cdot \vec{\nabla} p_n$$

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = -U_{spec} - U_{th} - \frac{1}{q} \text{div}(\vec{j}_p)$$

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = -U_{spec} - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p} - \mu_p p_n \text{div}(\vec{E}) - \mu_p \vec{E} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(p_n) + D_p \cdot \nabla^2 p_n$$

Faible injection et équation de continuité des minoritaires

Matériel de type N, à faible injection

L'équation de continuité pour la concentration des minoritaires p_n devient:

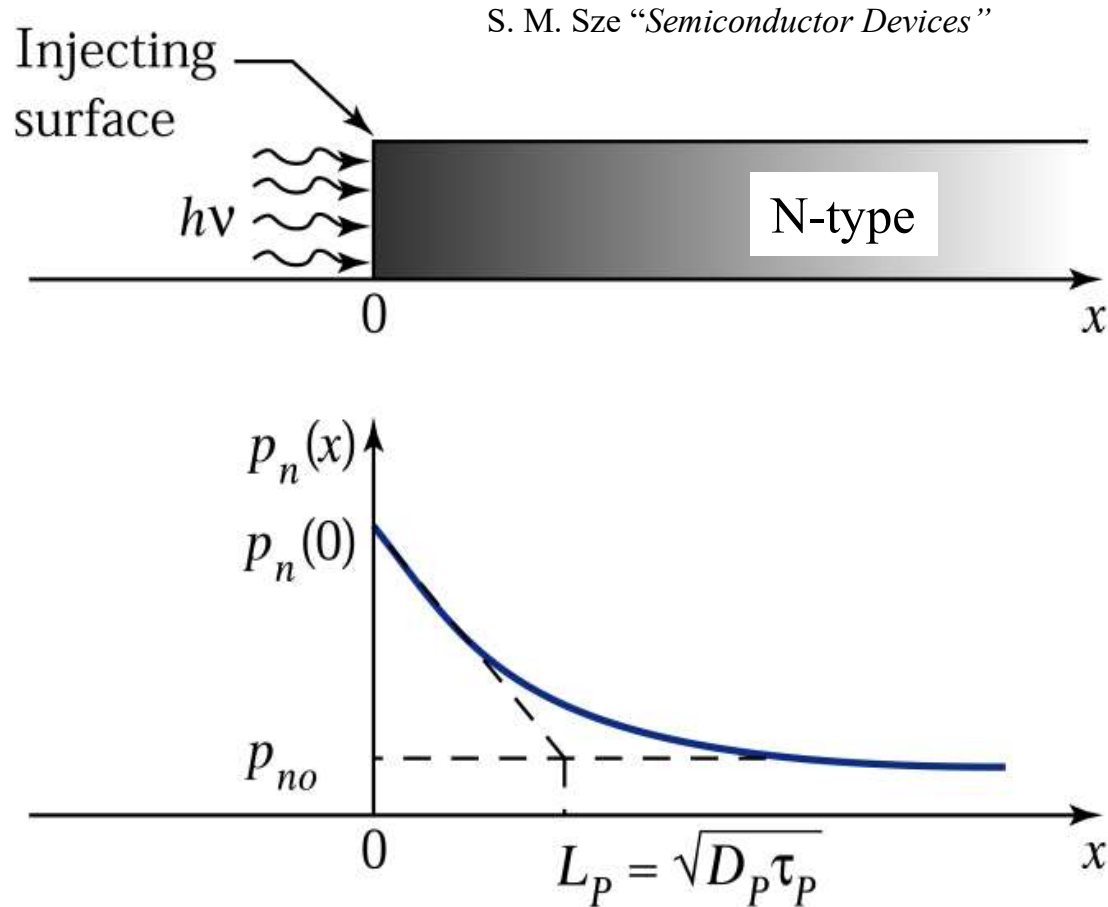
$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = -U_{spec} - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p} - \mu_p p_n \operatorname{div}(\vec{E}) - \mu_p \vec{E} \cdot \overrightarrow{\operatorname{grad}}(p_n) + D_p \cdot \nabla^2 p_n$$

Matériel de type P, à faible injection

L'équation de continuité pour la concentration des minoritaires n_p devient:

