Identité de Parseval
pour les séries de Fourier en sinus et cosinus

R. Dalang

Analyse IV
Sections de Microtechnique et de Sciences de la Vie

Soit $f : [0, L] \to \mathbb{R}$ une fonction telle que f et f' sont continues par morceaux.

Série de Fourier en cosinus

La série de Fourier en cosinus de f est

$$F_c f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(\frac{\pi n}{L} x\right),$$

où

$$a_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(y) \cos\left(\frac{\pi n}{L} y\right)\, dy.$$

L'identité de Parseval s'écrit alors

$$\frac{2}{L} \int_0^L (f(y))^2 dy \; = \; \frac{a_0^2}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2.$$

Série de Fourier en sinus

La série de Fourier en sinus de f est

$$F_s f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin\left(\frac{\pi n}{L} x\right),$$

où

$$b_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(y) \sin\left(\frac{\pi n}{L} y\right)\, dy.$$

L'identité de Parseval s'écrit alors

$$\frac{2}{L} \int_0^L (f(y))^2 dy \; = \; \sum_{n=1}^{\infty} b_n^2.$$

27.11.2025