

Série 10

Problème 10.1 – Question très très courte

Une barre AB de longueur $L = 1$ m, de section A , de moment d'inertie $I = A \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$ et de module de Young $E = 200 \text{ GPa}$ est suspendue comme montrée en **Error! Reference source not found.**. Le coefficient d'expansion thermique est $\alpha = 10^{-6} \text{ K}^{-1}$.

Pour quelle différence de température ΔT y aura-t-il flambage?

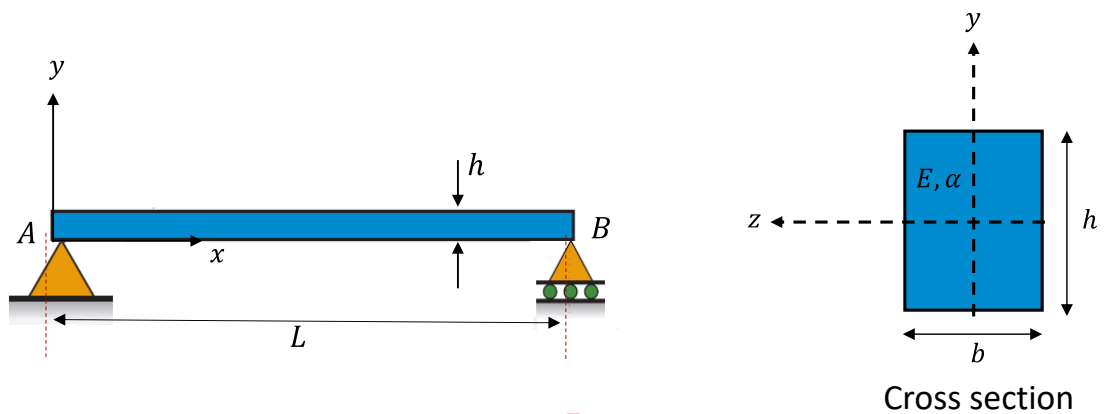


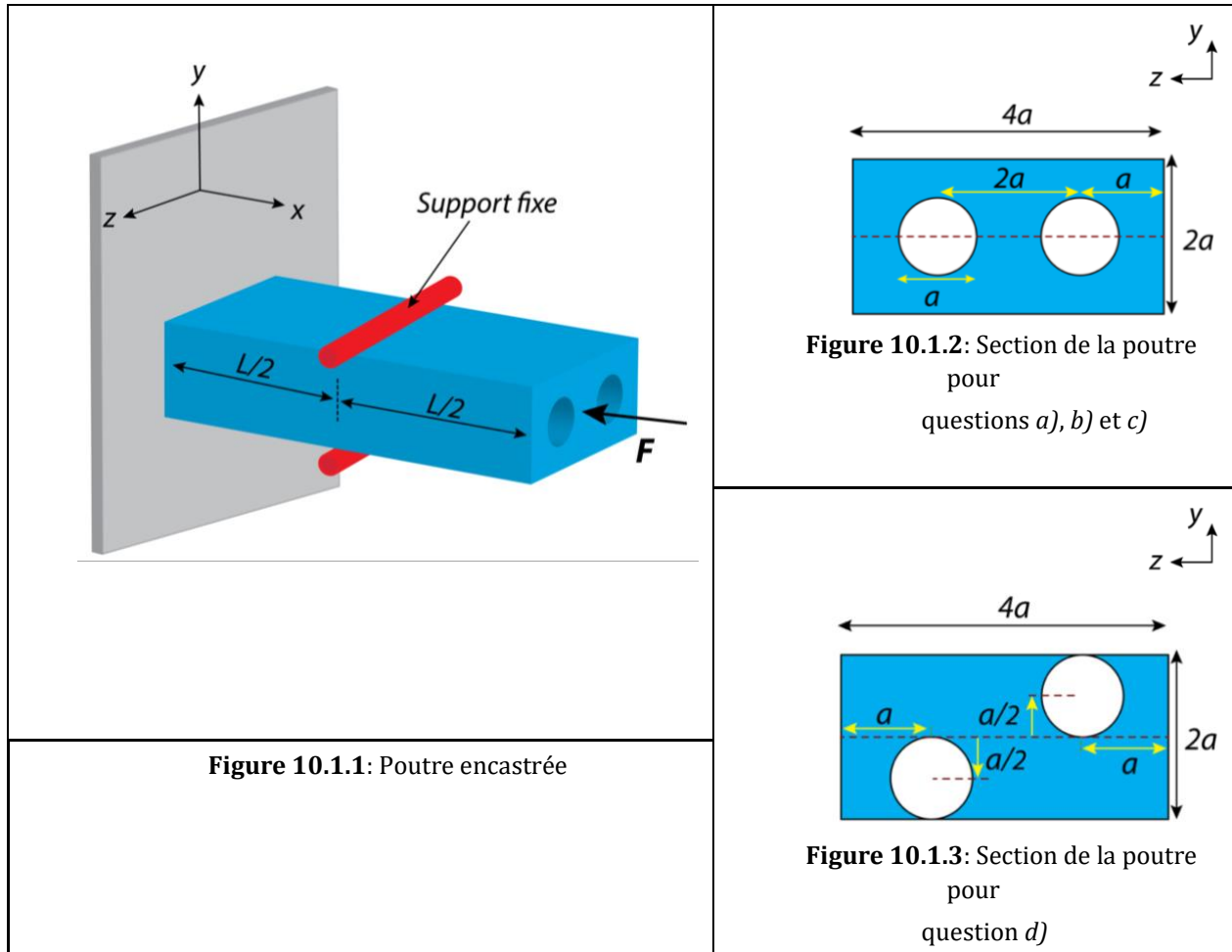
FIGURE 10.1 | Barre AB soumise à une augmentation de la température ΔT .

