11.1. Soit $f\colon D \to \mathbf{R}$ une fonction croissante définie au voisinage de $x_0 \in \mathbf{R}$.
Démontrez que $\lim\limits_{\substack{x \to x_0 \\ >}} f(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x \to x_0 \\ <}} f(x)$ existent.

11.2. Calculez les limites suivantes :

i) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^3+2x-1}{3x^2-2}$	*ii)* $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^3+x^2-2}{x-1}$	*iii)* $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(\sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{x}\right)$
iv) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos(2x)-1}{\sin(x^2)}$	*v)* $\lim\limits_{x\to 1} \left(\dfrac{1}{1-x} - \dfrac{3}{1-x^3}\right)$	*vi)* $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{\cos(x)-\cos(a)}{x-a}$
vii) $\lim\limits_{x\to (\pi/2)+} \tan(x)$	*viii)* $\lim\limits_{x\to (\pi/2)-} \tan(x)$	*ix)* $\lim\limits_{x\to \pi/2} \tan(x)$

Dans cet exercice, nous admettons l'existence des racines et fonctions trigonométriques; utilisons librement quelques identités qui les concernent. Nous introduirons ces fonctions "officiellement" plus tard en cours de semestre. C'est ce que Samuel Taylor Coleridge appelle "the willing suspension of disbelief"!

11.3. À rendre. Parmi les énoncés suivants, lesquels sont équivalents à "*f est continue en x*"?

Quand c'est le cas, donnez une preuve soigneuse. Dans le cas contraire, donnez un contre-exemple.

(i) $\forall \epsilon > 0\, \exists \delta > 0\, \forall y : |x-y| < \epsilon \Longrightarrow |f(x)-f(y)| < \delta$.

(ii) $\forall \delta > 0\, \exists \epsilon > 0\, \forall y : |x-y| < \epsilon \Longrightarrow |f(x)-f(y)| < \delta$.

(iii) $\forall \epsilon > 0\, \exists \delta > 0\, \forall y : |x-y| \le \delta \Longrightarrow |f(x)-f(y)| < \epsilon$.

(iv) $\forall \epsilon > 0\, \exists \delta > 0\, \forall y : |x-y| < \delta \Longrightarrow |f(x)-f(y)| \le \epsilon$.

(v) $\forall \epsilon > 0\, \exists \delta > 0\, \forall y : |x-y| < \epsilon \Longleftarrow |f(x)-f(y)| < \delta$.

(vi) $\forall \epsilon > 0\, \exists \delta > 0\, \forall y : |x-y| < \delta \Longleftarrow |f(x)-f(y)| < \epsilon$.