

Exemple

Exemple La probabilité qu'il pleuve pendant la journée est de 0.2. S'il pleut, la quantité de pluie journalière suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0.05 \text{ mm}^{-1}$. Trouver (a) la probabilité qu'il tombe au plus 5mm demain, (b) la probabilité qu'il tombe au moins 2mm demain.

Si $X \sim \text{exp}(\lambda)$ alors $F_X(x) = 1 - e^{-\lambda x}$ pour $x \geq 1$. Définir $A = \{\text{il pleut}\}$, $B = \{\text{il pleut} \leq 5\}$, $C = \{\text{il pleut} \geq 2\}$.

$$(a) \text{Pr}(B) = \underbrace{\text{Pr}(B|A^c)}_1 \underbrace{\text{Pr}(A^c)}_{0.8} + \underbrace{\text{Pr}(B|A)}_{F_X^{\leq}(5)} \underbrace{\text{Pr}(A)}_{0.2}$$

probabilités totales

$$= 0.8 + 0.2(1 - e^{-0.5}) \approx \boxed{0.844}$$

$(\lambda = \frac{1}{20})$
 $(\text{exp}(-0.25)) \approx 0.22$

$$(b) \text{Pr}(C) = \underbrace{\text{Pr}(C|A^c)}_0 \underbrace{\text{Pr}(A^c)}_{0.8} + \underbrace{\text{Pr}(C|A)}_{1 - F_X^{\leq}(2)} \underbrace{\text{Pr}(A)}_{0.2}$$
$$= 0.2(1 - F_X^{\leq}(2)) = 0.2 \exp(-0.1) \approx \boxed{0.187}$$