Problème 10.2 – Modes de flambage avec $n>1$ (adapté de l'exa 2021)-

Une poutre de longueur L , d'épaisseur $2a$ et de largeur $4a$ est encadrée, voir la Figure 10.2.1. La section de la poutre pour les questions a), b) et c) est illustrée en figure 10.2.1, et pour la question d) en figure 10.1.3.

Le matériau en bleu a un module de Young E . Les deux trous ont un diamètre a .

Un support fixe (dessiné en rouge) bloque le déplacement du milieu de la poutre dans la direction y .



- a) Calculez les moments quadratique $I_{z,y=y_0}$ et $I_{y,z=z_0}$ de la poutre pour une flexion autour des axes neutres.
- b) Calculez la force critique pour le flambage F_{cr1} et donnez le plan de flambage.
- c) La contrainte pour la rupture du matériau est $\sigma_{yield} = E/4$. La longueur est $L = 4\pi a$.
- Avec un facteur de sécurité de 2, quelle est la force F_{mat} pour une rupture du matériau (s'il n'y a pas de flambage)?
 - Avec un facteur de sécurité de 2, quelle est la force critique F_{cr2} pour le flambage?
- d) Les trous sont maintenant décalés de $+a/2$ et $-a/2$ sur l'axe y (voir la Figure 10.1.3).
- Calculez la force critique de flambage F_{cr3}
 - Donnez le plan de flambage.

Problème 10.1 - Défaillance

Considérez la Figure 10.3 où des humains identiques et amateurs de chapeaux se tiennent debout sur une poutre horizontale. n est le nombre de personnes par mètre (ils ne se soucient guère de la distanciation sociale). Chaque humain pèse 80 kg (prenez $g=10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$).

La poutre AC et la colonne BD ont un module de Young de $E = 200 \text{ GPa}$ et une limite d'élasticité de $\sigma_y = 200 \text{ MPa}$: Ces poutres ont des sections carrées de largeur latérale $t = 0.1 \text{ m}$. Leurs longueurs sont: $L_{AC} = L = 10 \text{ m}$ et $L_{BD} = \frac{L}{2} = 5 \text{ m}$.

Déterminez:

- Les forces de réactions et les moments de réaction sur la poutre AC
- La densité maximale de personnes (n) avant que la poutre BD ou AC se casse ou flambe.
- Est-ce que la défaillance est structurelle ou liée au matériau ?
- Si $n=2$, quelle serait la longueur maximale L_{BD} avant qu'une défaillance structurelle ne se produise dans poutre BD? Le ratio entre les longueurs des barres horizontale et verticale reste constante. Est-ce que la poutre serait en flambage ?
- Quel est l'excentricité de la charge "ressentie" par la colonne BD ?

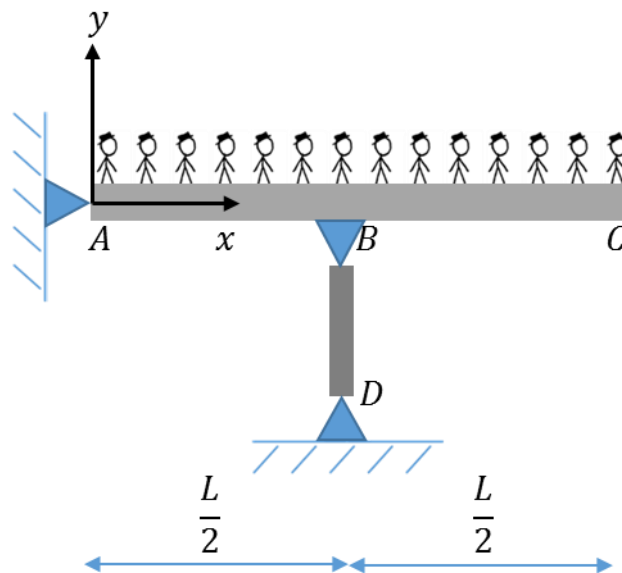


FIGURE 10.3 | Poutre avec un support élastique (colonne) et une charge distribuée.