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} = -U_{spec} - \frac{n_p - n_{p0}}{\tau_n} + \mu_n n_p \operatorname{div}(\vec{E}) + \mu_n \vec{E} \cdot \overrightarrow{\operatorname{grad}}(n_p) + D_n \cdot \nabla^2 n_p$$

Exemple 1: Longueur de diffusion



Typique: L [μm - mm]

Minoritaires

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = -\frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p} + D_p \cdot \nabla^2 p_n = 0$$

$$\rightarrow \frac{\partial^2}{\partial x^2} \Delta p = \frac{1}{D_p \tau_p} \cdot \Delta p$$

Solution:

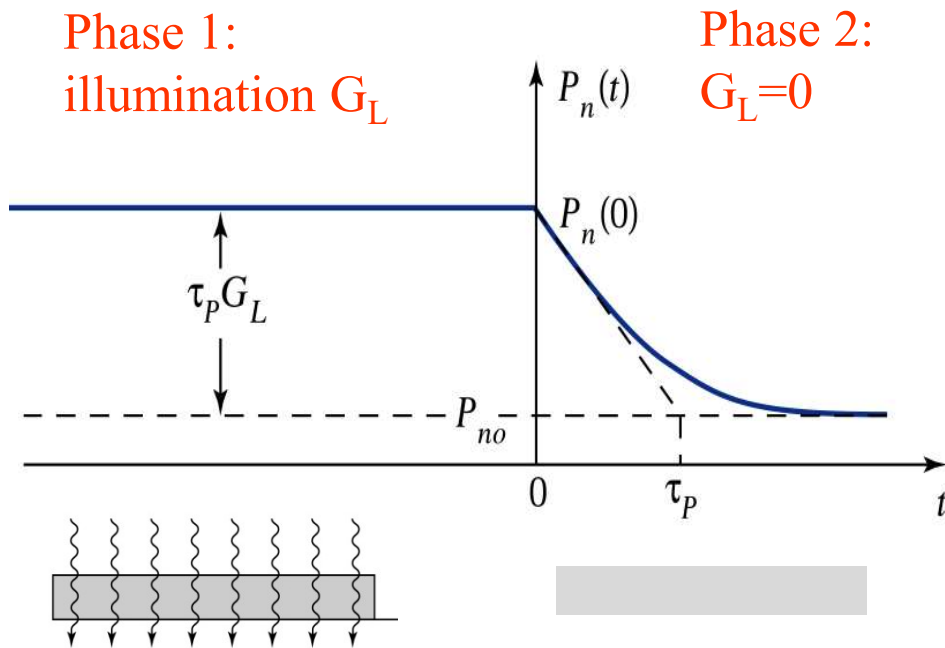
$$\Delta p = \Delta p_0 \cdot \text{Exp}(-x / L_p)$$

Longueur de diffusion:

$$L_p \equiv \sqrt{D_p \tau_p}$$

Exemple 2: Temps de vie des porteurs minoritaires

S. M. Sze "Semiconductor Devices"



Phase 1:

$$\frac{P_n(0) - P_{n0}}{\tau_p} = G_L$$

Phase 2:

