Question 33 :

On veut calculer la décomposition SVD de la matrice A, sans calculer explicitement la matrice elle même. On connaît les éléments suivants :

- Les vecteurs suivants sont des vecteurs propres de A^TA

$$\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 1/2 \\ \sqrt{3}/2 \end{pmatrix} \text{ et } \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} -\sqrt{3}/2 \\ 1/2 \end{pmatrix};$$

- le produit de ces vecteurs par A est respectivement

$$A\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \\ 1/2 \\ 1/2 \end{pmatrix} \text{ et } A\mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Calculer les matrices U, Σ, V telles que $A = U\Sigma V^T$.

Question 34 :

La matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ possède au moins une valeur propre complexe, $\lambda_1 = 2 + i$. Diagonaliser la matrice A dans les complexes, c'est-à-dire, donner explicitement une matrice diagonale D et une matrice inversible P telles que $A = PDP^{-1}$.