

1. a) $L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \\ 0 & 6 & 1 \end{bmatrix}, \quad U = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$

b) $\vec{x} = \begin{bmatrix} 14 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}$

2. a) $\det \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 7 & 1 \end{bmatrix} = 1, \quad L_2 \rightarrow L_2 + 7L_1$

b) $\det \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = 5, \quad L_1 \rightarrow 5L_1$

c) $\det \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = -1, \quad L_1 \leftrightarrow L_2$

d) $\det \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 8 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = 1, \quad L_2 \rightarrow L_2 + 8L_3$

e) $\det \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = 4, \quad L_2 \rightarrow 4L_2$

f) $\det \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{dév. } L_1}}{=} \det \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = -1, \quad L_2 \leftrightarrow L_3$

3. $\det(A) = 79, \quad \det(B) = -312$

4. $\det(A) = 5, \quad \det(B) = 10, \quad \det(C) = -5$

5. $\ell_{43} = 3$

6. -13

7. a) V b) F c) V d) V e) F

9. a) $L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad U = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

b) $\vec{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix}$

10. a) $A = LU$ avec $L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, $U = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$B = LU$ avec $L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -3 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $U = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -3 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & -12 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$C = LU$ avec $L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{4}{3} & \frac{17}{9} & 1 \end{bmatrix}$, $U = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & -3 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -3 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$

b) $\det(A) = 1$, $\det(B) = -12$, $\det(C) = 63$

11. $\det(A) = 72$, $\det(B) = -1$, $\det(C) = 1125$

12. $\det(A) = (b-a)(c-a)(c-b)$, $\det(B) = a(b-a)(c-b)(d-c)$

13. a) $\det(A) = (x-1)x(x+1)$

b) La matrice A n'est pas inversible si $x = -1$, $x = 0$ ou $x = 1$.