$$\frac{\partial P_n}{\partial t} = -\frac{P_n - P_{n0}}{\tau_p}$$

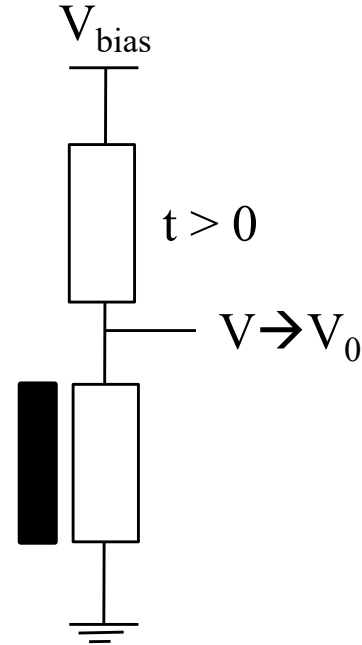
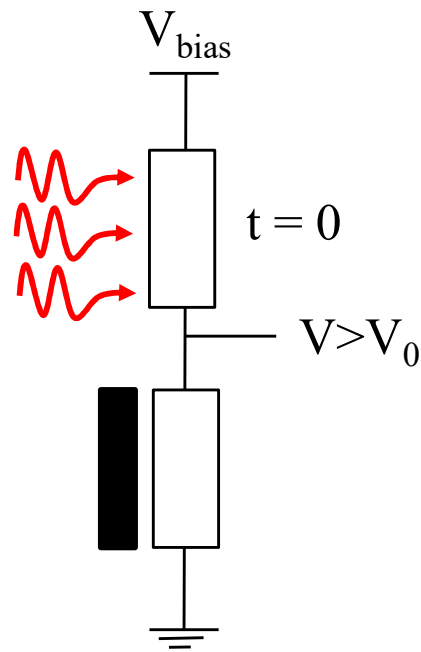
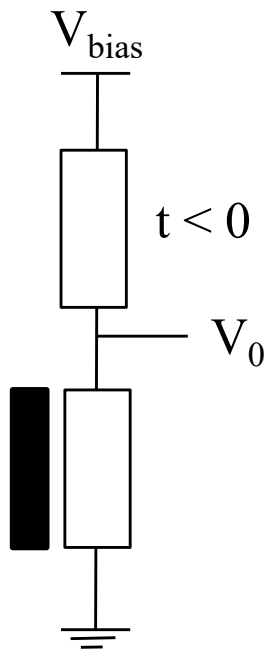
Temps de vie des minoritaires

Solution:

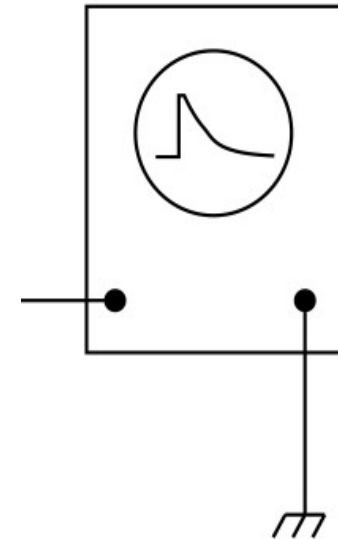
$$P_n(t) - P_{n0} = (P_n(0) - P_{n0}) \cdot \text{Exp}(-t / \tau_p) = \tau_p G_L \cdot \text{Exp}(-t / \tau_p)$$

Mesure du temps de vie des minoritaires: photoconduction

Photoconducteur type N



S. M. Sze
"Semiconductor Devices"

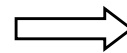


Résistance:

