

**Exercice VIII.1**

Soit le système en représentation d'état

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= (x_3 - x_1)^3 + \cos(x_1 + x_3)u \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= (x_1 - x_3)^3\end{aligned}$$

1. Linéariser entrée-sortie le système en choisissant la sortie  $y = x_1$ .
  2. Vérifier si le schéma est stable (utiliser la théorie de Lyapunov, et, éventuellement, la dynamique des zéros).
  3. Est-ce que le schéma est stable de manière globale ?
- 

**Exercice VIII.2**

Soit les fonctions de transfert

$$G_1(s) = \frac{s+1}{s^2-2s+1} \quad G_2(s) = \frac{s-2}{s^2-2s+1}$$

1. Construire des représentations d'état.
  2. Utiliser la méthodologie de la linéarisation entrée-sortie pour contrôler les deux systèmes.
  3. Est-ce que cela conduit à des schémas de commande stable ?
- 

**Exercice VIII.3**

Pour le problème VIII.1, calculer les conditions de linéarisation exacte :

1. Involutivité de la famille de champs de vecteurs

$$\{g, \text{ad}_f g, \text{ad}_f^2 g\}.$$

2. Plein rang de la matrice

$$[g \text{ ad}_f g \text{ ad}_f^2 g \text{ ad}_f^3 g].$$

Construire la sortie linéarisante et le bouclage stabilisant complet. Est-ce que le schéma assure la stabilité globale ?

---

#### Exercice VIII.4

On considère la cinématique commandée de la roue qui roule sans glisser dans le plan. Les équations cinématiques sont

$$\begin{aligned}\dot{x} &= u \cos \theta \\ \dot{y} &= u \sin \theta \\ \dot{\theta} &= v\end{aligned}$$

avec  $x$  et  $y$  qui désignent la position dans le plan et  $\theta$  l'angle de la roue. Les entrées sont la vitesse tangentielle  $u$  et la vitesse angulaire  $v$ .

1. Déterminer les champs de vecteurs associés aux entrées  $u$  et  $v$ , autrement dit mettre la cinématique sous la forme

$$\dot{x} = g_1(x)u + g_2(x)v$$

où  $x$  désigne cette fois l'état du système.

2. Déterminer si la famille  $\{g_1, g_2\}$  est involutive.
  3. Déterminer une 1-forme  $\omega$  qui annule la distribution  $\{g_1, g_2\}$  (un co-champ perpendiculaire aux deux champs de vecteurs  $g_1$  et  $g_2$  en tout point de l'espace d'état).
  4. Calculer  $d\omega$  et  $d\omega \wedge \omega$ .
  5. Que signifie la forme  $\omega$  au niveau physique ? Dédire qu'il n'est pas possible de réduire les coordonnées  $x$ ,  $y$  et  $\theta$  pour obtenir que deux coordonnées généralisées.
-