

1. b) $A_T^B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ c) $\text{Im } T = V$ et $\text{Ker } T = \{0\}$

2. $P^{\mathcal{E}\mathcal{B}} = [\vec{b}_1 \ \vec{b}_2] = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 8 & -7 \end{bmatrix}$, $P^{\mathcal{E}\mathcal{C}} = [\vec{c}_1 \ \vec{c}_2] = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, $P^{\mathcal{B}\mathcal{E}} = (P^{\mathcal{E}\mathcal{B}})^{-1} = \begin{bmatrix} 7 & 1 \\ 8 & 1 \end{bmatrix}$,
 $P^{\mathcal{C}\mathcal{E}} = (P^{\mathcal{E}\mathcal{C}})^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$, $P^{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} 9 & -8 \\ -10 & 9 \end{bmatrix}$, $P^{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{bmatrix} 9 & 8 \\ 10 & 9 \end{bmatrix}$

3. a) valeurs propres: 1, 2
 espaces propres: $E_1 = \text{Vect}\{(1, -1)\}$ $E_2 = \text{Vect}\{(1, -2)\}$
 b) $A_{T_A}^B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ où $\mathcal{B} = \{(1, -1), (1, -2)\}$.

4. $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$

5. 1 et 4

6. 2

7. a) V b) F c) V d) V e) V f) V g) V

8. b) $A_T^B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ c) $\text{Ker } T = \text{Vect}\{f_1\}$ et $\text{Im } T = \text{Vect}\{f_1\}$

9. $P^{\mathcal{E}\mathcal{B}} = [\vec{b}_1 \ \vec{b}_2 \ \vec{b}_3] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $P^{\mathcal{E}\mathcal{C}} = [\vec{c}_1 \ \vec{c}_2 \ \vec{c}_3] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$,
 $P^{\mathcal{B}\mathcal{E}} = (P^{\mathcal{E}\mathcal{B}})^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$, $P^{\mathcal{C}\mathcal{E}} = (P^{\mathcal{E}\mathcal{C}})^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$,
 $P^{\mathcal{C}\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $P^{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$

10. a) valeurs propres: 1, 14
 espaces propres: $E_1 = \text{Vect}\{(-4, 1)\}$ $E_{14} = \text{Vect}\{(1, 3)\}$
 b) $A_{T_A}^B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 14 \end{bmatrix}$ où $\mathcal{B} = \{(-4, 1), (1, 3)\}$.

11. Matrice B :
 valeurs propres: 6 (multiplicité $m_6 = 1$) et 2 (multiplicité $m_2 = 2$)
 espaces propres: $E_6 = \text{Vect}\{(1, 1, 1)\}$, $E_2 = \text{Vect}\{(-2, 1, 0), (-1, 0, 1)\}$
 Matrice C :
 valeurs propres: 0, 2, -3 (toutes de multiplicité 1)
 espaces propres: $E_0 = \text{Vect}\{(-1, 1, 1)\}$, $E_2 = \text{Vect}\{(2, 3, 4)\}$, $E_{-3} = \text{Vect}\{(1, -1, 2)\}$