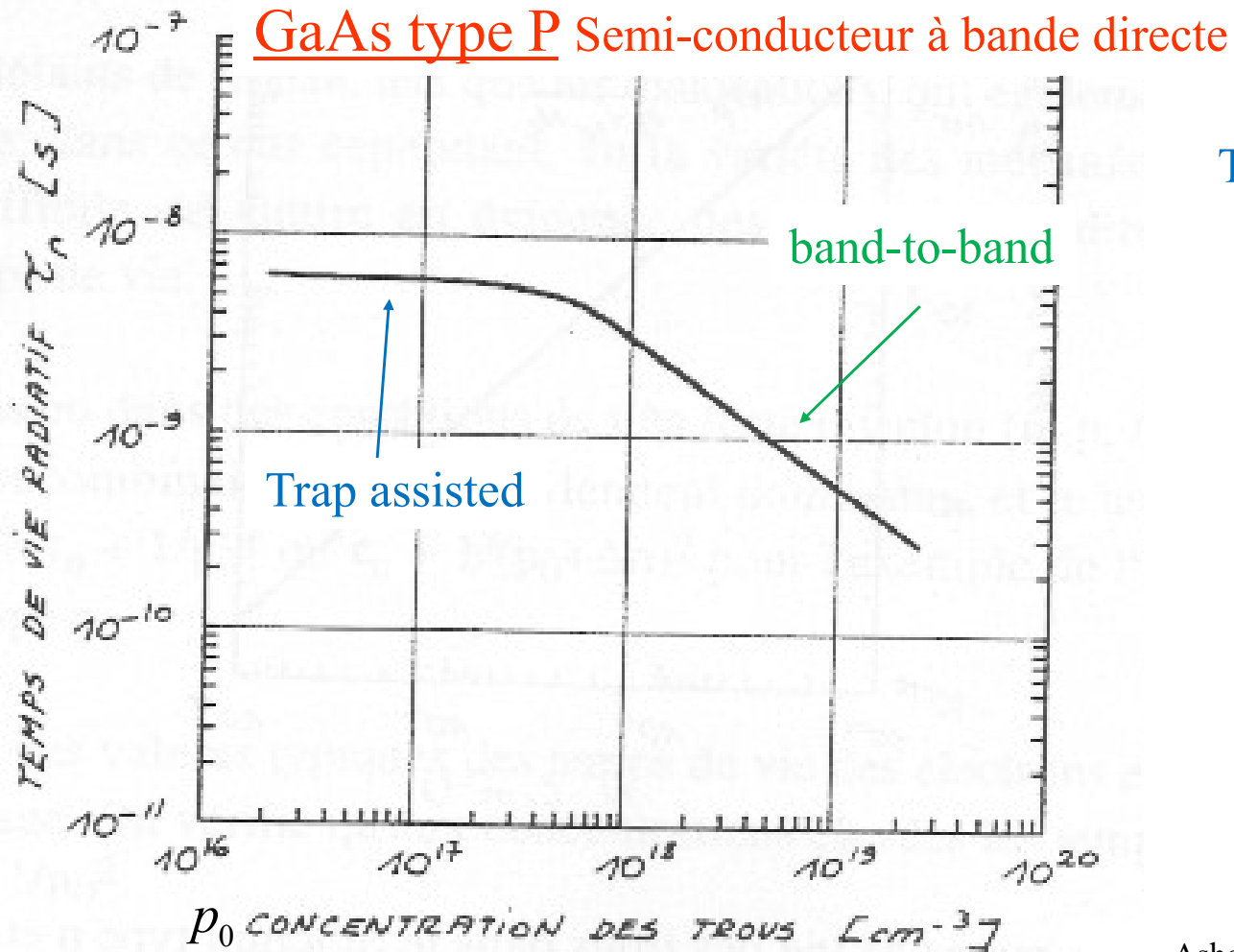
$$R = \frac{1}{nq\mu_n} \frac{L}{S}$$

Neutralité:

$$\Delta n = \Delta p_n$$



$$\frac{\Delta R}{R_0} = -\Delta p_n \cdot \frac{1}{n_0} = -\frac{\tau_p}{n_0} \cdot \text{Exp}(-t / \tau_p) \cdot G_L$$



Trap assisted:

$$\frac{1}{\tau_n} \approx N_T$$

Band-to-band:

$$\frac{1}{\tau_n} \approx p_0$$

Ashcroft "Solid state physics"

Temps de vie des minoritaires (silicium)

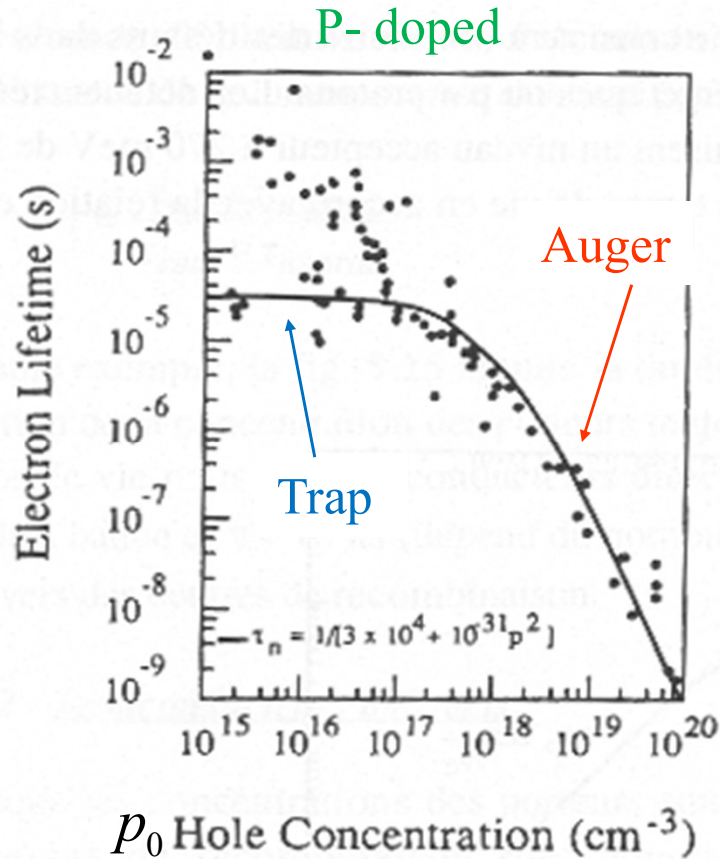
Silicium: Semi-conducteur à bande indirecte