Problème 10.4 – Modes de flambage avec $n > 1$

Une colonne de section rectangulaire $b \times h$ est attaché par des pivots en A et en C (voir FIGURE 10.4). La colonne est contrainte au point B dans le plan $x-y$, mais est libre de se déplacer dans le plan $x-z$ au point B.

Déterminez:

- La forme de flambage de la colonne dans le plan $x - y$ et dans le plan $x - z$. Écrivez les formules pour la charge critique dans chacun des deux plans.
- Que devrait-être le ratio h/b pour que les charges critiques dans les deux plans soient égales ?

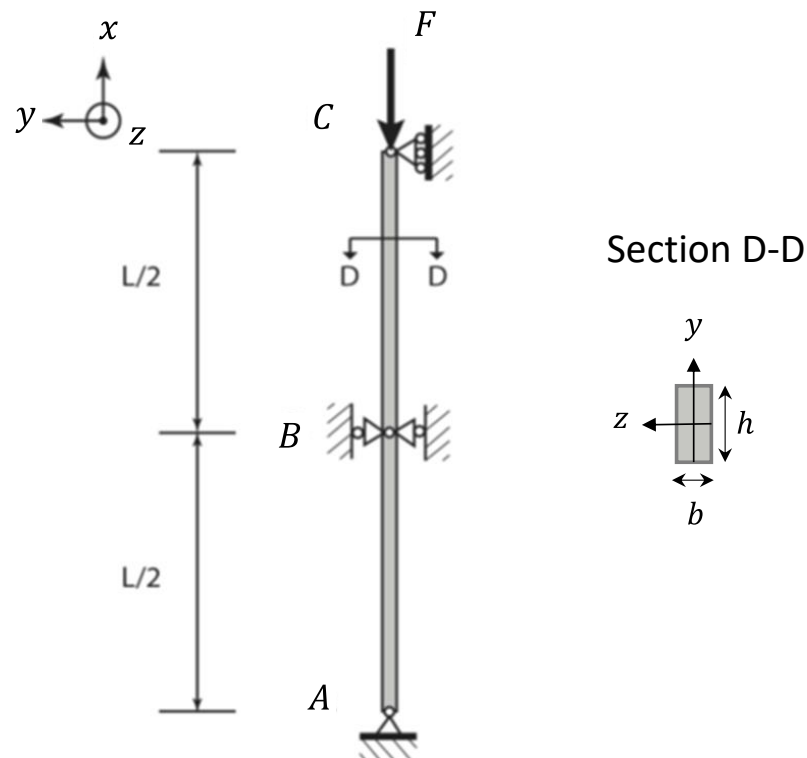


FIGURE 10.4 | Colonne rectangulaire sous une charge F

Problème 10.5 – Charges excentriques (Optionnel - Question courte)

Une poutre avec un section en H de longueur $L = 7.5$ m (voir FIGURE 10.5) est soumise à une force $F_1 = 1800$ kN sur l'axe de la poutre et à une force excentrique $F_2 = 200$ kN à une distance $d_1 = 400$ mm du centroïde.

La section de la poutre est $A = 200$ cm². Le rayon de giration est $r = 17.32$ cm. La distance maximale depuis le centroïde est $c = 150$ mm. L'acier utilisé a un module de Young de $E = 200$ GPa et une limite d'élasticité de $\sigma_Y = 300$ MPa.

- (a) Trouvez la contrainte compressive maximale dans la poutre.
 (b) Déterminez le facteur de sécurité en considérant les charges imposées.

Contrainte maximale pour une charge excentrique:

$$\sigma_{max} = \frac{F}{A} \left[1 + \frac{ec}{r^2} \cdot \sec \left(\frac{L}{2r} \sqrt{\frac{F}{EA}} \right) \right]$$

Avec $\sec(x) = 1/\cos(x)$

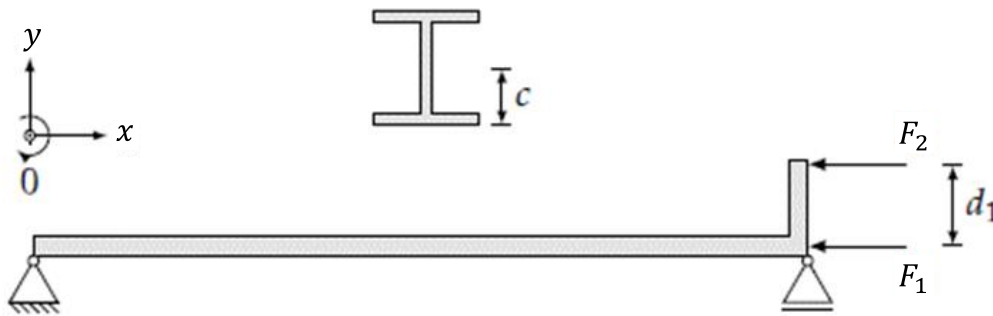


FIGURE 10.5 | Poutre soumise à une contrainte excentrique.