

---

**Série 12**

4 décembre 2025

---

*Les exercices 2 et 5 ci-dessous seront discutés pendant le cours.*

**Exercice 1**

15.1

**Exercice 2**

Dessiner le graphe des fonctions suivantes et trouver leur transformée de Fourier :

a)  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{\pi}{2}}, & \text{si } -1 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases}$

b)  $g(x) = \begin{cases} \pi + \frac{\pi}{2}x, & \text{si } -2 \leq x \leq 0, \\ \pi - \frac{\pi}{2}x, & \text{si } 0 \leq x \leq 2, \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases}$

**Exercice 3**

15.3 / 15.7

**Exercice 4**

Soit la fonction  $f$  définie par :

$$f(x) = \begin{cases} 4 - x^2, & |x| \leq 2, \\ 0, & |x| > 2. \end{cases}$$

(a) Trouver la transformée de Fourier  $\hat{f}(\alpha)$  de  $f(x)$ .

(b) Évaluer

$$\int_0^\infty \left( \frac{2x \cos(2x) - \sin(2x)}{x^3} \right) \cos\left(\frac{x}{2}\right) dx.$$

**Exercice 5**

En évitant les longs calculs, utiliser les propriétés de la transformée de Fourier et la Table pour répondre aux questions suivantes :

(a) Trouver une fonction  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  telle que  $\mathcal{F}f(\alpha) = \frac{e^{-2i\alpha} \sin(3\alpha)}{\alpha}$ .

(b) Trouver une fonction  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  telle que  $\mathcal{F}g(\alpha) = 2\sqrt{2} \alpha^2 e^{-\alpha^2}$ .

(c) Soit  $h$  une fonction telle que  $\mathcal{F}h(\alpha) = \frac{1}{1+\alpha^4}$ . On pose  $f(x) = (x h(x))''$ . Déterminer  $\mathcal{F}f(\alpha)$ .