Trap :

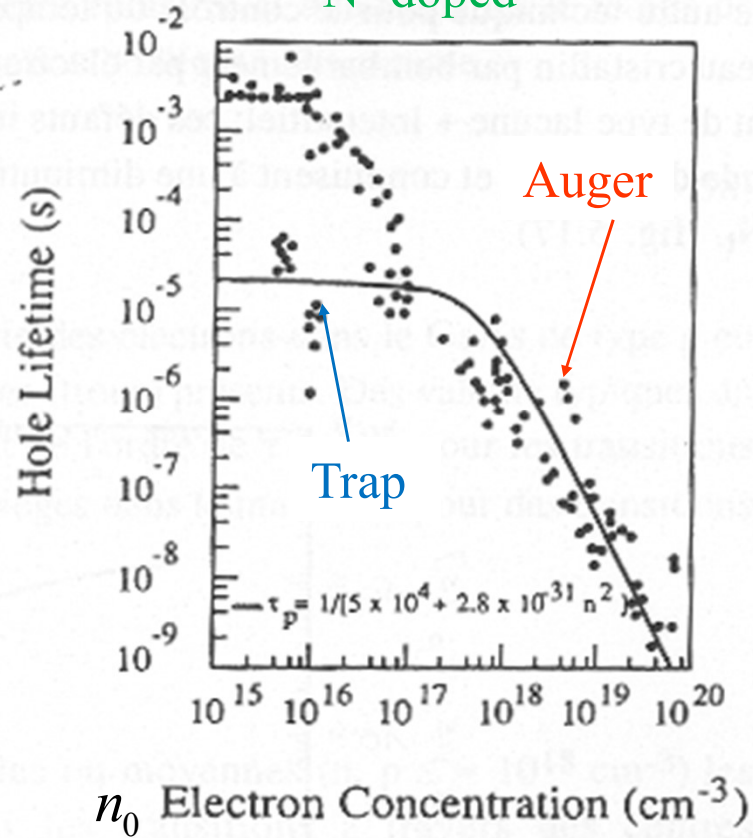
$$\frac{1}{\tau_n} \approx N_T$$

Auger :

$$\frac{1}{\tau_n} \approx p_0^2$$



N- doped



Trap :

