Correction tableau surjective - inj - bijective

Soient

$T_1 : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$
$\vec{x} \mapsto \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 0 \end{pmatrix}$

$T_2 : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$
$\vec{x} \mapsto \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$

$T_3 : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$
$\vec{x} \mapsto \begin{pmatrix} x_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$T_4 : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$
$\vec{x} \mapsto \begin{pmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_1 \end{pmatrix}$

Rappel

$T : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ linéaire

$\Rightarrow$ il existe une unique matrice A canoniquement associée à T :

$$A = (T(\vec{e_1}) \ldots T(\vec{e_n}))$$

A = matrice canonique (pour faire + court)

	surj	inj	bij	A
T_1	NON	NON	NON	$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ← pas de pivot
T_2	OUI	NON	NON	$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \boxed{0} \\ 0 & 1 & \boxed{0} \end{pmatrix}$ ← pivots, pas de pivots
T_3	NON	NON	NON	$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ← pas de pivots
T_4	OUI	OUI	OUI	$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 3 pivots !!
T_5	NON	OUI	NON	$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ← pas de pivot, pivots

où $T_5 : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ et $A\vec{x} = \vec{0}$ n'admet que
$\vec{x} \mapsto \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\quad \vec{S} = \vec{0}$ comme solution