

---

**Série 11**

27 novembre 2025

---

*Les exercices 14.8 et 14.14 ci-dessous seront discutés pendant le cours.*

**Exercice 1.**

14.8 / 14.11 / 14.13 / 14.14

**Exercice 2.**

Soit  $f : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$  la fonction définie par  $f(x) = x$ .

1. Calculer  $F_c f$ , la série de Fourier en cosinus et  $F_s f$ , la série de Fourier en sinus de  $f$ .
2. Comparer les valeurs de  $F_c f$ ,  $F_s f$  et  $f$  sur  $[0, \pi]$ .
3. En déduire la valeur des deux sommes suivantes :

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} \quad \text{et} \quad \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}.$$

4. À l'aide de l'identité de Parseval, déterminer la valeur de la somme suivante

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{(2n+1)^4}.$$

**Exercice 3.** Soit  $f$  la fonction  $2\pi$ -périodique définie dans l'exercice 14.2.

- (a) En utilisant la série de Fourier de  $f$ , trouver la série de Fourier de  $f'$ .
- (b) Posons

$$F(x) = \int_0^x f(y) dy, \quad x \in \mathbb{R}.$$

La fonction  $F$  est-elle  $2\pi$ -périodique ? Justifier votre réponse.

**Exercice 4.** Soit  $f$  la fonction  $2\pi$ -périodique définie dans l'exercice 14.5. Posons

$$F(x) = \int_0^x f(y) dy, \quad x \in \mathbb{R}.$$

- (a) La fonction  $F$  est-elle  $2\pi$ -périodique ? Justifier votre réponse.
- (b) En utilisant la série de Fourier de  $f$ , trouver la série de Fourier de  $F$ . On donnera explicitement le terme constant de cette série.