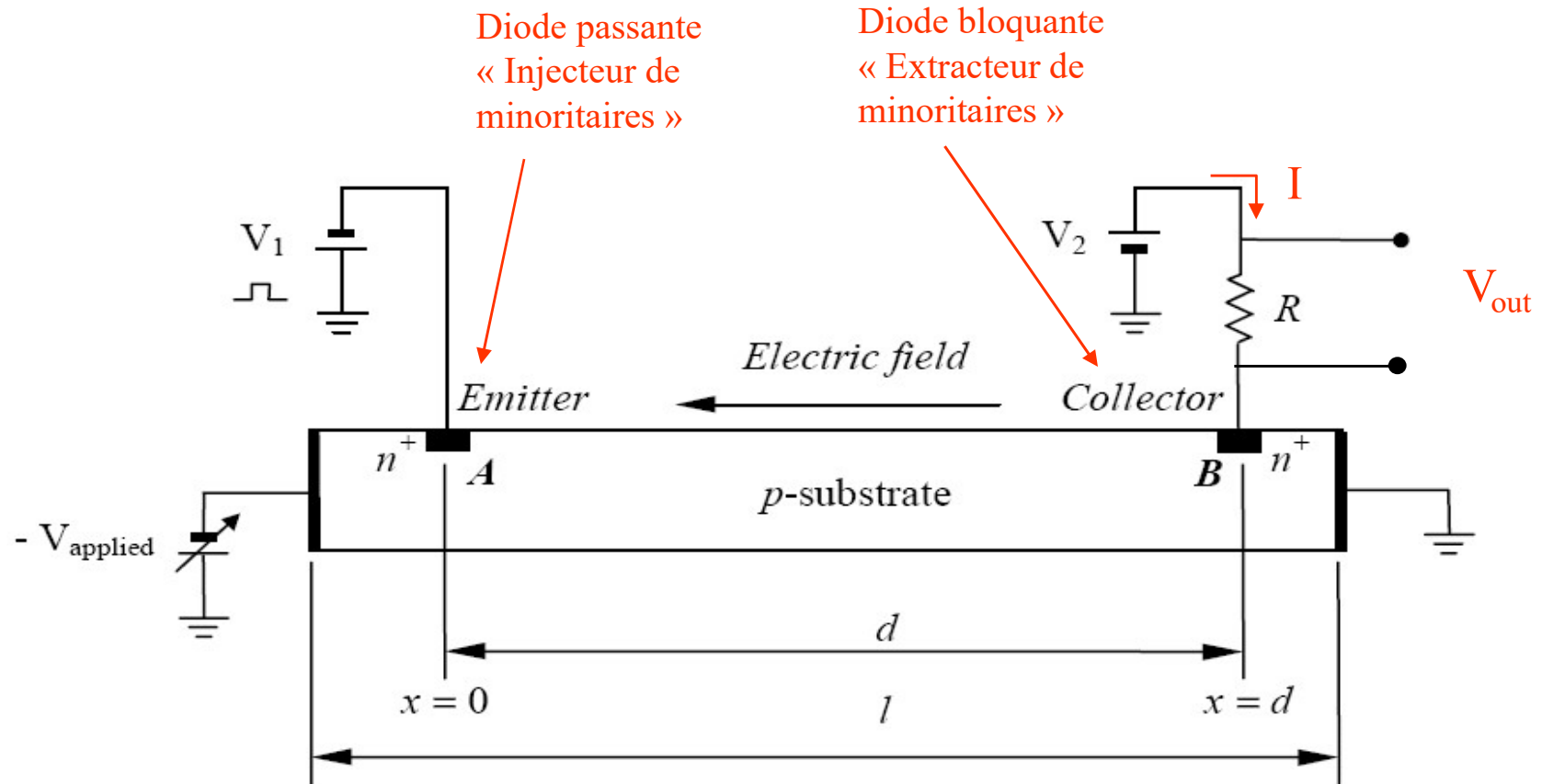
$$\frac{1}{\tau_p} \approx N_T$$

Auger :

$$\frac{1}{\tau_p} \approx n_0^2$$

Kittel: « introduction to solid state physics »

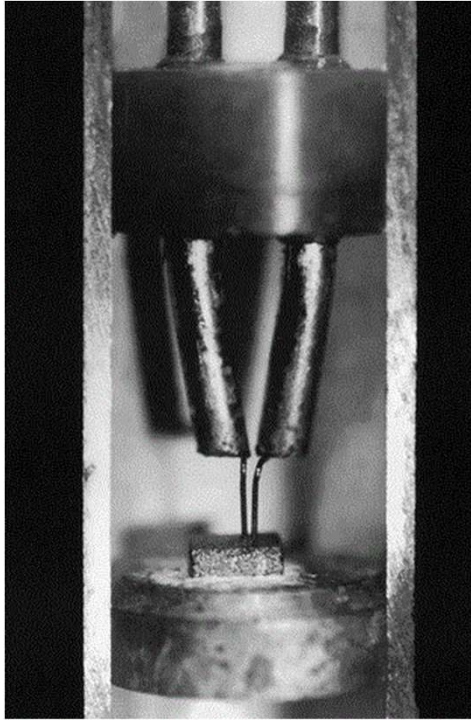
Exemple 3: Expérience de Haynes-Shockley



