

EPFL

Probabilités et Statistique pour Informatique et Communications
2013–2014, Semestre de printemps

Probabilités et statistique: Test

7 avril 2014

Durée : Le test commence à 16:15 et se termine à 18:00.

Nom :

Prénom :

No. SCIPER :

Exercice	Points	Barème indicatif
1		/10 points
2		/6 points
3		/8 points
4		/10 points
Total :		/34 points

REMARQUES:

- Aucun document personnel n'est autorisé. Il n'y a pas de formulaire.
- Les calculatrices sont interdites.
- Justifiez vos réponses ! Une réponse non justifiée sera considérée comme fausse.
- Ecrivez vos réponses directement sur les feuilles d'examen. Si vous manquez de place, utilisez les feuilles vierges se trouvant à la fin de l'examen ou demandez une nouvelle feuille et agrafez-la.
- Les assistants répondront aux questions seulement en cas d'une faute de frappe. S'il vous semble qu'une question n'est pas claire, alors expliquez dans votre solution comment vous la comprenez.

Exercice 1. Vous jetez trois dés équilibrés et indépendants, rouge, bleu et vert, et vous vous intéressez à leur face supérieure.

- (a) Donner l'espace fondamental pour cette expérience aléatoire.
- (b) Quelle est la probabilité d'avoir au moins un 3 ?
- (c) Est-il plus probable que le total des trois faces soit égal à 9, ou qu'il soit égal à 10 ?
- (d) Comment change votre réponse à (c), si vous savez qu'au moins une des trois faces montre un 3 ?

Exercice 2. Un Anglais veut écrire *école polytechnique fédérale de Lausanne*, mais ne sait pas où mettre des accents. Calculer la probabilité qu'il l'écrive juste si

- (a) il met trois accents aigus au hasard sur les lettres *e* ;
- (b) pour chaque lettre *e*, il jette un dé pour décider s'il faut mettre un accent, mettant un accent grave si le résultat est 1 ou 4, un accent aigu si le résultat est 2 ou 5, et pas d'accent si le résultat est 3 ou 6.
- (c) Dans chaque cas, trouver la probabilité que les accents soient tous justes sachant que le mot *fédérale* est écrit correctement.

Exercice 3. Quand mon train est supprimé, le temps d'attente X (heures) jusqu'à l'arrivée du train de remplacement a la densité de probabilité

$$f_X(x) = cx^{\theta-1}, \quad 0 < x < 1, \quad \theta > 0.$$

- (a) Trouver la probabilité que je doive attendre moins que x heures.
- (b) Trouver le temps d'attente espéré, et décrire comment il dépend de θ .
- (c) Une annonce par haut-parleur indique que le temps d'attente sera de 30 minutes au plus. Dans ce cas, trouver la probabilité que je doive attendre moins que x heures.
- (d) Dans (c), calculer la probabilité que je doive attendre au moins 15 minutes, si $\theta = 2$.

Exercice 4. Le bruit court que la finale de la coupe du monde 2014 verra s'opposer la Suisse au Brésil. Selon des experts, les scores (S, B) des deux équipes ont comme fonction de masse conjointe

$$f_{S,B}(s, b) = \theta(1 - \theta)^s \lambda(1 - \lambda)^b, \quad s, b \in \{0, 1, 2, \dots\}, \quad 0 < \theta, \lambda < 1.$$

- (a) Les scores de la Suisse et du Brésil sont-ils indépendants ? Démontrer que la probabilité que la Suisse marquera plus de n buts est $(1 - \theta)^{n+1}$.
- (b) Quelle est la probabilité qu'à la fin du temps ordinaire les deux équipes auront marqué le même nombre de buts (autrement dit, que les deux équipes joueront les prolongations) ?
- (c) Expliquer pourquoi l'on peut écrire la probabilité que la Suisse gagne comme

$$\sum_{b=0}^{\infty} \Pr(S > b \mid B = b) \Pr(B = b),$$

et ainsi donner une expression pour cette probabilité en termes de θ et λ .

- (d) Evaluer la probabilité de la victoire de la Suisse quand $\theta = 1/2$ et $\lambda = 1/4$.

Rappel : Si $|u| < 1$, on a

$$\sum_{x=0}^{\infty} u^x = 1/(1 - u).$$