

## Exercice additionnel

Soit  $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 6 \\ 2 & 1 & 6 \\ 1 & -2 & 8 \end{pmatrix}$  Trouver les valeurs propres de  $A$ .

$$P_A(\lambda) = -\lambda^3 + 13\lambda^2 - 52\lambda + 60$$

60 est divisible par les racines  $\Rightarrow$  on cherche une racine parmi les diviseurs de 60.

Candidats  $\pm 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60$

Testons:  $P_A(1) = \dots \neq 0$ ,  $P_A(-1) = \dots \neq 0$ ,  $P_A(2) = 0$  ✓

On aura  $P_A(\lambda) = (\lambda - 2)(\dots)$

↑  
2 est une racine.

On fait une division polynomiale.

$$\begin{array}{r|l} -\lambda^3 + 13\lambda^2 - 52\lambda + 60 & \lambda - 2 \\ \hline -\lambda^3 + 2\lambda & \\ \hline 11\lambda^2 - 52\lambda + 60 & -\lambda^2 + 11\lambda - 30 \\ -11\lambda^2 + 22\lambda & = -(\lambda^2 - 11\lambda + 30) \\ \hline -30\lambda + 60 & = -(\lambda - 6)(\lambda - 5) \\ -30\lambda + 60 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\Rightarrow P_A(\lambda) = -(\lambda - 2)(\lambda - 6)(\lambda - 5) \Rightarrow \lambda \in \{2, 6, 5\}$$