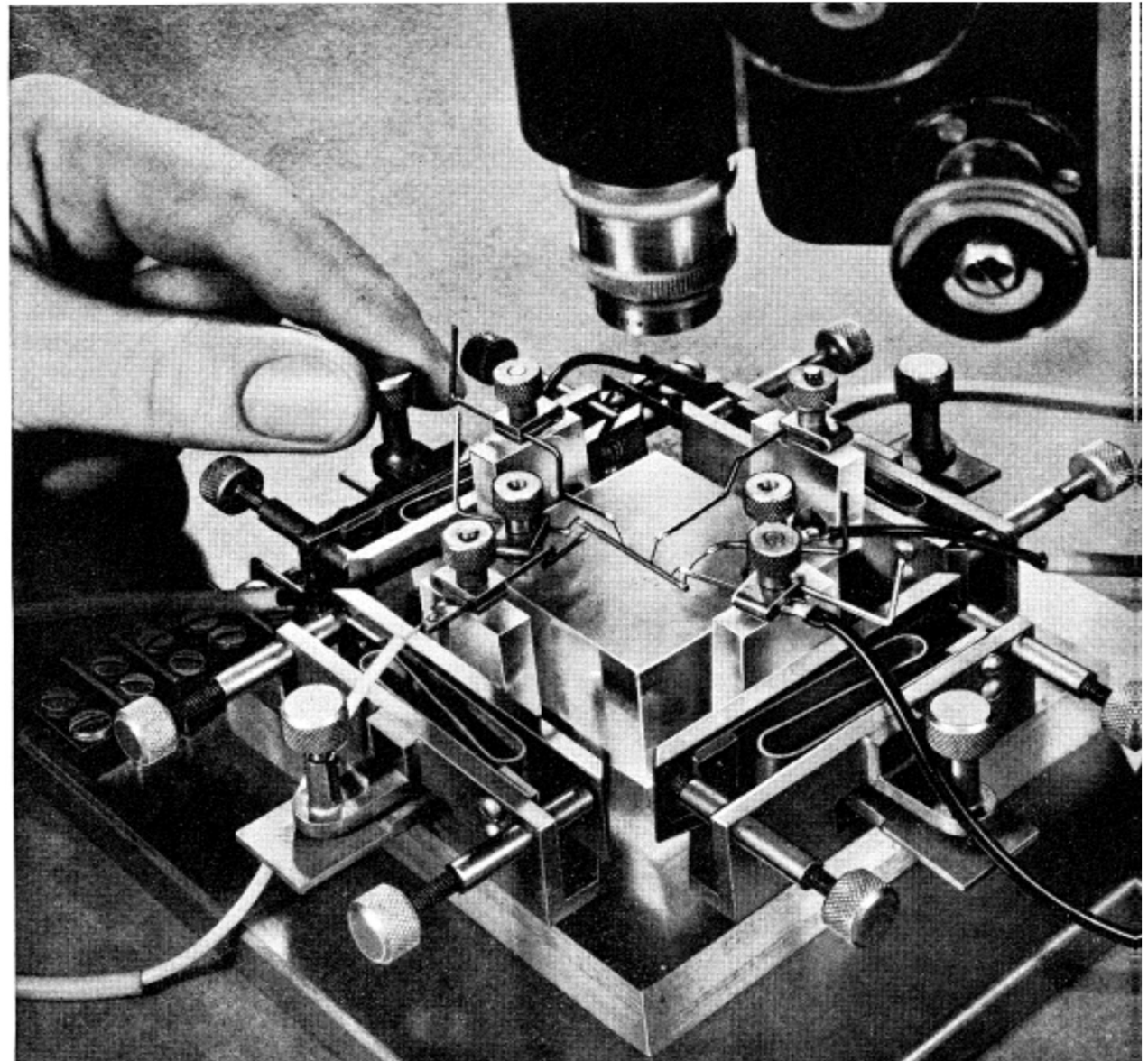
Expérience originale: Haynes, Shockley, Phys. Rev. 75, 691 (1949).

Adrian Seet,
Uni Queensland 1998

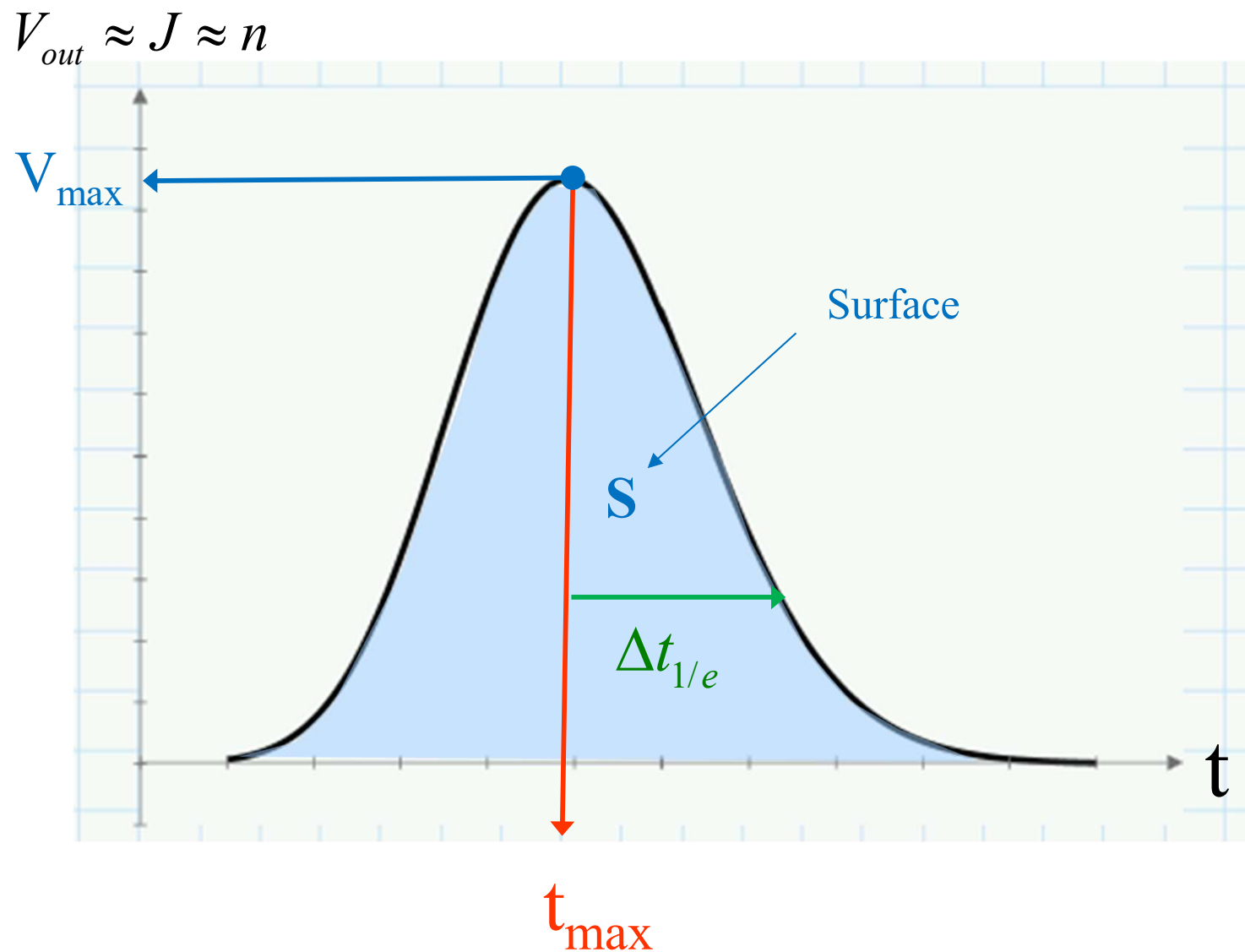
Résumé: expérience de Haynes-Shockley (1949)

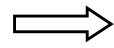
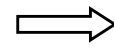


Transistor bipolaire
à point de contact
Bardeen, Brattain, Shockley
1948

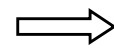


Haynes, Shockley
1949



Caractéristiques des minoritaires: t_{\max} Drift (Mobilité) μ_n $\Delta t_{1/e}$ Diffusion D_n

Intégrale S

(ou V_{\max})Temps de vie des minoritaires τ_n

1^{er} test à blanc

Données sur Moodle